Lösningar LEU236
14 januari 2017

1 a) Laplace-transformering ger

$$Y \cdot s^2 + 0{,}45\, Y \cdot s + 0{,}05\, Y = U \cdot s + 0{,}5 \cdot U$$

$$Y(s^2 + 0{,}45 s + 0{,}05) = U(s + 0{,}5)$$

$$\Rightarrow \quad G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{s + 0{,}5}{s^2 + 0{,}45 s + 0{,}05} =$$

$$= \frac{20 s + 10}{20 s^2 + 9 s + 1} \Rightarrow K_{LF} = G(0) = 10$$

b) Nollställen

$$s + 0{,}5 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{s = -0{,}5}$$

Poler

$$s^2 + 0{,}45 s + 0{,}05 = 0$$

$$\rightarrow \quad s = -0{,}225 \pm \sqrt{0{,}225^2 - 0{,}05} =$$

$$= -0{,}225 \pm 0{,}025 \qquad \boxed{\begin{aligned} s_1 &= -0{,}25 \\ s_2 &= -0{,}20 \end{aligned}}$$

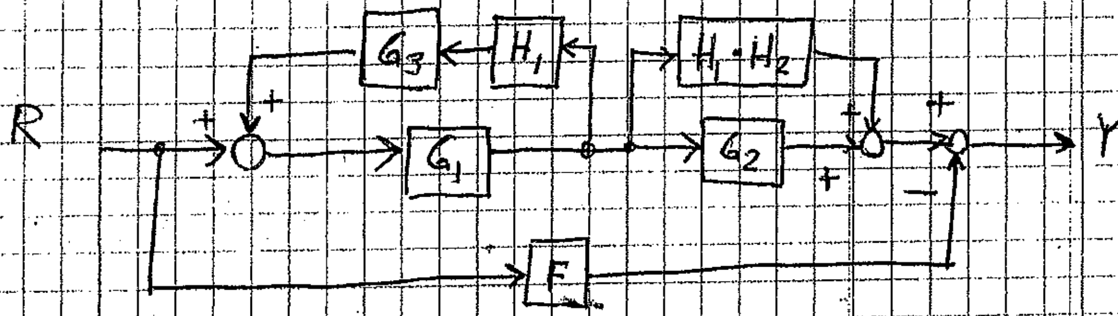
c) Polerna ger:

$$G(s) = \frac{s + 0{,}5}{(s + 0{,}25)(s + 0{,}20)} = \left\{ \begin{array}{l} \text{mult. med} \\ 5 \cdot 4 = 20 \text{ i} \\ \text{täljare \&} \\ \text{nämnare} \end{array} \right\} = \frac{20 s + 10}{(\underset{T_1}{1 + 4s})(\underset{T_2}{1 + 5s})}$$

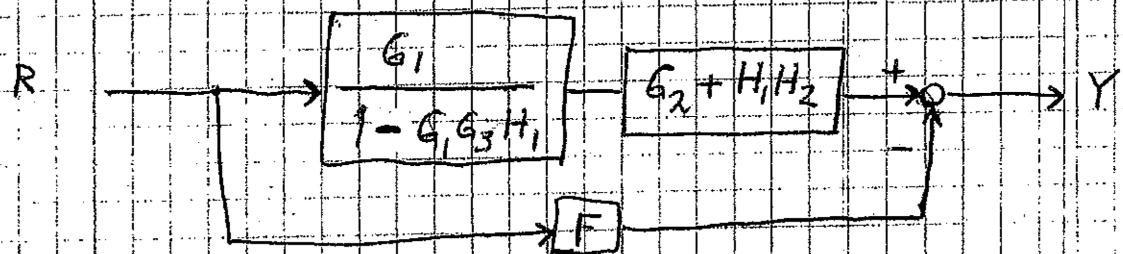
Svar $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tidskonstanterna} \\ \text{blir alltså } T = 4 \\ \text{resp. } T = 5 \end{array} \right.$

2

Omflyttning ger



Förenkling



Vilket ger

$$G_{TOT}=\frac{Y}{R}=\frac{G_1(G_2+H_1H_2)}{1-G_1G_3H_1}-F=$$

$$=\frac{G_1(G_2+H_1H_2)-F(1-G_1G_3H_1)}{1-G_1G_3H_1}=$$

$$=\frac{G_1G_2+G_1H_1H_2-F+G_1G_3H_1F}{1-G_1G_3H_1}$$

$\boxed{3}$ $$G = \frac{U}{E} = K\left(1 + \frac{1}{T_1 \cdot s}\right)$$

Bilineär transform ger   byt $s \to \frac{2(z-1)}{h(z+1)}$

$$H(z) = K\left[1 + \frac{h(z+1)}{2T_1(z-1)}\right] = \frac{K\left(2T_1(z-1) + h(z+1)\right)}{2T_1(z-1)} =$$

$$= \frac{K(2T_1+h)z - K(2T_1-h)}{2T_1 z - 2T_1} =$$

$$= \frac{\frac{K(2T_1+h)}{2T_1} - \frac{K(2T_1-h)}{2T_1} z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{U}{E}$$

