**MATEMATIK** **Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare**
Chalmers tekniska högskola Datum: 2017-05-29 kl. 08.30–12.30
Tentamen Telefonvakt: Hossein Raufi
Telefon: 5315

# MVE041 Flervariabelmatematik Z1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

---

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

**1**. Låt $f(x, y) = 2x^4 + y^2 + x$.

(a) Beräkna tangentplanet till grafen $z = f(x, y)$ i punkten $(1, 1, 4)$. (2 p)

(b) Beräkna tangentlinjen till nivåkurvan till $f$ genom $(1, 1)$. (2 p)

(c) Beräkna alla kritiska punkter för $f$ och bestäm deras karaktär. (3 p)

**2**. Beräkna dubbelintegralen (6 p)

$$\iint_D x^2y^2 dA$$

där $D$ är området, $-1 \le x \le 1$, $-\sqrt{1-x^2} \le y \le \sqrt{1-x^2}$.

**3**. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = x^3y$ på området $x^2 + 2y^2 \le 1$. (6 p)

**4**. (a) Formulera nödvändiga och tillräckliga villkor som garanterar att ett vektorfält $\mathbb{F} : D \to \mathbb{R}^3$, $D \subset \mathbb{R}^3$, är konservativt. (1 p)

(b) Bestäm konstanterna $A, B \in \mathbb{R}$ så att vektorfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y, z) = \big(Ax\sin(\pi y), x^2\cos(\pi y) + Bye^{-z}, y^2e^{-z}\big)$$

blir konservativt, och beräkna därefter linjeintegralen $\oint_{\mathcal{C}} \mathbb{F} \bullet d\mathbf{r}$ där $\mathcal{C}$ är den räta linjen från $(0, 0, 0)$ till $(1, 1/2, 2)$.

**5**. Beräkna arean av den del av ytan $x^2 + y^2 = 2z$ som ligger ovanför området, $x^2 + y^2 \le 1$, $x \ge 0$. (6 p)

**6**. Låt $D$ vara det begränsade område i $\mathbb{R}^2$ som avgränsas av kurvorna $y = -x^2$, $x = \sqrt{y}$ och $x = 1$. Beräkna arbetet som vektorfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y) = (-y\sin(x^3), y^2)$$

utför längs $\partial D$, orienterat moturs.

**Var god vänd!**

**7**. Låt $K$ vara den begränsade kropp i $\mathbb{R}^3$ som avgränsas av ytorna $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ och $3z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$. Beräkna flödet in i $\partial K$ av vektorfältet (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y, z) = \big( - xy^2 + e^{\sin(-z^3 - y^2 z)}, 2yz^2 + \ln(1 + x^2), -z^3 - x^2 z \big).$$

**8**. Låt $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ vara en deriverbar funktion. Visa att funktionen (6 p)

$$u(x, y, z) = \frac{z}{y} f\left(\frac{xy}{z^2}, \frac{y}{x}\right)$$

löser differentialekvationen

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Lycka till!

/Hossein