

# Tillämpad matematisk statistik LMA521 (EPI och Designs kurs)

## Tentamen 2020-05-02

**Tid:** 14.00-18.00. Klockan 18.00 måste du sluta skriva. Ladda upp lösningar i Canvas senast 18.30, helst som en pdf-fil. Vid tekniska problem i Canvas, maila lösningar till johant@chalmers.se (högst 30MB kan mailas)

**Hjälpmedel:** Valfria hjälpmedel. Samarbete med annan person är **EJ** tillåtet.

**Kursansvarig:** Reimond Emanuelsson

**Examinator:** Johan Tykesson

**Telefonvakt:** Johan Tykesson 0703182096. Nås även via mail: johant@chalmers.se

**Betygsgränser:** För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.

**OBS:** Uppgiftstext på flera sidor.

---

1. (2+3 poäng) Låt  $n$  vara antalet bokstäver i ditt förnamn. Man har gjort  $n$  oberoende mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde  $\mu$  och okänd standardavvikelse  $\sigma$ . Från mätningarna beräknades stickprovsmedelvärdet  $\bar{x} = 85.0$  och stickprovsstandardavvikelse  $s = 4.0$ . Bestäm ett

- (a) tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för  $\mu$ .
- (b) ensidigt uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för  $\sigma$ .

2. (2+3+3+2+3 poäng) Kulspetspennor av märket KSP har livslängd med frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2-x), & \text{om } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

Enheten är månader, och vi antar för enkelhets skull att varje månad är lika lång.

- (a) Visa att  $f(x)$  är en frekvensfunktion.
- (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för livslängden av en penna.
- (c) Administrationen på Chalmers använder 500 pennor av märket KSP. Vad är sannolikheten att summan av de 500 pennornas livslängd överstiger 350 månader?
- (d) Vad är sannolikheten att en given penna fungerar efter 1.5 månader?
- (e) Antag vi har 1000 pennor. Vad är sannolikheten att färre än eller lika med 65 pennor funkar efter 1.5 månader?

Lämpliga approximationer kan användas.

3. (2+4 poäng) Antag att registreringsnummer för bilar har formatet fyra bokstäver följt av fyra siffror. Det är tillåtet att samma bokstav/siffra förekommer flera gånger.
- (a) Hur många olika registreringsnummer finns det? Räkna med att 24 bokstäver används.
- (b) Antag att man väljer ett registreringsnummer slumpmässigt. Vad är sannolikheten att detta har två bokstäver som båda förekommer två gånger? (exempel på en sådan skylt är ABBA1234)
4. (2+3+2 poäng) Låt  $c$  vara en konstant i intervallet  $[0.2, 0.5]$  som du väljer själv. Rullagret Kon34 har en livslängd given av fördelningsfunktionen

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-cx^2}, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad x \text{ enhet år.}$$

- (a) Beräkna sannolikheten att rullagrets livslängd överstiger 1.0 år.
- (b) Antag att vi får reda på att ett rullager fungerar efter 1.0 år. Beräkna den betingade sannolikheten att rullagret inte fungerar efter 2.0 år givet detta.
- (c) Bestäm frekvensfunktionen  $f(x)$  för livslängden för ett rullager.
5. (2+2+2 poäng) Vera jobbar som konsult på ett möbelföretag som snart ska börja sin produktion av en ny utestol. För att bestämma hur stolen ska se ut undersöker man 4 olika faktorer och undersöker hur slumpmässiga kunder betygsätter modellen. Resultatet  $y$  anges i ett slags poäng. Faktorerna som undersöks är:

Faktor	+	-
A	Tillverkad i ek	Tillverkad i plast
B	Fjädring i stolen	ingen fjädring i stolen
C	Ingår i en serie	Ingår inte i en serie
D	Lång rygg	Kort rygg

Undersökningen gjordes med hjälp av följande försöksplan:

Nr.	A	B	C	D	y
1	-	-	-	+	211
2	+	-	-	-	320
3	-	+	-	-	292
4	+	+	-	+	451
5	-	-	+	+	327
6	+	-	+	-	453
7	-	+	+	-	368
8	+	+	+	+	482

- (a) I denna deluppgift, bortse från faktor  $D$ , och antag att man gjort ett fullständigt faktorförsök med faktorerna  $A$ ,  $B$  och  $C$ . Resultaten syns i tabellen ovan. Skatta effekterna  $l_C$  och  $l_{AC}$ .
- (b) Antag samma förutsättningar som i deluppgift  $a$ . Antag dessutom att mätningarna kommer från normalfördelningar, där standardavvikelsen i samtliga fall ges av  $\sigma = 10$ . Avgör på lämpligt sätt om  $l_A$  och/eller  $l_{AC}$  är signifikanta.
- (c) Nu tar vi även hänsyn till faktor  $D$ . Man har gjort ett reducerat faktorförsök, där inställningarna för faktorerna framgår av teckenkolumnen ovan. Vilken generator har använts? Vilket är ordet?

6. (3+1 poäng) Företaget Vallan gör skidvalla för längdåkningsskidor och de misstänker att på senare tid så har kvaliteten på skidorna minskat. För att undersöka detta har man beslutat att under nästa Vasalopp ge ut sin valla till 2000 skidåkare i loppet. I slutet av loppet väljer man sen ut 10 personer på måfå och undersöker ifall valla höll genom hela loppet. Gjorde det inte det så ansågs valla på den skidan defekt. Om 3 eller färre av dessa 10 personer får defekt valla anser man att valla är okej och partiet accepteras. Om istället 6 eller fler får en defekt valla avvisas partiet. Om inget av dessa sker går man istället vidare till urval 2. I urval 2 undersöker man 10 nya personers valla och säger att om totala antalet defekta bland urval 1 och 2 blir 6 eller högre så avvisar man partiet. Annars anser man att valla är okej och partiet accepteras.

(a) Vad är sannolikheten att vi accepterar partiet om felkvoten på valla egentligen är 20%?

(b) Vad är det förväntade antalet personer som kommer undersökas? Det vill säga vad är ASN?

7. (4 poäng) Under företaget Vallans produktion vill man också ha hålla koll på så att inte mängden valla i varje förpackning råkar ändras över tid. Därför har man mätt mängden valla vid 10 tillfällen i 20 olika förpackningar och mäter antalet gram valla de innehöll. Mätvärden finns i följande tabell:

Mättillfälle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}_i$	200	199	202	198	203	202	201	197	195	205
$s_i$	5	6	7	4	7	8	10	7	11	8

Som vanligt står  $\bar{x}_i$  för provgruppsmedelvärdet för och  $s_i$  för provgrupps-standardavvikelse. Avgör med hjälp av kontrollgränser för lämpliga diagram ifall processen är under statistisk kontroll. Du behöver inte rita diagrammen.

8. (5 poäng) I urna  $A$  finns två gröna och två gula bollar. I urna  $B$  finns två gula bollar. Först drar man två bollar slumpmässigt från urna  $A$  (utan återläggning), och placerar dem i urna  $B$ . Nu innehåller urna  $B$  fyra bollar. Till sist drar man 2 bollar slumpmässigt (utan återläggning) från urna  $B$ . Låt  $\xi$  vara antalet gröna bollar som dras från urna  $B$ . Beräkna standardavvikelsen för  $\xi$ .

**Lycka till!**