Vi får alltså

$$u(k) = u(k-1) + \frac{K(2T_1+h)}{2T_1} e(k) - \frac{K(2T_1-h)}{2T_1} e(k-1)$$

<u>dvs</u>
$$\begin{cases} a = 1 \\ b_1 = \frac{K(2T_1+h)}{2T_1} \\ b_2 = \frac{-K(2T_1-h)}{2T_1} \end{cases}$$

4

Ampl. kurvan ritas m. asymptotmetoden, faskurvan ritas punkt för punkt.

$$G(j\omega) = \frac{2{,}5}{(1+5j\omega)(1+0{,}4j\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan(5\omega) - \arctan(0{,}4\omega)$$

ω	$\varphi(\omega)$
0,1	$-29°$
0,2	$-50°$
0,4	$-73°$
0,8	$-94°$
1,6	$-115°$
2,5	$-130°$
4	$-145°$
8	$-161°$

Vid $\omega = 2{,}5$ rad/s har vi fasreserven $50°$.

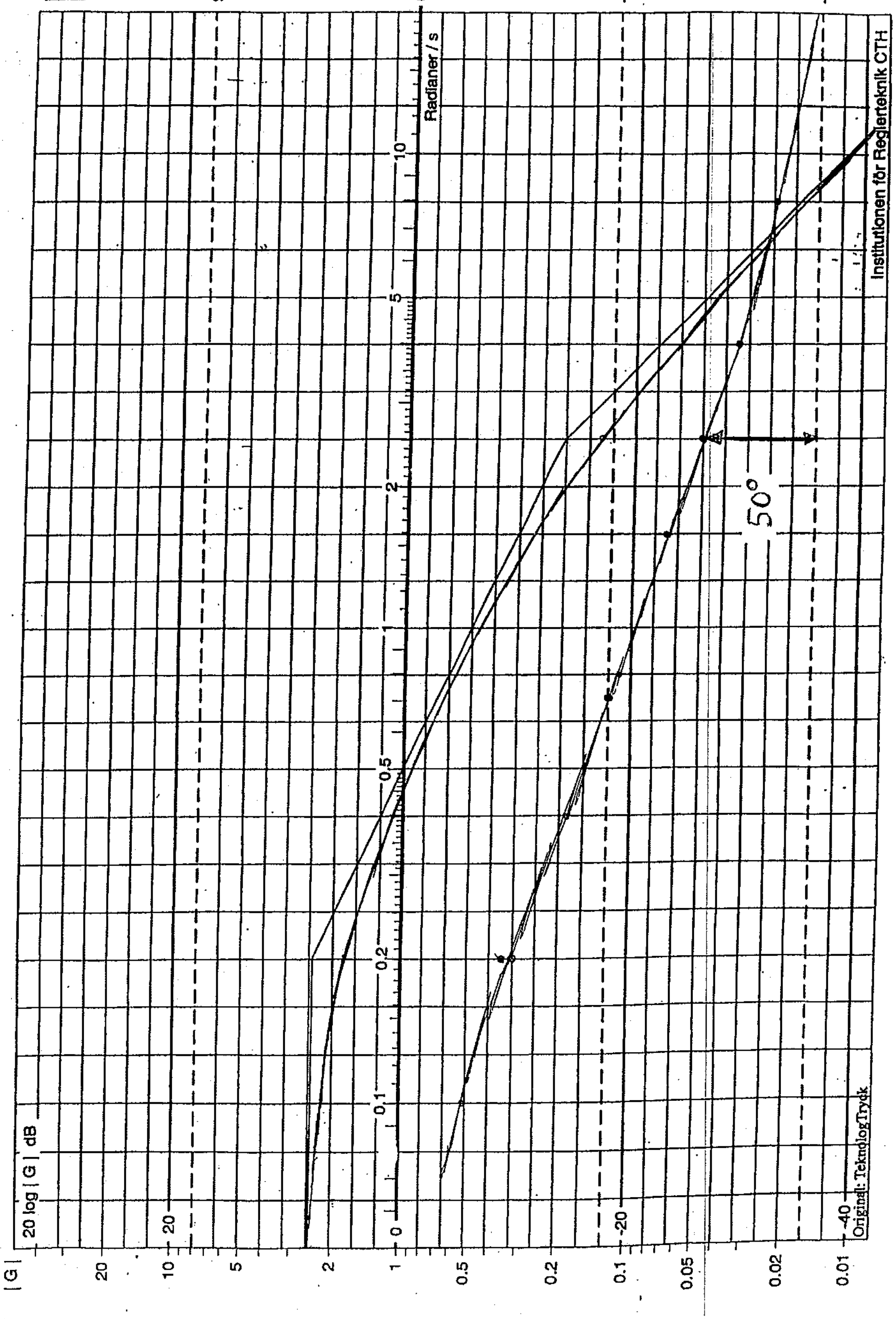
$$|G(2{,}5)| = -17\ dB = 10^{-\frac{17}{20}}\ ggr = 0{,}141\ ggr$$

$$\Rightarrow \quad \text{Välj} \quad K = \frac{1}{0{,}141} \approx 7{,}1\ ggr$$

K = 6 – 8 ggr är godkänt

$$t_r \approx \frac{1{,}4}{\omega_c} = \frac{1{,}4}{2{,}5} = 0{,}56$$

4 forts.


