

## Tentamen: Flervariabelmatematik Z2, MVE041, (MVE040), Chalmers, 2009-10-24, V

Skrivtid: 08.30-12.30.  
Ansvarig: Thomas Ericsson, tel 772 10 91, e-post: thomas@chalmers.se.  
Vakt: Fredrik Lindgren, tel. 0703-088304.  
Frågor om tentamen kan ställas omkring 9.30 och 11.30.  
Resultat: Kontakta vår studieexpedition. Jag kommer att sätta upp ett meddelande på www-sidan när jag har rättat klart och när visning äger rum.  
Betygsgränser: 10, 15, 20 poäng av maximalt 25.  
Lösningförslag: Måndag på www.  
Hjälpmedel: Inga, förutom bifogat formelblad.

### Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs!
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom **alla** uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.
- Vektorer och matriser skrivs med **fetstil** och ej med tilde ( $\tilde{\phantom{x}}$ ).

**Kontrollera att Du skriver rätt flervariabel-tenta! Det kan gå flera samma dag.**

1. Vi vill hitta en funktion på formen  $f(x) = ax + e^{bx} + \sin(cx)$  som satisfierar följande villkor:  
 $f(1) = 1$ ,  $f'(1) = 1.23$  och  $f(2) = 0.75$ .  $a$ ,  $b$  och  $c$  skall alltså bestämmas. Ställ upp ett system av ekvationer, för problemet, och formulera sedan Newtons metod för detta system. Försök **inte** att lösa systemet för hand. (3p)
2. Vi har en gummiduk i form av en rätvinklig triangel, där kateternas längd är 1m och vi vill stansa (klippa) ut **tre lika stora** cirkelskivor ur duken. Vi vill ha så stora cirkelskivor som möjligt (dvs. få så lite spill som möjligt).
  - a) Gör en matematisk formulering av problemställningen. Slarva inte med detaljerna. **Om jag inte förstår vad du menar får du inga poäng på uppgiften!** Du kan utgå från att stansningen kan utföras exakt och utan att duken deformeras.
  - b) Skriv en Matlabkod som utnyttjar `fmincon` för att lösa problemet. Ditt program skall skriva ut de värden som behövs för att klippa ut de tre cirkelskivorna. Du behöver **inte** skicka med `options`. (4p)Använd `fmincon` för att lösa problemet (lös det **inte** för hand, det går, men det ger **inga** poäng).  
`fmincon` kan ju lösa följande problem:

```
min f(x)
LB <= x <= UB          enkla gränser
A * x <= B,           Aeq * x = Beq   linjära bivillkor
C(x) <= 0,           Ceq(x) = 0       ickelinjära bivillkor
```

Vi minns också funktionsprototyperna och anropet av `fmincon`:

```
function obj_val = obj_fun(x) och function [in_eq, eq] = constr_fun(x)
[x_opt, obj_val] = fmincon(@obj_fun, x_guess, A, B, Aeq, Beq, LB, UB, @constr_fun)
```

3. Beräkna

$$\int_{\gamma} y^2 - x^3 \, dx - x/y \, dy$$

där  $\gamma$  är parabelbågen,  $y = x^2$ , från punkten  $(1, 1)$  till  $(2, 4)$ . (3p)

4. Bestäm konstanten  $d$  så att planet  $2x + 2y + z = d$  tangerar ytan  $x + y^2 + z^4 = 1$ . (3p)

5. Bestäm största och minsta värde av funktionen,  $f(x, y) = x^2 + 2xy + xy^2$ , i området  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$ . (3p)

6. Beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytorna

$$z = x^2 + y^2 \text{ och } z = 5x^2 + 10y^2 - 1 \quad (3p)$$

7. Lös differentialekvationen,  $x^2 f''_{xx} + 2xy f''_{xy} + y^2 f''_{yy} = xy$ , genom att införa de nya variablerna  $u = x$  och  $v = x/y$ . (3p)

8. Avgör för a) respektive b) nedan om gränsvärdet existerar och beräkna i så fall gränsvärdet.

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin x - \sin y}{x - y} \qquad \text{b) } \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{z(x^2 + y^2)}{\sin(xy)}$$

(3p)