LÖSNINGAR TILL

Tentamen i Robotteknik MPR211, 13 mars 1998

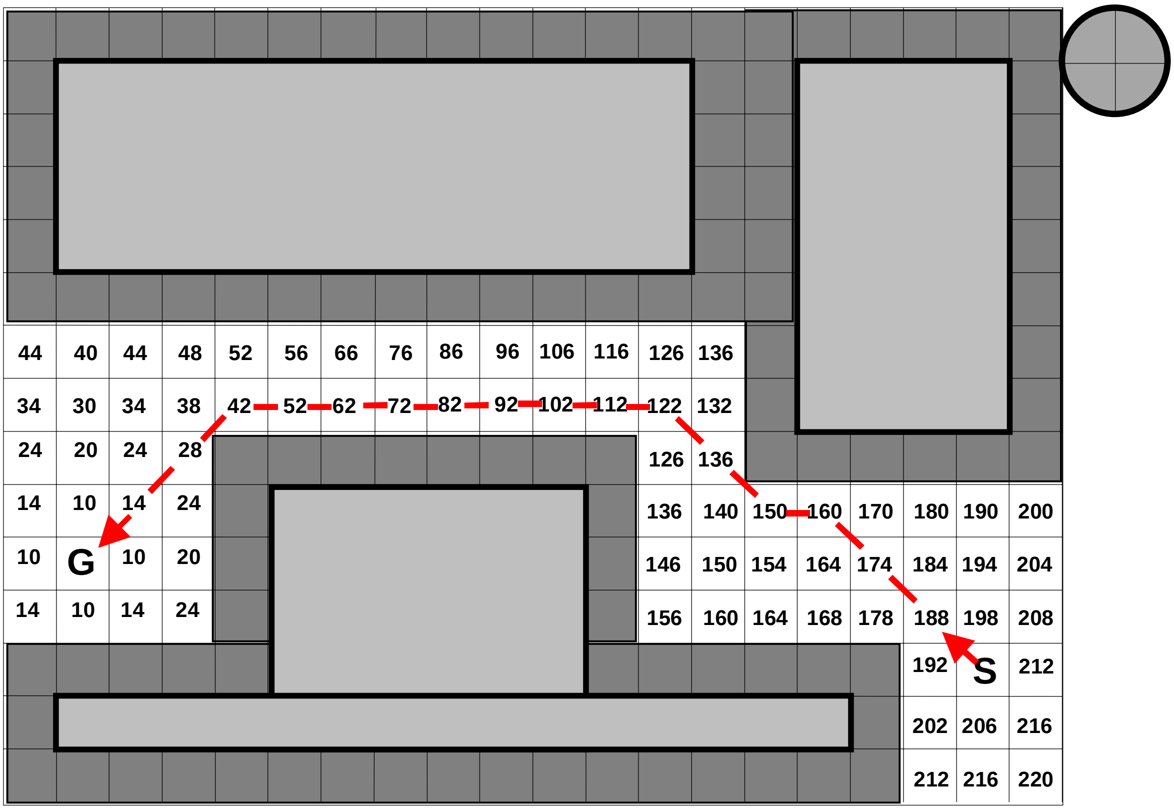
Lärare: Rolf Berlin, ank 1286
Per-Åke Jansson ank 1527

Tillåtna hjälpmedel: Typgodkända kalkylatorer och alla formelsamlingar.

Betygslista anslås fredag 27/3 på Robotlaboratoriets anslagstavla. Granskning sker hos Gunvor Johansson måndag 30/1 kl 13-15 på inst. för prod teknik.

Betygsgränser: 30-39p=betyg 3, 40-49p =betyg 4 50-60p=betyg 5

3c



Lösning uppgift 4

```
FYLLKOLL:SUBR;

HOPP:;
WAITI(55,0,300,BRYT);
BRANCH(HOPP);
BRYT:;
WRITEO(99,1);
END;

FELKOLL:SUBR(VAR);

HOPP:;
TESTI(VAR,0,HOPP);
WRITEO(99,1);
END;
```

