

TMS050: Matematisk statistik för Z, del A

Tentamen 17 januari 2002 f M

Tillåtna hjälpmedel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour är Ulrica Olofsson (ankn 5336).

Uppgifter

1. En kortlek består av 52 kort indelade i fyra färger ruter, klöver, hjärter och spader. Varje färg innehåller 9 kort numrerade från 2 till 10, en knekt, en dam, en kung och ett ess. Detta kallas för kortets valör. Antag nu att du har en välblandad kortlek och att du ur den ska dra 5 kort. Vad är sannolikheten att du drar 3 av en valör och 2 av en annan? (4 p)
2. Medelst mätningar försöker man avgöra huruvida ett visst litet markområde ska betraktas såsom förorenat eller ej. Antag att man initialt inte vet något och därför ansätter att föroreningssannolikheten är 0.5. För mätproceduren gäller att den detekterar förorening med sannolikheten 0.85 om området verkligen är förorenat och med sannolikheten 0.3 om området ej är förorenat. Antag nu att mätningen detekterade förorening. Vad är, under dessa förutsättningar, sannolikheten att området verkligen är förorenat? (4 p)
3. Det gäller ju att $\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y]$ om X och Y är oberoende. Visa med ett exempel att denna additionsregel för varianser ej kan gälla allmänt. (3 p)
4. Låt W vara tiden tills första impulsen i en Poissonprocess med intensitet λ impulser per tidsenhet. Vilken fördelning har W ? (4 p)

5. De två kontinuerliga stokastiska variablerna X, Y har den gemensamma tätheten

$$f_{X,Y}(x, y) = 6(1 - x), \quad 0 < y < x < 1$$

Bestäm X :s och Y :s respektive tätheter. (4 p)

6. Man tillfrågade 1000 slumpmässigt valda röstberättigade svenskar om deras partisympatier. Av dessa svarade 293 att de föredrar socialdemokraterna. Punkt- och intervallskatta sannolikheten p att en godtycklig väljare föredrar socialdemokraterna. Konfidensgraden ska vara ca 95%. (3 p)
7. Vid ett senare tillfälle (jfr med ovanstående uppgift) tillfrågades 2000 slumpmässigt valda väljare om deras partisympatier. Denna gång var det 608 st som svarade att de sympatiserar med socialdemokraterna. Har det skett någon signifikant förändring av sannolikheten p att en godtycklig väljare föredrar socialdemokraterna. Konfidensen i ditt svar ska vara ca 95%. (4 p)
8. Du har för avsikt att medelst ett eller två oberoende försök skatta en viss storhet som vi kan kalla θ . Förklara på högst en A4-sida för en som inte har läst kursen i matematisk statistik, varför det är bättre att göra två försök och beräkna medelvärde än att bara göra ett försök. (4 p)

Lycka till!