90°
0°
-90°
-180°
Radianer / s
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
50°
Institutionen för Reglerteknik CTH
Original: TeknologTryck
20 log | G | dB
20
0
-20
-40
| G |
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01

(5.)

Tankens värmeenergi $E = V \cdot T_o \cdot C \cdot \rho$

Tillförd värmeeffekt $P_{in} = Q \cdot T_i \cdot C \rho$

Bortförd —"— $P_{ut} = Q \cdot T_o \cdot C \cdot \rho$

Värmebalans ger: $\frac{dE}{dt} = P_{in} - P_{ut}$

$$\Rightarrow \quad V \cdot \frac{dT_o}{dt} + Q \cdot T_o = Q \cdot T_i$$

$$\Rightarrow \quad \overline{T}_o \cdot (V \cdot s + Q) = \overline{T}_i \cdot Q$$

$$\frac{\overline{T}_o}{\overline{T}_i} = \frac{Q}{Vs + Q} = \frac{1}{1 + \frac{V}{Q} \cdot s} = \frac{1}{1 + 100s}$$

Rörets överföringsfunktion: $G = \frac{T}{T_o} = e^{-\frac{12}{0,8} \cdot s} = e^{-15 \cdot s}$

Total överföringsfunktion: $\boxed{G(s) = \frac{e^{-15 \cdot s}}{1 + 100 \cdot s}}$

6. $$\frac{X_1}{U} = \frac{5}{4+2s} \Rightarrow X_1(4+2s) = 5u$$

$$\Rightarrow \dot{x}_1 = -2x_1 + 2{,}5u$$

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{3}{2+s} \Rightarrow X_2(2+s) = 3x_1$$

$$\Rightarrow \dot{x}_2 = -2x_2 + 3x_1$$

$$\frac{X_3}{V} = \frac{4}{3+s} \Rightarrow x_3(3+s) = 4v$$

$$\Rightarrow \dot{x}_3 = -3x_3 + 4v$$

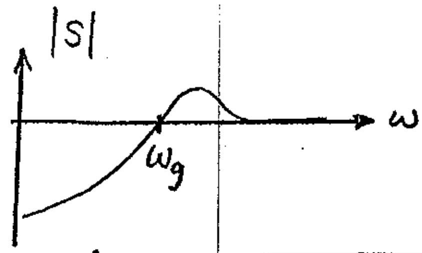
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2{,}5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$\boxed{7}$ Känslighetsfunktionen

$$S = \frac{1}{1+G_R G_P} = \frac{1}{1+\frac{16}{(1+s)^2}} = \frac{(1+s)^2}{(1+s)^2+16} =$$

$$= \frac{s^2+2s+1}{s^2+2s+17}$$



Principiellt utseende på amplitudkurvan för S

$$S(j\omega) = \frac{1-\omega^2+2j\omega}{17-\omega^2+2j\omega}$$

$$|S(j\omega)| = \frac{\sqrt{(1-\omega^2)^2+4\omega^2}}{\sqrt{(17-\omega^2)^2+4\omega^2}} = 1$$

Vi ska bestämma den frekvens ω_g där $|S|=1$

<u>Ekv.</u> $(1-\omega^2)^2+4\omega^2 = (17-\omega^2)^2+4\omega^2$ Sätt $\omega^2=p$

$$\Rightarrow (1-p)^2 = (17-p)^2$$

$$\Rightarrow 1-2p+p^2 = 289-34p+p^2$$

$$\Rightarrow 32p = 288 \quad \Rightarrow p = \frac{288}{32} = 9$$

$$\Rightarrow \omega_g = 3$$

<u>Svar</u> Regulatorn dämpar störningarna upp till frekvensen $\omega = 3$ rad/s. Därefter hänger den inte med längre.

$\boxed{8}$

$$G(j\omega) = \frac{5}{j\omega(1+j\omega)^2}$$

$$A(\omega) = \frac{5}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\cdot\sqrt{1+\omega^2}} = \frac{5}{\omega(1+\omega^2)}$$

$$\varphi(\omega) = -90 - 2\arctan\omega$$

<u>$\omega = 2$ ger</u>

$$A(2) = \frac{5}{2\cdot 5} = 0{,}5$$

$$\varphi(2) = -90 - 2\arctan 2 = -217^\circ$$

$\boxed{9}$

1 = Å　　6 = I
2 = Y　　7 = K
3 = Å G　　8 = E
4 = O　　9 = Q
5 = U　　10 = M

10 – 4p
9
8 – 3p
7
6 – 2p
5
4 – 1p
3
2 – 0p

Antalet rätta svar bestämmer poängen