

Tentamen: Flervariabelmatematik Z2, MVE040, Chalmers, 2007-10-22, V

Skrivtid: 14.00-18.00.
Ansvarig: Thomas Ericsson, tel 772 10 91, e-post: thomas@math.chalmers.se.
Vakt: Peter Lindroth, tel. 0762-721860.
Frågor om tentamen kan ställas omkring 15 och 17.
Resultat: Kontakta vår studieexpedition. Jag kommer att sätta upp ett meddelande på www-sidan när jag har rättat klart och när visning äger rum.
Betygsgränser: 10, 15, 20 poäng av maximalt 25.
Lösningsförslag: Måndag på www.
Hjälpmedel: Inga, förutom bifogat formelblad.

Iakttag följande:

- Skriv tydligt och disponera papperet på ett lämpligt sätt.
- Börja varje ny uppgift på nytt blad.
- Fullständiga lösningar och motiveringar krävs!
- Skriv Ditt personnummer på försättsbladet.
- Sortera Dina lösningar i nummerordning.
- Läs igenom **alla** uppgifterna. De är inte sorterade efter svårighetsgrad.
- Vektorer och matriser skrivs med **fetstil** och ej med tilde ($\tilde{}$).

Kontrollera att Du skriver rätt flervariabel-tenta! Det kan gå flera samma dag.

1. Vi vill använda Newtons metod för att hitta ett värden på a, b, c så att $abc = 1$, $a^2 + b^2 = 4 - c^2$ och $a^4 + b^4 = 8 - c^4$. Sätt upp Newtons metod för problemet. OBS: lös inte problemet för hand och eliminera inte variabler, utan applicera Newtons metod på originalproblemet. (3p)
2. `fmincon`, som användes i lab3, kan ju lösa följande problem:

```
min f(x)
  LB <= x <= UB          enkla gränser
  A * x <= B,           Aeq * x = Beq   linjära bivillkor
  C(x) <= 0,           Ceq(x) = 0      ickelinjära bivillkor
```

Vi minns också funktionsprototyperna och anropet av `fmincon`:

```
function obj_val = obj_fun(x) och function [in_eq, eq] = constr_fun(x)
[x_opt, obj_val] = fmincon(@obj_fun, x_guess, A, B, Aeq, Beq, LB, UB, @constr_fun)
```

Skriv en Matlabkod som utnyttjar `fmincon` för att lösa följande problem:

Vi vill maximera volymen av en låda (rätblock) då längden på varje sida får vara högst 1 m. Vidare måste summan av längd och bredd vara minst 0.5 m men får inte överstiga 1.8 m. Summan av längd och höjd får inte överstiga 1.5 m men måste minst vara 1.25 m. Rymddiagonalen (den diagonal som har sina ändpunkter i två hörn som **inte** ligger i samma sidoyta) skall ha en längd av minst 1.4 m. Du behöver **inte** skicka med extra options. (3p)

Fortsättning på nästa sida!

3. Givet ytan som definieras av $x^2y + 2xy + z = 3$, bestäm alla punkter på ytan där ytans tangentplan är **parallellt** med planet $15x + 3y + z = 5$. (3p)

4. Lös differentialekvationen

$$2f'_x(x, y) + 3f'_y(x, y) = 18x + 3y$$

genom att införa de nya variablerna u och v , och ett lämpligt α , enligt:

$$\begin{cases} x = u + \alpha v \\ y = v \end{cases} \quad (3p)$$

5. Beräkna minsta och största värde av

$$f(x, y) = 4x^2 + 4x + 5y^2 + 5y$$

på området $4x^2 + 5y^2 \leq 1$, $x \geq 0$. (4p)

6. Skissera samt beräkna volymen av den kropp som begränsas av ytorna:

$$z = 6 - (x^2 + y^2) \quad \text{samt} \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3p)$$

7. Beräkna

$$\int_{\gamma} xy e^x dx + xy \sin y dy$$

där γ går moturs runt kvadraten med hörn i $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ och $(1, 2)$. (3p)

8. Avgör för a) respektive b) nedan om gränsvärdet existerar och beräkna i så fall gränsvärdet.

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\pi + \sin(x-y)}{e^{-x} \cos(x+y)} \qquad \text{b) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{2x^4 + y^4}$$

(3p)