# **Tentamen:** Flervariabelmatematik Z2, MVE041, (MVE040), Chalmers, 2010-01-14, V

| | |
|---|---|
| Skrivtid: | 08.30-12.30. |
| Ansvarig: | Thomas Ericsson, tel 772 10 91, e-post: thomas@chalmers.se. |
| Vakt: | Fredrik Lindgren, tel. 0703-088304. |
| | Frågor om tentamen kan ställas omkring 9.30 och 11.30. |
| Resultat: | Kontakta vår studieexpedition. Jag kommer att sätta upp ett meddelande på www-sidan när jag har rättat klart och när visning äger rum. |
| Betygsgränser: | 10, 15, 20 poäng av maximalt 25. |
| Lösningsförslag: | På www efter kl. 19. |
| **Hjälpmedel**: | Inga, förutom bifogat formelblad. |

**Iakttag följande:**
- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs!
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom **alla** uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.
- Vektorer och matriser skrivs med **fetstil** och ej med tilde (˜).

**Kontrollera att Du skriver rätt flervariabel-tenta! Det kan gå flera samma dag.**

1. Vi vill hitta en funktion på formen $f(x) = ax + bx^2 + \cos(cx)$ som satisfierar följande villkor: $f(1) = 1$, $f'(1) = 1.23$ och $f(2) = 0.75$. $a$, $b$ och $c$ skall alltså bestämmas. Ställ upp ett system av ekvationer, för problemet, och formulera sedan Newtons metod för detta system. Försök **inte** att lösa systemet för hand. (3p)

2. Vi har en gummiduk i form av en **liksidig triangel**, där sidornas längd är 1m och vi vill stansa (klippa) ut **två lika stora** cirkelskivor ur duken. Vi vill ha så stora cirkelskivor som möjligt (dvs. få så lite spill som möjligt).
   a) Gör en matematisk formulering av problemställningen. Slarva inte med detaljerna. **Om jag inte förstår vad du menar får du inga poäng på uppgiften!** Du kan utgå från att stansningen kan utföras exakt och utan att duken deformeras.
   b) Skriv en Matlabkod som utnyttjar `fmincon` för att lösa problemet. Ditt program skall skriva ut de värden som behövs för att klippa ut de två cirkelskivorna. Du behöver **inte** skicka med `options`. (4p)

   Använd `fmincon` för att lösa problemet (lös det **inte** för hand, det går, men det ger **inga** poäng). Du får inga poäng för lösningen till en gammal, liknande, tentauppgift heller.
   `fmincon` kan ju lösa följande problem:

```
min f(x)
  LB <= x <= UB                        enkla gränser
  A * x  <= B,      Aeq * x = Beq      linjära bivillkor
  C(x)   <= 0,      Ceq(x)  = 0        ickelinjära bivillkor
```

   Vi minns också funktionsprototyperna och anropet av `fmincon`:

```
function obj_val = obj_fun(x)  och  function [in_eq, eq] = constr_fun(x)
[x_opt, obj_val] = fmincon(@obj_fun, x_guess, A, B, Aeq, Beq, LB, UB, @constr_fun)
```

3. Beräkna
$$\int_\gamma y^2 - x^3 \; dx - x/y \; dy$$
där $\gamma$ är hyperbelbågen, $y = 1/x$, från punkten $(1,1)$ till $(2, 1/2)$. (3p)

4. Bestäm den punkt på ytan $x^3 + 3xy - x - 2z + 4 = 0$ där ytans tangentplan är parallellt med planet $11x + z = 2003$. Ange också tangentplanets ekvation. (3p)

5. Bestäm största och minsta värde av funktionen, $f(x,y) = x^2 - 2xy + xy^2$, i området $|x| \leq 2,\; |y| \leq 2$. (3p)

6. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytorna
$$z = 2 - (x^2 + 2y^2) \text{ och } z = 5x^2 + 10y^2 - 1 \qquad \text{(3p)}$$

7. Lös differentialekvationen
$$xf'_x + 3yf'_y = 4xy,\; x > 0,\; y > 0$$
genom att införa de nya variablerna $u = y/x^3$ och $v = x$. (3p)

8. Avgör för a) respektive b) nedan om gränsvärdet existerar och beräkna i så fall gränsvärdet.
$$\text{a)} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin^2 x - \sin^2 y}{x - y} \qquad \text{b)} \lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{z^2(x^2+y^2)}{\sin(xy)}$$
(3p)