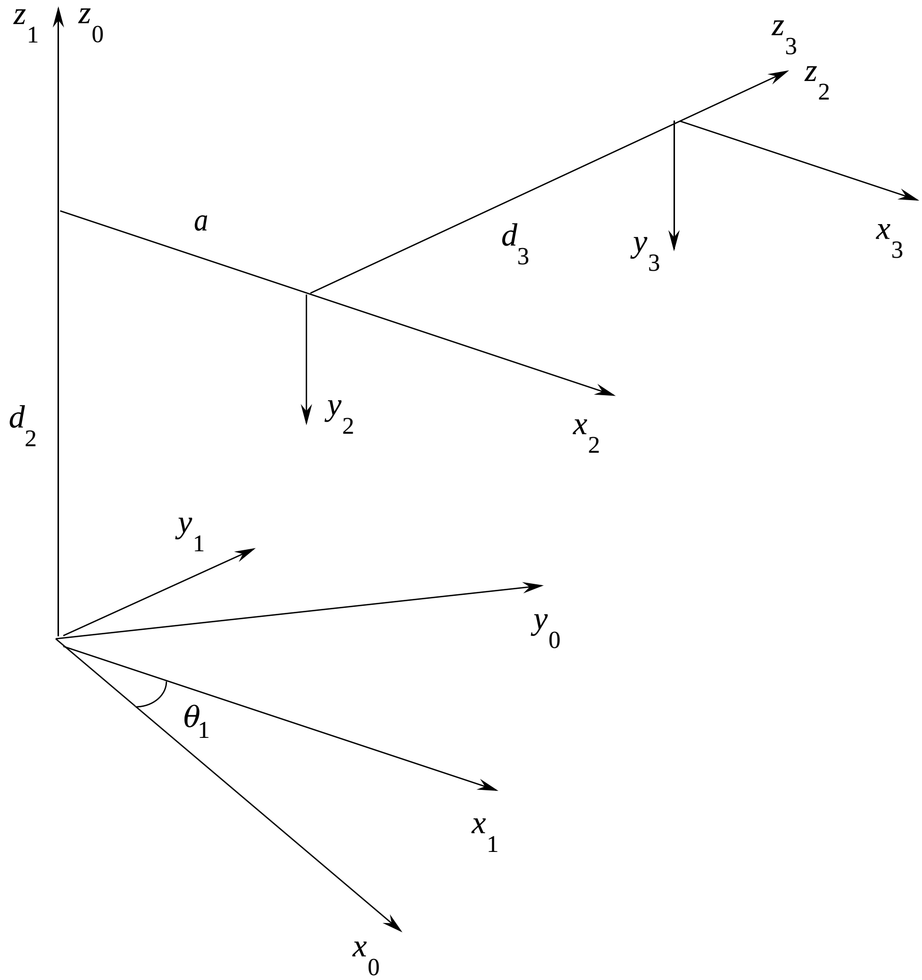
```
HÄMTA:SUBR(H,HZ);

PMOVE(H);
ZMOVE(HZ);
GRASP;
ZMOVE(UPP);
END;

LÄMNA:SUBR(LZ);

ZMOVE(LZ);
RELEASE;
ZMOVE(UPP);
END;
```

```
MONTERA_DIP:SUBR;

HÄMTA(DIP,DIPZ);
PMOVE(MTDIP);
HOPP:;
TESTI(2,0,HOPP);
LÄMNA(MTDIPZ);
END;

MONTERA_RAM:SUBR;
HÄMTA(RAM,RAMZ);
PMOVE(MTRAM);
HOPP:;
TESTI(2,0,HOPP);
LÄMNA(MTRAMZ);
END;

MONTERA:SUBR(VAR);
WRITEO(1,VAR);
MONTERA_DIP;
MONTERA_RAM;
END;
```

```
MATARE:SUBR;

HOPP:;
TESTI(1,0,HOPP);
WRITEO(5,1);
WAITI(2,1,1,BRYT);
WRITEO(5,0);
SKUTT;
TESTI(1,1,SKUTT);
BRANCH(HOPP);

BRYT:;
WRITEO(99,1);
END;
```

```
FYLL: NEW IOT_CREATE(FYLLKOLL);
SORTFEL: NEW IOT_CREATE(FELKOLL,<66>);
INDEXFEL: NEW IOT_CREATE(FELKOLL,<77>);
MATFEL: NEW IOT_CREATE(FELKOLL,<88>);
TÖMFEL: NEW IOT_CREATE(FELKOLL,<99>);
KRETSKORT: NEW IOT_CREATE(MATARE);

MAIN:SUBR;
MONTERA(1);
MONTERA(0);
END;
```

5)



a) Inför koordinatsystem $x_1y_1z_1$ och $x_2y_2z_2$, t ex enligt figuren. Motsvarande **A**-matriser är:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Här är $C_1 = \cos\ \theta_1$ och $S_1 = \sin\ \theta_1$.

