

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola
Tentamen

Datum: 2020-10-10 kl. 08.30–12.30

Telefonvakt: Hossein Raufi

Telefon: 070 - 449 02 37

MVE041 Flervariabelmatematik Z1

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Beräkna $\iint_D \sin(x+y)dA$ där D är området som beskrivs av olikheterna $y \geq 0$, $y \leq x$ och $y \leq 2-x$. (3 p)

(a) Beräkna $\iint_T xy\sqrt{x^2+y^2}dA$ där T är triangeln med hörnen $(0,0)$, $(1,0)$ och $(1,1)$.

Använd därefter detta resultat till att beräkna $\iint_D xy\sqrt{x^2+y^2}dA$ där D är kvadraten med hörnen $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. (4 p)

2. (a) Bestäm tangentplanet till ytan $x^2z + z^2 = 2xy + y^2$ i punkten $(0, -1, 1)$. (3 p)

(b) Bestäm $C \in \mathbb{R}$ så att planet $2x + 2y + z = C$ tangerar ytan $x + y^2 + z^4 = 1$. (4 p)

3. Beräkna arbetet som utförs då kraftfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y) = \left((2x + x^2y)e^{xy}, x^3e^{xy} + 1 \right)$$

flyttar en partikel längs kurvan $y = \sqrt{\frac{9}{4} - 9x^2}$ från $x = 0$ till $x = -1/2$.

4. Transformera den partiella differentialekvationen (6 p)

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = xy, \quad x > 0$$

genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u = x, \\ v = \frac{x}{y}. \end{cases}$$

Obs! Du behöver inte lösa differentialekvationen, bara transformera den från (x, y) - till (u, v) -koordinater.

5. Använd Lagrange-multiplikatorer till att bestämma den största möjliga volymen för ett rätblock vars totala begränsningsyta är 2 m^2 . (6 p)

Var god vänd!

6. Beräkna volymen av den kropp som beskrivs av olikheterna $z \geq 0$, $z \geq x^2 + y^2 - 1$, och $z \leq \sqrt{x^2 + y^2} + 1$. (6 p)

7. Ytan $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $x^2 + y^2 \leq 4$ har densiteten (6 p)

$$\rho(x, y, z) = z\sqrt{x^2 + y^2} \text{ kg/m}^2.$$

Beräkna ytans massa.

8. Beräkna det största värde som linjeintegralen (6 p)

$$\oint_{\gamma} y^3 dx + (3x - x^3) dy$$

där γ är en enkel, sluten kurva genomlöst ett varv moturs, kan anta.

Lycka till!
/Hossein