Chalmers Tekniska Högskola

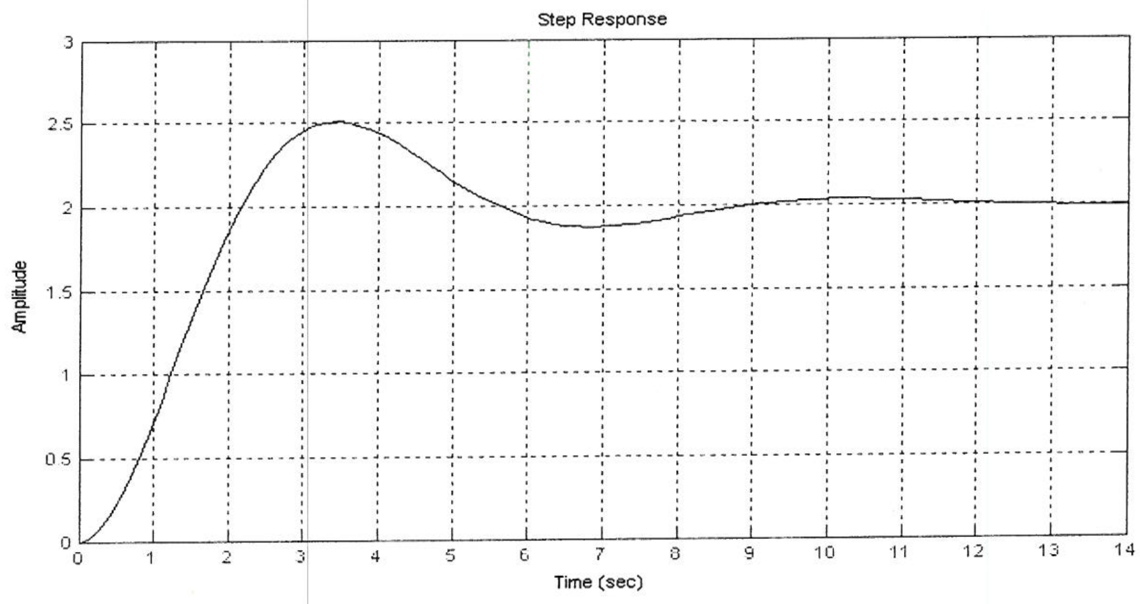
Institutionen för Signaler och system

TENTAMEN

KURSNAMN	Dynamiska system och reglerteknik
PROGRAM:	EI, MEI, DI Åk 2 Lp2
KURSBETECKNING	LEU 235, LEU236
EXAMINATOR	Bertil Thomas
TID FÖR TENTAMEN	2011-08-16 fm
HJÄLPMEDEL	Typgodkänd miniräknare Formelsamlingar, bodediagram
ANSV LÄRARE: Telefon Besöker tentamen	Göran Hult 070-5589009 ca kl 10.30
DATUM FÖR GRANSKNING	Individuell granskning
ÖVRIG INFORM.	Tentamen består av 25 poäng Preliminära betygsgränser: 10/15/20

Uppgift 1

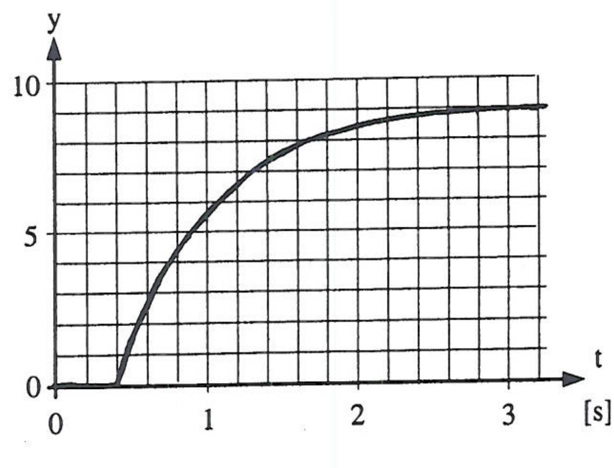
Ett enhetssteg läggs som insignal till en process vid tiden t=0.
Utsignalen från processen syns i figuren nedan.