Transformationsmatrisen fås som

$$^0\mathbf{T}_3 = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3 = \ldots = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & aC_1 - d_3S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 & aS_1 + d_3C_1 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Länkvariablerna θ_1, d_2 och d_3 bestäms ur följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} a\cos\theta_1 - d_3\sin\theta_1 = -a \\ a\sin\theta_1 + d_3\cos\theta_1 = 3a \\ d_2 = \dfrac{3a}{2} \end{cases}$$

Den tredje ekvationen bestämmer d_2 direkt.

Multiplicera den första ekvationen med cos θ_1 och den andra med sin θ_1 och addera. Då fås:

$$a = -\,a\cos\theta_1 + 3a\sin\theta_1$$

$$\Rightarrow$$

$$a\left(\sin^2\frac{\theta_1}{2} + \cos^2\frac{\theta_1}{2}\right) = -\,a\left(\cos^2\frac{\theta_1}{2} - \sin^2\frac{\theta_1}{2}\right) + 6a\sin\frac{\theta_1}{2}\cos\frac{\theta_1}{2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\cos^2\frac{\theta_1}{2} = 3\sin\frac{\theta_1}{2}\cos\frac{\theta_1}{2}$$ som ger två möjliga lösningar:

1) $\cos\dfrac{\theta_1}{2} = 0 \quad\Rightarrow\quad \theta_1 = 180°$

2) $\tan\dfrac{\theta_1}{2} = \dfrac{1}{3} \quad\Rightarrow\quad \theta_1 = 2\arctan\dfrac{1}{3} = 36{,}9°$

Ur den andra ekvationen fås sedan $d_3 = \dfrac{3a - a\sin\theta_1}{\cos\theta_1}$.

För $\theta_1 = 180°$ fås $d_3 = -\,3a$, vilket strider mot förutsättningen att $d_3 > 0$.

För $\theta_1 = 36{,}9°$ finner man att $d_3 = 3a$.

$\boxed{\text{Svar: } \theta_1 = 36{,}9°,\ d_2 = 3a/2,\ d_3 = 3a}$

6a) Punkten D:s $x_0 y_0$-koordinater kan fås direkt ur figuren:

$$x_0 = p_x = 2a\cos\theta_1 + a\cos(\theta_1+\theta_2) + d_3\sin(\theta_1+\theta_2)$$
$$y_0 = p_y = 2a\sin\theta_1 + a\sin(\theta_1+\theta_2) - d_3\cos(\theta_1+\theta_2)$$
$$z_0 = p_z = 0$$

Verktygets vinkelhastighet är $(\dot\theta_1 + \dot\theta_2)\boldsymbol{e}_{z0}$.

Jacobimatrisens element beräknas enligt följande (rad 3-5 stryks och rad 6 blir därmed rad 3):

$$J_{11} = \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} = -2a\sin\theta_1 - a\sin(\theta_1+\theta_2) + d_3\cos(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{12} = \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} = -a\sin(\theta_1+\theta_2) + d_3\cos(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{13} = \frac{\partial p_x}{\partial d_3} = \sin(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{21} = \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} = 2a\cos\theta_1 + a\cos(\theta_1+\theta_2) + d_3\sin(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{22} = \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} = a\cos(\theta_1+\theta_2) + d_3\sin(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{23} = \frac{\partial p_y}{\partial d_3} = -\cos(\theta_1+\theta_2)$$
$$J_{31} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot\theta_1} = 1$$
$$J_{32} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot\theta_2} = 1$$
$$J_{33} = \frac{\partial \omega_z}{\partial \dot d_3} = 0$$

Sammanfattningsvis fås:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -2a\mathrm{S}_1 - a\mathrm{S}_{12} + d_3\mathrm{C}_{12} & -a\mathrm{S}_{12} + d_3\mathrm{C}_{12} & \mathrm{S}_{12} \\ 2a\mathrm{C}_1 + a\mathrm{C}_{12} + d_3\mathrm{S}_{12} & a\mathrm{C}_{12} + d_3\mathrm{S}_{12} & -\mathrm{C}_{12} \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

där $\mathrm{S}_{12} = \sin(\theta_1+\theta_2)$, etc.

b) En singularitet föreligger då matrisen **J** inte är inverterbar, vilket är fallet då det(**J**) = 0. I ett praktiskt fall kan detta inträffa då två länkar ligger "i linje" med varandra, eller då arbetsvolymens yttre gräns är nådd. I det aktuella problemet händer detta då $\theta_2 = 0$ eller, om detta är möjligt med hänsyn till konstruktionens utformning, då $\theta_2 = 180°$.