

TENTAMEN: Matematisk statistik och diskret matematik D (MVE055/MSG810)

Tid och plats: Tisdagen den 26 augusti 2008, kl. 08.30–12.30, Maskin-salar.

Jour: Marcus Isaksson, tel 0708-527663. Besöker tentamenssalen ca kl 10.00, 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och Beta.

Betygsgränser: 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. Maximalt antal poäng är 30.

1. (3p) En stokastisk variabel Y har fördelningsfunktionen

$$F_Y(y) = \frac{y^3 + 2y}{12}, \quad 0 \leq y \leq 2$$

Beräkna täthetsfunktion och väntevärde för Y .

2. (3p) Ange fördelning (inklusive alla parametrar) för följande stokastiska variabler:

- Tiden (i sekunder) till den första händelsen inträffar i en Poisson-process med intensiteten 5 händelser per sekund.
- Antal (oberoende och ideala) slantsinglingar som krävs tills klave fås.
- Antal ettor som fås om fem vanliga (oberoende och ideala) tärningar kastas.

3. (3p) När Kalles innebandygäng (som består av sex personer) träffas för att spela brukar de inför varje match dela upp sig slumpmässigt i två lag med tre personer i varje.

- Om de spelar två matcher, vad är sannolikheten att samma lag möts båda matcherna?
- Vad är väntevärdet av antalet spelare som byts ut i Kalles lag mellan två matcher?

Anta att alla lagindelningar är lika sannolika och att varje ny indelning är oberoende av tidigare indelningar.

4. (3p) I en opinionsundersökning fick ett antal slumpmässigt utvalda röstberättigade ta ställning till frågan "Vilket parti skulle du rösta på i riksdagsvalet om det vore val idag?" Efter att blanka röster, dit vi även räknar personer som inte anger ett parti, hade sorterats bort blev resultatet:

Parti	S	V	MP	M	C	FP	KD	SD	Övriga
Antal röster	785	102	125	427	104	145	83	79	39

Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för andelen röstberättigade i hela befolkningen som skulle ha sagt sig rösta på den nuvarande regeringen (M+C+FP+KD). (Återigen ignorerar vi blanka röster).

5. (3p) Under en typisk hagelstorm beräknas det falla 60 hagelkorn per kvadratmeter och sekund. Ett perfekt klotformat äpple med radien 2 cm sitter oskyddat högst upp i ett träd. Anta att hagelstormen pågår i 30 sekunder (den börjar och slutar tvärt) och att kornen faller nästintill lodrätt. Gör lämpliga antaganden och beräkna sannolikheten för att inga hagelkorn träffar äpplet.

6. (3p) Låt X och Y vara två stokastiska variabler. Anta att X har väntevärde 3 och varians 4 medan Y har väntevärde -5 och varians 16. Anta dessutom att korrelationskoefficienten mellan X och Y är 0.5. Beräkna
- $\mathbf{E}[4X - 5Y]$
 - $\mathbf{Cov}(X, Y)$
 - $\mathbf{E}[X^2]$
7. (3p) Ett spelbolag uppskattar sannolikheten för att Rafael Nadal slår Roger Federer i morgondagens tennisfinal till 75%.
- Vilket odds bör bolaget ge den som satsar på vinst för Nadal om de vill ha en förväntad förtjänst på 2 öre för varje satsad krona?
Obs: Om oddset är x och en person satsar a kronor så måste denne först betala in a kronor till spelbolaget och får därefter tillbaka $x \cdot a$ kronor om han/hon satsade rätt.
 - Anta att 1000 personer vardera satsar 10 kr på att Nadal vinner och oddset är satt som i a). Vad blir då väntevärdet och standardavvikelsen för bolagets totala vinst?
8. (6p) En viss typ 1-kilos sockerpaket innehåller alltid $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$ sockerbitar. Av produktionstekniska anledningar varierar vikten av varje enskild sockerbit en aning och kan antas vara normalfördelad med väntevärde μ och standardavvikelse σ samt oberoende av övriga bitars vikt.
- Vad är sannolikheten att ett givet sockerpaket väger mindre än 1 kg, om $\mu = 2.98$ gram och $\sigma = 0.07$ gram?
 - Företaget är mycket angeläget om att paketen inte får väga mindre än 1 kg i snitt. För att kontrollera detta vägs 25 sockerbitar och ett stickprovsmedelvärde på $\bar{x} = 3.01$ gram och en stickprovsstandardavvikelse på $s = 0.050$ gram noteras. Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för μ .
 - Kan du (baserat på b) dra slutsatsen att företagets krav är uppfyllt (dvs att paketen väger mer än 1 kg i snitt)?
9. (3p) Ett stort företag inom restaurangbranschen har under en tid låtit alla sina nyanställda fylla i en enkät efter ett års anställning där den anställda bland annat får ta ställning till frågor som
- Trivs du med din nuvarande arbetssituation?
 - Har du tidigare erfarenhet av jobb inom restaurangbranschen?

Enligt en sammanställning av enkäterna så är det dubbelt så vanligt att de anställda säger sig trivas om de har tidigare erfarenhet av restaurangbranschen än om de inte har det. Totalt säger sig 60% trivas, medan endast 40% har tidigare erfarenhet av restaurangbranschen.

Hur stor andel av de som inte säger sig trivas saknar tidigare erfarenhet?

Lycka till!