Bestäm ur stegsvaret stigtiden t_r. **1p**

Uppgift 2

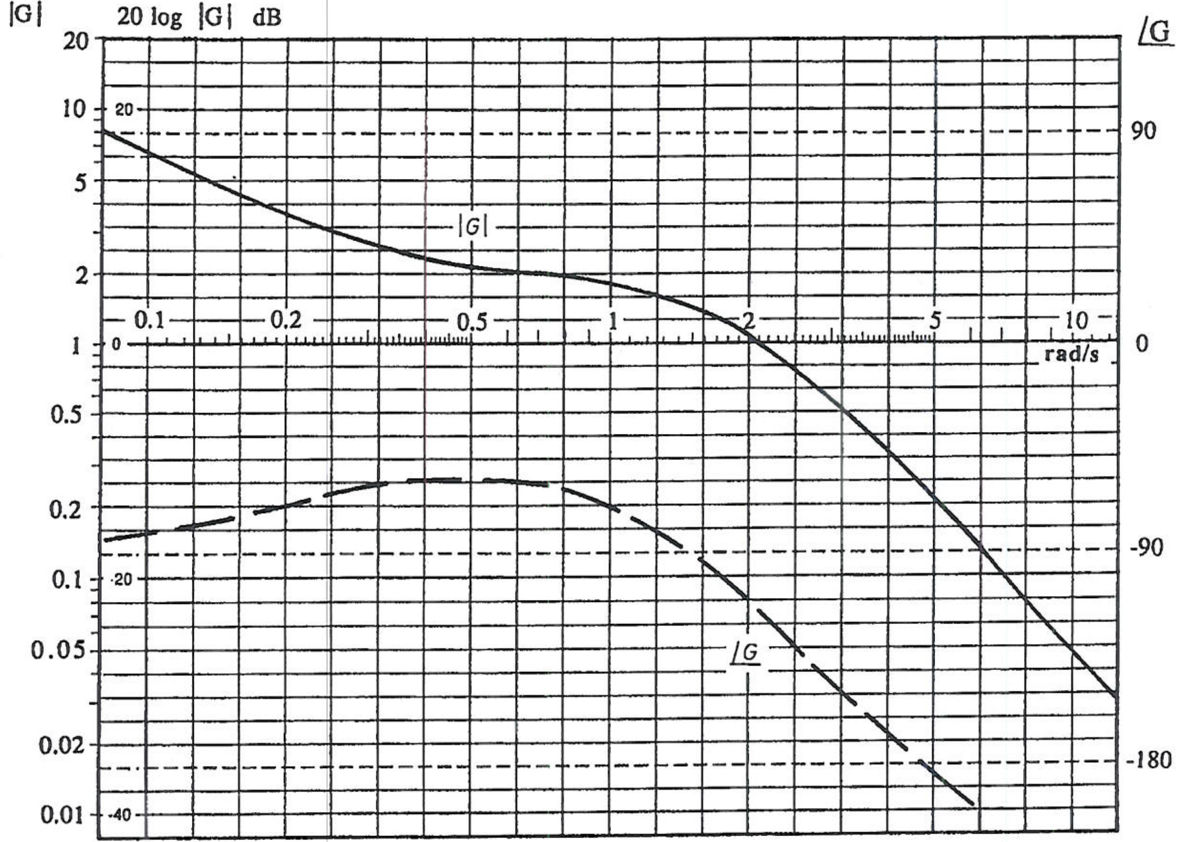
Insignalen till en process ökas stegformat med 0,5 enheter vid tiden t=0.
Utsignalen från processen syns i figuren till höger.



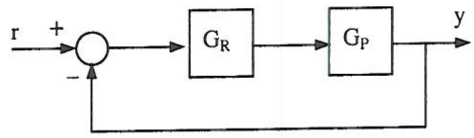
Bestäm en överföringsfunktion för processen. **2p**

Uppgift 3

Bodediagrammet för en process G_P visas i figuren nedan



a) Processen ovan kopplas in i ett reglersystem enligt figuren till höger.
Antag att processen ska regleras med en P-regulator G_R.
Bestäm P-regulatorns förstärkning så att reglersystemet får en fasmarginal på 50°. **1p**



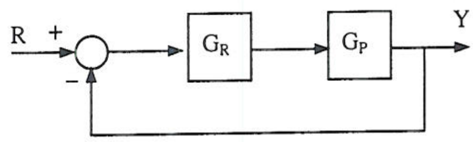
b) Hur stor amplitudmarginal får reglersystemet med regulatorvalet i a-uppgiften. **1p**

c) Hur stor blir approximativt stigtiden för stegsvaret för det totala reglersystemet med regulatorvalet i a-uppgiften. **1p**

