

$$1. \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{220} = \frac{3}{11} \approx 0.273$$

2. Genom att följa följande sekvens av ekvivalenser baklänges ser vi att svaret på frågan är "ja, händelserna är positivt beroende": $P(C|D) \geq P(C) \Leftrightarrow P(C \cap D) \geq P(C)P(D) \Leftrightarrow P(D|C) \geq P(D) = P(C)P(D|C) + P(C')P(D|C') \Leftrightarrow P(D|C) - P(C)P(D|C) \geq P(C')P(D|C') \Leftrightarrow P(D|C) \geq P(D|C') \Leftrightarrow P(D'|C) + P(D|C') \leq 1 \Leftrightarrow 0.35 \leq 1$. Alternativ lösning: Notera först att

$$P(C|D) = \frac{P(C)P(D|C)}{P(C)P(D|C) + P(C')P(D|C')} = \frac{0.8P(C)}{0.65P(C) + 0.15}$$

Visa nu att $P(C|D) \geq P(C)$ genom att visa att

$$\frac{0.8x}{0.65x + 0.15} \geq x \text{ för } 0 \leq x \leq 1$$

Detta kan t.ex göras genom att man noterar att likhet gäller då $x = 0, 1$, samt att funktionen

$$f(x) = \frac{0.8x}{0.65x + 0.15} - x$$

har $f''(x) < 0$ för $0 < x < 1$ och $f'(0) > 0$.

3. Det enda rimliga kriteriet för ett rättvist spel är att båda spelarna vinner ungefär lika mycket i det långa loppet, så vi ansätter att de båda spelarnas förväntade vinst ska vara lika stor. Då

$$\frac{1}{3}x = \frac{2}{3} \cdot 1$$

ty med sannolikheten $1/3$ vinner Eskil de x kr som Nils satsar och med sannolikheten $2/3$ vinner Nils den krona Eskil satsar. Vi ser att Nils bör satsa $x = 2$ kr.

4. Insättning av $u = 1$ och $\alpha = 3/2$ ger

$$F(x) = 1 - x^{-3/2} \text{ för } x \geq 1$$

Börja med att härleda X 's täthet

$$f(x) = F'(x) = \frac{3}{2}x^{-5/2} \text{ för } x \geq 1$$

Vi får nu att

$$E[X] = \int_1^\infty x f(x) dx = \int_1^\infty \frac{3}{2}x^{-3/2} dx = 3$$

$$E[X^2] = \int_1^\infty x^2 f(x) dx = \int_1^\infty \frac{3}{2}x^{-1/2} dx = \infty$$

Variansen existerar alltså inte. (Det är inte fel att svara att variansen är oändlig.)

5. Se bevisen av satserna 3.4.1 (sida 62-63) och 3.4.3 (sida 64-65) i Milton & Arnold.
 6. Se bevisen av satserna 7.1.1 (sida 226) och 7.1.3 (sida 782-783) i Milton & Arnold.
 7. $p = \hat{p} \pm 1.96\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} = 0.27 \pm 0.087$
 8. Vi har att $n = 100$, $\bar{x} = 226.78$ och att $s \approx \sqrt{226.78} \approx 15.0592$ (ty för Poissonfördelade variabler gäller $\mu = \lambda$ och $\sigma = \sqrt{\mu}$). Det sökta konfidensintervallet blir $\lambda = 226.78 \pm 1.96 \cdot 15.0592/\sqrt{100} = 226.78 \pm 2.95$. Konfidensgraden är ca 0.95.