Chalmers
Matematik

TMS050: Matematisk statistik för Z, del A

Tentamen 28 augusti 2003 f V

Tillåtna hjälpmendel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p. Ev bonus från inlämningsuppgifterna adderas till totalpoängen innan betyg sättes.

Jour är Yulia Yurgens (ankn 3582). Examinator är Tommy Norberg (ankn 3528 eller 0730 79 42 09).

Uppgifter

1. I en viss population förekommer en viss sjukdom med frekvensen 1/20. Då man testar om en godtyckligt vald individ har denna sjukdom gäller att testet visar positivt resultat (d.v.s indikerar att individen är sjuk) med sannolikheten 0.9 om individen är sjuk och med sannolikheten 0.2 annars. Antag att testet visat positivt resultat för en godtyckligt vald individ. Vad är sannolikheten att denna individ verkligen är sjuk. (3 p)

2. Antag att du på något sätt kan generera utfall ifrån slumpmekanismen $X \sim \mathrm{U}(0,1)$. Låt x vara ett sådant utfall. Låt $y = \lfloor 5x \rfloor$ ($\lfloor \cdot \rfloor$ betyder heltalsdelen av). Låt Y beteckna motsvarande stokastiska variabel. Beräkna $E[Y]$ och $\mathrm{Var}[Y]$. (4 p)

3. Könet hos en nyfödd människa bestäms av två kromosomer R och Y. Alla individer har minst en R-kromosom och alla manliga individer bär på Y-kromosomen. Färgblindhet orsakas av en defekt gen på R-kromosomen och vi betecknar de R-kromosomer som har denna defekta gen med r. M.a.p färgblindhet är det därför tre möjliga genotyper (kromosompar) för kvinnor och två för män:

Kvinna	Man
RR (normal)	RY (normal)
Rr (bärare av anlaget)	rY (färgblind)
rr (färgblind)	

   Ett barn ärver slumpmässigt en könskromosom från varje förälder. En normal man (RY) gifter sig med en kvinna som bär på anlaget (Rr).

   (a) Antag att de får en son. Vad är sannolikheten att denna son är färgblind? (1 p)

   (b) Antag att paret tillsammans får fem barn. Vad är sannolikheten att minst två av dem är färgblinda pojkar? (2 p)

4. En enkel integrerad krets antas ha en exponentialfördelad funktionstid med väntevärdet 20 000 driftstimmar.

   (a) Vad är sannolikheten att kretsen fungerar i minst 20 000 driftstimmar? (1 p)

   (b) Antag att utrustningen den sitter i har körts i 10 000 timmar. Bestäm den betingade sannolikheten att kretsen fungerar i ytterligare minst 20 000 driftstimmar? (2 p)

(Vänd!)

5. Låt $(X, Y) \sim \mathrm{U}[(0,2) \times (0,5)]$. Härled X:s och Y:s marginaltätheter samt visa att X och Y är oberoende. (4 p)

6. Låt utfallet av ett visst experiment vara slumpmässigt och bero av en parameter θ. Antag att man gör n oberoende upprepningar av detta experiment och ska beräkna en punktsskattning av θ med

   (a) momentmetoden,

   (b) ML-metoden.

   Redogör i båda fallen för hur man går tillväga. (4 p)

7. Visa att stickprovsvariansen S^2 är en väntevärdesriktig skattning av variansen σ^2. Här förutsätts att observationerna är oberoende, n till antalet och att deras fördelning har ändligt andramoment. (4 p)

8. I ett laboratorium gjordes fem väntevärdesriktiga mätningar av en viss storhet μ. Man erhöll

   $$11.67 \quad 12.98 \quad 6.99 \quad 9.95 \quad 9.61$$

   Antag normalfördelade fel.

   (a) Punkt- och intervallskatta μ. Låt konfidensgraden vara 95%. (4 p)

   (b) En viktig förutsättning har ej nämnts. Vilken? (1 p)

Lycka till!