Uppgift 4

Processen i figuren till höger har följande överföringsfunktion:

$$G_P(s) = \frac{e^{-s}}{(1+4s)^2(1+s)}$$



a) Rita ett komplett Bodediagram för processen. **2p**

b) Antag att man vill reglera processen med en PID-regulator G_R.
Bestäm PID-regulatorns parametrar enligt Ziegler-Nichols svängningsmetod. **1p**

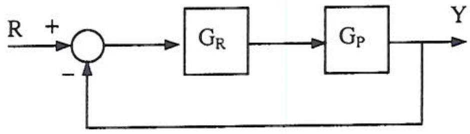
Uppgift 5

I reglersystemet till höger vill man dimensionera regulatorn $G_R(s)$ så att den totala överföringsfunktionen för systemet blir:

$$G_{TOT}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(1+4s)}$$

Processens överföringsfunktion är:

$$G_P(s) = \frac{1}{s(1+20s)}$$



a) Bestäm $G_R(s)$ så att man erhåller önskad total överföringsfunktion. $G_R(s)$ ska skrivas som en kvot mellan två polynom i s. **2p**

b) Överföringsfunktionen $G_R(s)$ i uppgift a kan åstadkommas med en ideal PID-regulator. Bestäm vilka regulatorparametrar K, T_I, och T_D denna PID-regulator ska ha. **1p**

Uppgift 6

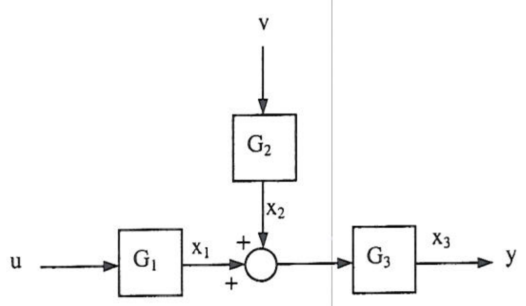
En analog (tidskontinuerlig) PI-regulator har förstärkningen K=5 och integrationstiden T_I=40 sekunder.

a) Skriv om den analoga PI-regulatorns överföringsfunktion till en tidsdiskret överföringsfunktion m h a bilinjär transform. Antag samlingsintervallet 4 sekunder. OBS!! Svaret ska vara på formen en kvot mellan två polynom i z . **1p**

b) Bestäm differensekvationen för den tidsdiskreta regulatorn i a-uppgiften. Antag insignal e(k) och utsignal u(k) från regulatorn. **1p**

Uppgift 7

Blockschemat nedan beskriver ett system med två insignaler (u och v) samt en utsignal y. Ställ upp systemet på tillståndsform d v s bestäm matriserna ABCD. Utsignaler från de 3 blocken ska väljas som tillstånd. **2p**



$$G_1(s) = \frac{2}{s+3}$$

$$G_2(s) = \frac{4}{1+2s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s}$$

Uppgift 8

En tidskontinuerlig process G_P ska regleras med en tidsdiskret proportionell regulator med förstärkningen K_R och samplingsintervallet 2 sekunder. Processens överföringsfunktion är:

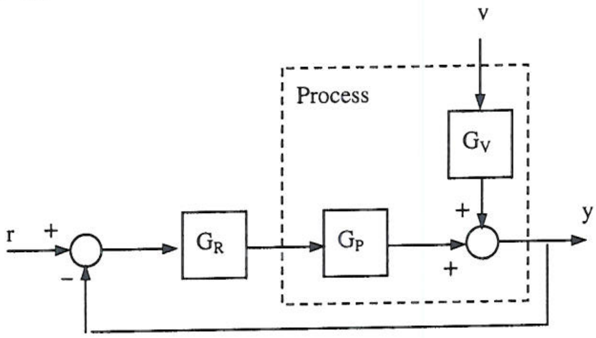
$$G_P(s) = \frac{5}{1+20s}$$

För vilka värden på K_R är systemet stabilt. Antag att styrsignalen är styckvis konstant mellan samplingstidpunkterna. **2p**

