

**Tentamen: Flervariabelmatematik Z2, MVE041, (MVE040), Chalmers,  
2012-10-25, V**

Skrivtid: 08.30-12.30.  
Ansvarig: Thomas Ericsson, tel 772 10 91, e-post: thomas@chalmers.se.  
Vakt: Adam Andersson, tel. 0703-088304.  
Frågor om tentamen kan ställas omkring 9.30 och 11.30.  
Resultat: E-post från LADOK. Jag kommer att sätta upp ett meddelande på www-sidan när jag har rättat klart och när visning äger rum.  
Betygsgränser: 10, 15, 20 poäng av maximalt 25.  
Lösningsförslag: På www efter 17.  
**Hjälpmedel:** Inga, förutom bifogat formelblad.

**Iakttag följande:**

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs!
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom **alla** uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.
- Vektorer och matriser skrivs med **fetstil** och ej med tilde ( $\tilde{\phantom{x}}$ ).

**Kontrollera att Du skriver rätt flervariabel-tenta! Det kan gå flera samma dag.**

1. Vi vill hitta tre reella tal som uppfyller följande tre villkor: talens summa skall vara ett, summan av kvadraterna på talen skall vara fem och slutligen skall summan av kuberna på talen vara fyra. Ställ upp Newtons metod för detta system av ekvationer. (3p)
2. Beräkna
$$\int_{\gamma} y \, dx + x + xy \, dy$$
där  $\gamma$  är den del av enhetscirkeln som ligger i första kvadranten. Kurvan är orienterad moturs. (3p)
3. Låt  $f(x, y) = x^2y + x^2 - y^3 + 3$ . Bestäm alla punkter  $(x, y, f(x, y))$  där  $f$  har tangentplan som är parallella med  $xy$ -planet. (3p)
4. Bestäm minsta- och största värde av  $f(x, y, z) = x + y^2z$  givet att  $y^2 + z^2 = 2$  och  $x = z$ . (3p)
5. Beräkna volymen av det begränsade området mellan paraboloiden  $z = x^2 + y^2$  och planet  $3x + 2y + z = 2$ . (3p)

6. Finn alla lösningar av formen  $f(x, y) = g(x^2 - y)$  till differentialekvationen  $2f'_y + f''_{xx} + xf''_{xy} = 0$ . (3p)

7. Avgör för a) respektive b) nedan om gränsvärdet existerar och beräkna i så fall gränsvärdet.

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{(x^2+y^2)} - 1}{x^2 + y^2} \qquad \text{b) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{(x^2+y^4)} - 1}{x^2 + y^2}$$

(3p)

8. Vi har en konservburk (rak cirkulär cylinder) med höjd  $H = 4.1$  le (längdenheter) och radie  $R = 1.8$  le. I burken skall **två likadana** klot placeras så att klotens sammanlagda volym maximeras. Efter att kloten har förpackats i burken förses den med lock och botten (kloten måste alltså rymmas i burken).

a) Gör en matematisk formulering av problemställningen. Slarva inte med detaljerna.

**Om jag inte förstår vad du menar får du inga poäng på uppgiften!**

b) Skriv en Matlabkod som utnyttjar `fmincon` för att lösa problemet. Ditt program skall skriva ut maximal volym samt värdena på de variabler som behövs för att placera kloten. Du behöver **inte** skicka med `options`.

**Du får inga problem om du löser problemet för hand.**

`fmincon` kan ju lösa följande problem:

```
min f(x)
    LB <= x <= UB           enkla gränser
    A * x <= B,      Aeq * x = Beq   linjära bivillkor
    C(x) <= 0,      Ceq(x) = 0      icke linjära bivillkor
```

Vi minns också funktionsprototyperna och anropet av `fmincon`:

```
function obj_val = obj_fun(x) och function [in_eq, eq] = constr_fun(x)
[x_opt, obj_val] = fmincon(@obj_fun, x_guess, A, B, Aeq, Beq, LB, UB, @constr_fun)
```

(4p)