1. (a) $\binom{8}{3}\binom{5}{4} / 3^8 = 280/6561 = 0.0427$. Välj först ut de 3 bryggor som ska vara upptagna, sedan ur de 5 återstående de 4 som ska vara lediga. Detta kan ske på $\binom{8}{3}\binom{5}{4} = 280$ sätt. Det totala antalet möjligheter är $3^8 = 6561$.

   (b) $\binom{8}{7} \cdot 2^7 / 3^8 = 1024/6561 = 0.156$. Välj först ut de 7 bryggor som ska vara i funktion och notera att för var och en av dessa finns 2 möjligheter. Även här är det totala antalet möjligheter 3^8.

2. $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$, $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ och $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) = P(A)P(B|A) + P(A^c)P(B|A^c)$ ger direkt den sökta formeln.

3. (a) Ja, ty $\sin x \geq 0$ då $0 \leq x \leq \pi$.

   (b) $c = 1/2$, ty $\int_0^\pi \sin x \, dx = 2$.

   (c) $\mu = (1/2)\int_0^\pi x \sin x \, dx = \pi/2 \approx 1.57$, $\sigma^2 = (1/2)\int_0^\pi x^2 \sin x \, dx - \mu^2 = \pi^2/2 - 2 - \pi^2/4 = \pi^2/4 - 2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\pi^2/4 - 2} \approx 0.684$. Dessa integraler är inte så svåra att bestämma om man använder Betas tabell över obestämda integraler. I den ser man att $\int x \sin x \, dx = \sin x - x \cos x$ och att $\int x^2 \sin x \, dx = 2\cos x + 2x \sin x - x^2 \cos x$.

4. (a) Man kan gott räkna med att varje kast utgör ett oberoende försök och att sannolikheten att det landar med krona upp är 1/2. Då måste ju $f \sim \mathrm{Bin}(100, 1/2)$.

   (b) Enl c.g.s är f approx N-fördelad med $\mu = 100 \cdot 1/2 = 50$ och $\sigma = \sqrt{100 \cdot 1/2 \cdot 1/2} = 5$. Således gäller att den sökta sannolikheten är ca 0.95, för det är ju så att ca 95% av utfallen av en N-fördelad variabel hamnar inom $\pm 2\sigma$ från μ.

5. Att tätheten är $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ för $t > 0$ och därför $W \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ följer av att $P(W > t) = P(N(t) = 0) = e^{-\lambda t}$. Här betecknar $N(t)$ antalet impulser fram t.o.m tidpunkten $t > 0$. Nu följer att $E[W] = \int_0^\infty t \, \lambda e^{-\lambda t} \, dt = 1/\lambda$.

6. (a) $\mathrm{Cov}[X, Y] = 0$, ty X, Y är oberoende. Detta inses av att utfallsrummet är rektangulärt ($0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1 \Leftrightarrow (x, y) \in [0, 2] \times [0, 1]$) och att tätheten kan faktoriseras i en del som bara innehåller x och en del som bara innehåller y.

   (b) Notera först att X:s täthet är $f(x) = \int_0^1 [x/(4\sqrt{y})] \, dy = x/2$. Härur följer $P(X \leq 1) = \int_0^1 (x/2) \, dx = 1/4$.

   (c) Lika stor p.g.a oberoendet.

7. Ur formelsamlingen (eller Beta) fås att $(n-1)s^2/\sigma^2 \sim \chi^2(n-1)$. Givet är att $n = 30$ och $s = 3.562$. Ur χ^2-tabell ($n - 1 = 29$ frihetsgrader) fås $P(c \leq (n-1)s^2/\sigma^2) = 0.95$ om $c = 17.7084$. Värdena på s, n och c sätts in i $c \leq (n-1)s^2/\sigma^2 \Leftrightarrow \sigma^2 \leq (n-1)s^2/c \Leftrightarrow \sigma \leq s\sqrt{(n-1)/c}$. Det sökta konfidensintervallet är alltså $\sigma \leq 3.562\sqrt{29/17.7084} = 4.56$.

8. (a) Låt $\bar{X}$ och S vara de stokastiska variablerna som svarar mot stickprovets medelvärde $\bar{x}$ och dess standardavvikelse s. Det sökta resultatet följer ifrån ekvivalensen

$$\bar{x} - t_{\alpha/2,n-1}s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,n-1}s/\sqrt{n} \quad \Leftrightarrow \quad -t_{\alpha/2,n-1} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2,n-1}$$

   och faktumet $(\bar{X} - \mu)/(S/\sqrt{n}) \sim t(n-1)$ (som hittas i formelsamlingen eller i Beta).

   (b) Ja, om n inte är för litet, ty då kommer intervallskattningen p.g.a c.g.s att ha konfidensen $\approx 1 - \alpha$.