Uppgift 9

Reglersystemet i figuren till höger påverkas av en sinusformad störning v med frekvensen 0,2 rad/s och amplituden 8,0 enheter.
I figuren gäller:

v = störsignal
r = referenssignal ("börvärde")
y = utsignal



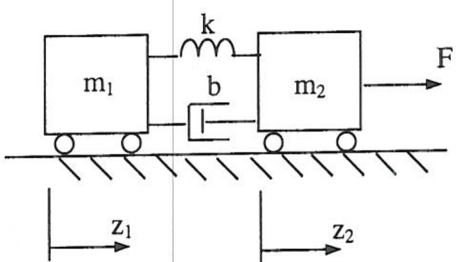
$$G_P(s) = \frac{10}{(1+4s)}$$

$$G_R(s) = 2\left(1+\frac{1}{3s}\right)$$

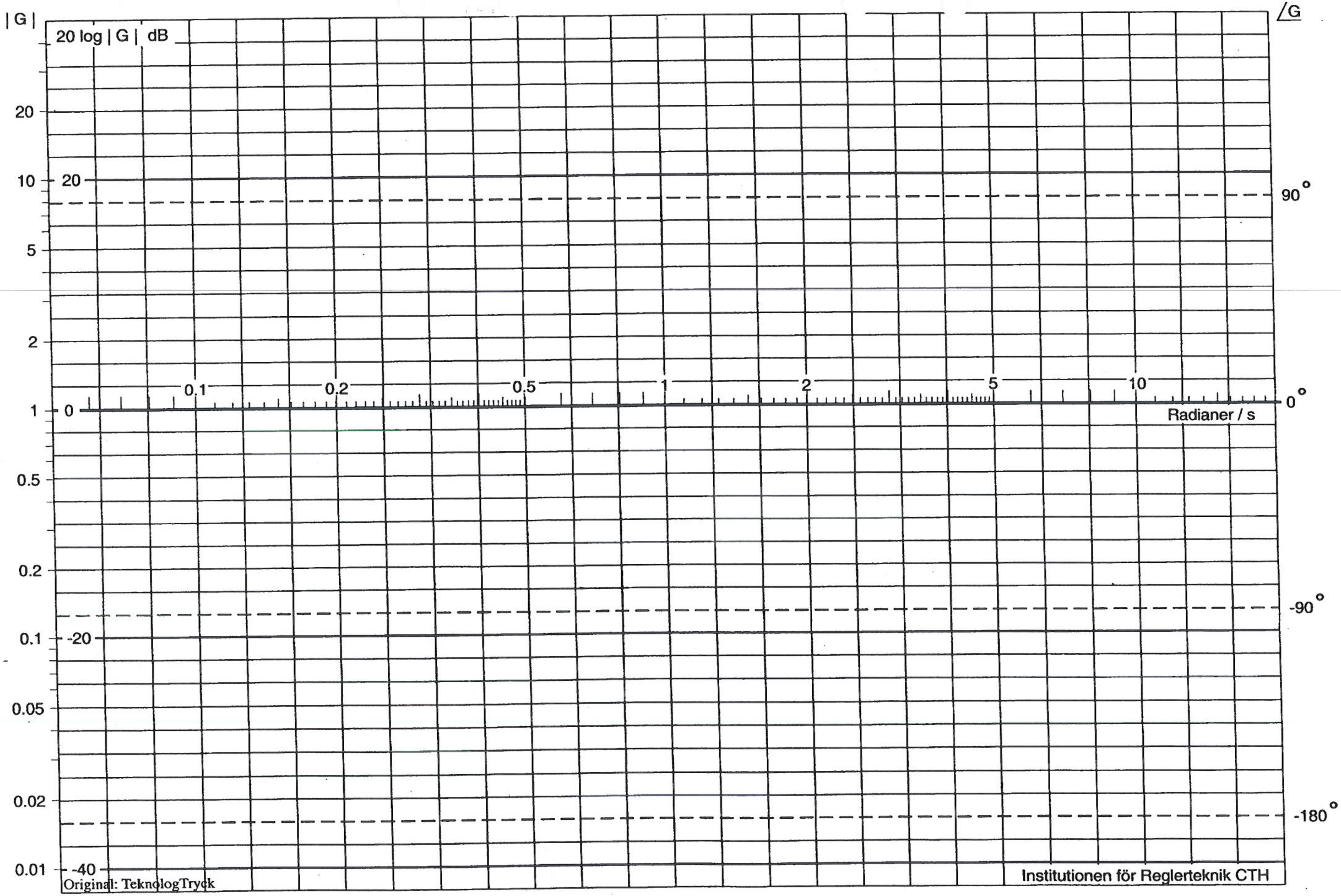
$$G_V(s) = \frac{4}{(1+8s)}$$

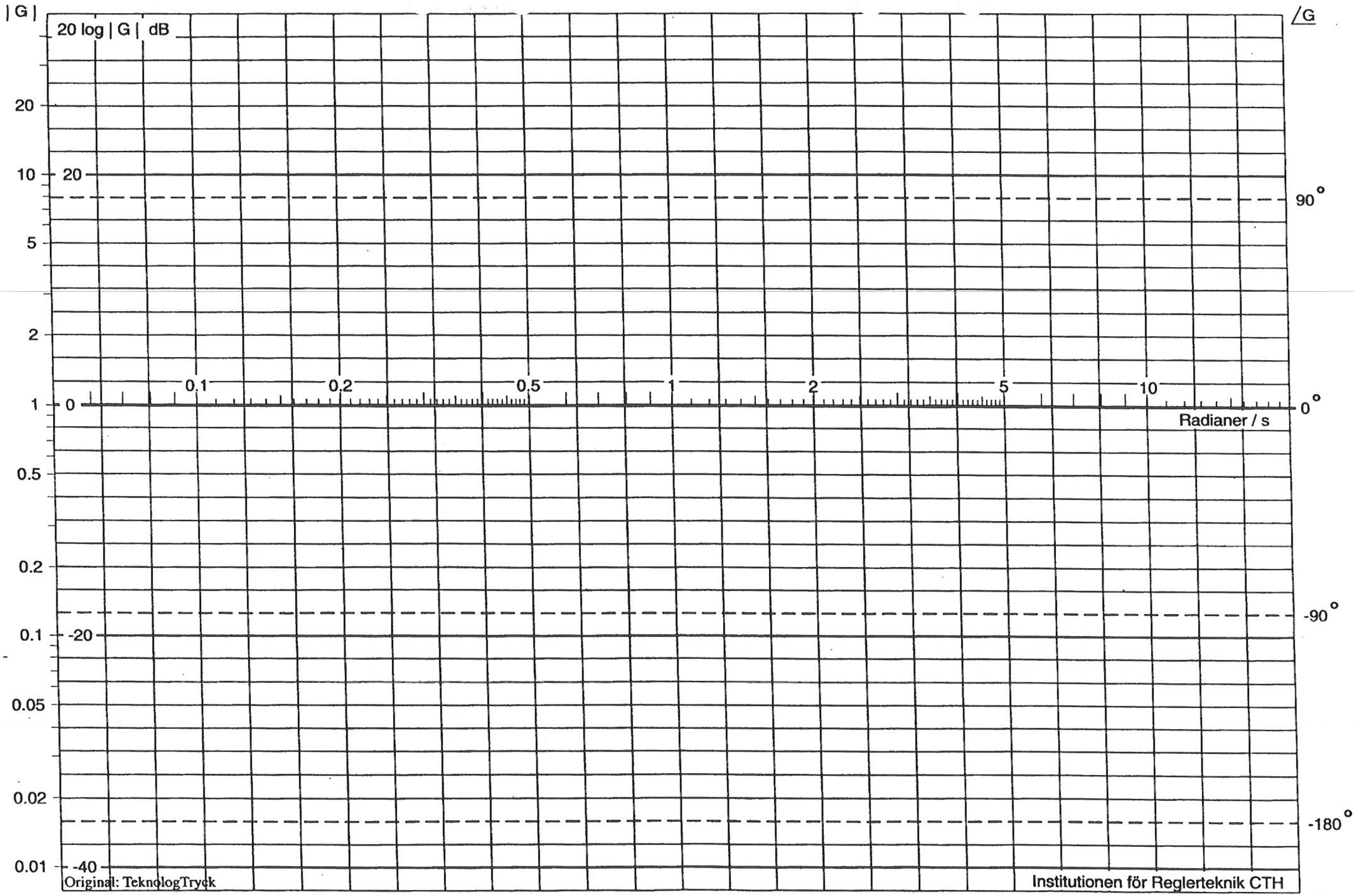
Beräkna hur stor amplituden blir hos den sinusformade komponenten i utsignalen y som blir följden av den aktuella störningen? **3p**

