Tentamen i Diskret Matematik MVE070, 2015-08-17

Examinator: Johan Wästlund, tel 073-500 25 83.

Tillåtna hjälpmedel: Handskriven "formelsamling" på ett A4-ark (2 sidor).

Varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För godkänt krävs 20 poäng (inklusive bonuspoäng).

1. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna. Motivera dina svar!

   (a) $\{1,2,3\} \subseteq \{1,2\}$.

   (b) Den satslogiska utsagan $p \wedge p$ är en tautologi.

   (c)
   $$\binom{6}{3} = 20.$$

   (d)
   $$\sqrt{7! + 1} = 71.$$

   (e)
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1.$$

2. Bestäm antalet element i följande mängder:

   (a) $\{2+2, 2 \cdot 2, 2^2\}$.

   (b) $\{1,2,3,4\} \cup \{3,4,5\}$.

   (c) $\{1,2,3,4\} \cap \{3,4,5\}$.

   (d) $\{1,2,3\} \times \{1,3\}$.

   (e) Potensmängden till $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

3. Bestäm den största gemensamma delaren till talen 2758 och 3038. Uttryck detta tal på formen $2758x + 3038y$, där x och y är heltal.

4. Beräkna

$$\sum_{k=1}^{1000} k.$$

5. Beräkna 8^{96} modulo 97.

6. Bevisa att ekvationen

$$x^2 + y^2 = 1000003$$

saknar heltalslösningar, genom att välja lämpligt tal n och visa att kongruensen

$$x^2 + y^2 \equiv 1000003 \pmod{n}$$

saknar lösningar (det finns ett ganska litet n som fungerar!).

7. Ett schackbräde har 8×8 rutor. På hur många sätt kan man ställa en vit kung och ett svart torn på brädet, under villkoret att tornet inte hotar kungen, det vill säga så att kungen och tornet inte står på samma rad eller samma kolumn (eller *linje* som schackspelarna säger)?

8. Rita två grafer som båda har fyra noder och fyra kanter, men ändå inte är isomorfa. Motivera att de inte är isomorfa genom att ange en egenskap som den ena grafen har, men inte den andra.