Uppgift 10



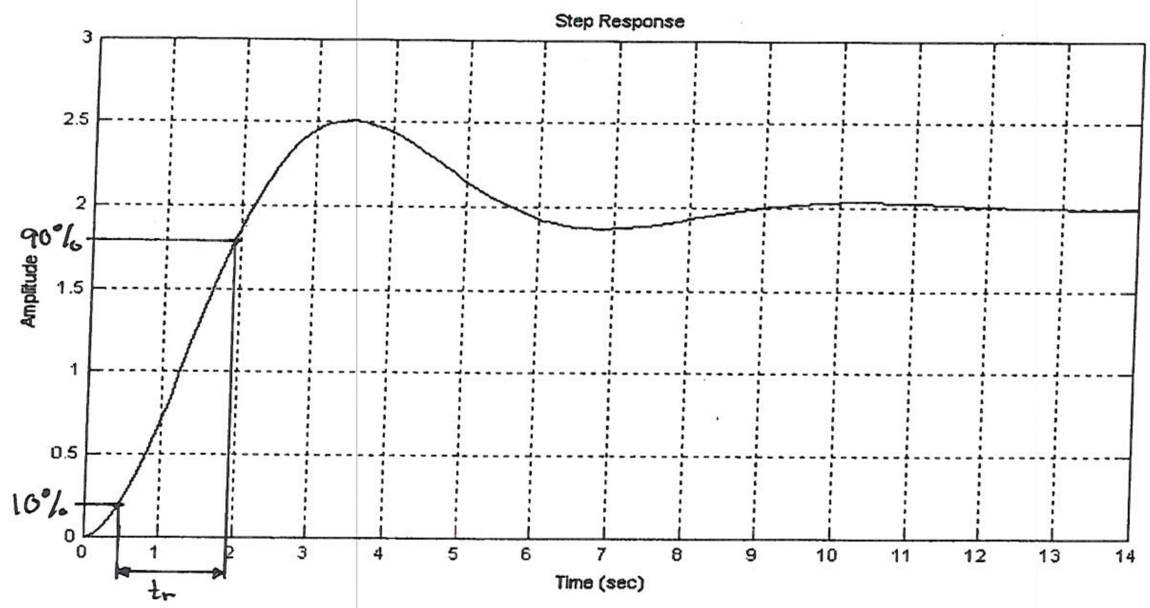
Härled en linjär tillståndsmodell för "tåget" (lok och en vagn) i figuren ovan. D v s välj tillståndsstorheter och bestäm matriserna "ABCD". Insignalen är lokets dragkraft F och utsignalen är vagnens position z_1. Antag att fjädern har sin naturliga längd då z_1=z_2=0. **4p**


|G|
20 log |G| dB
∠G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
90°
0°
-90°
-180°
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

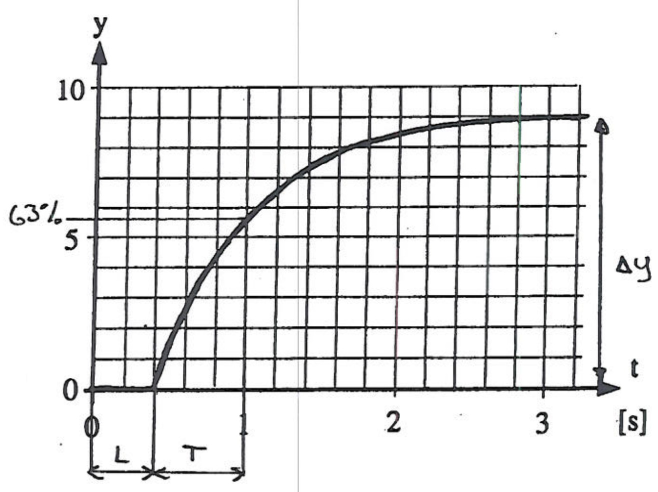


| G |
20 log | G | dB
20
10
20
5
2
1
0
0.5
0.2
0.1
-20
0.05
0.02
0.01
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
∠G
90°
0°
-90°
-180°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

1) Ur stegsvar: $\underline{\underline{t_r \approx 1{,}4\ s}}$



2)



Insignalsteg $\Delta u = 0{,}5$

Ur stegsvar $\Delta y = 9$

$\Big\} \Rightarrow K = \frac{9}{0{,}5} = 18$

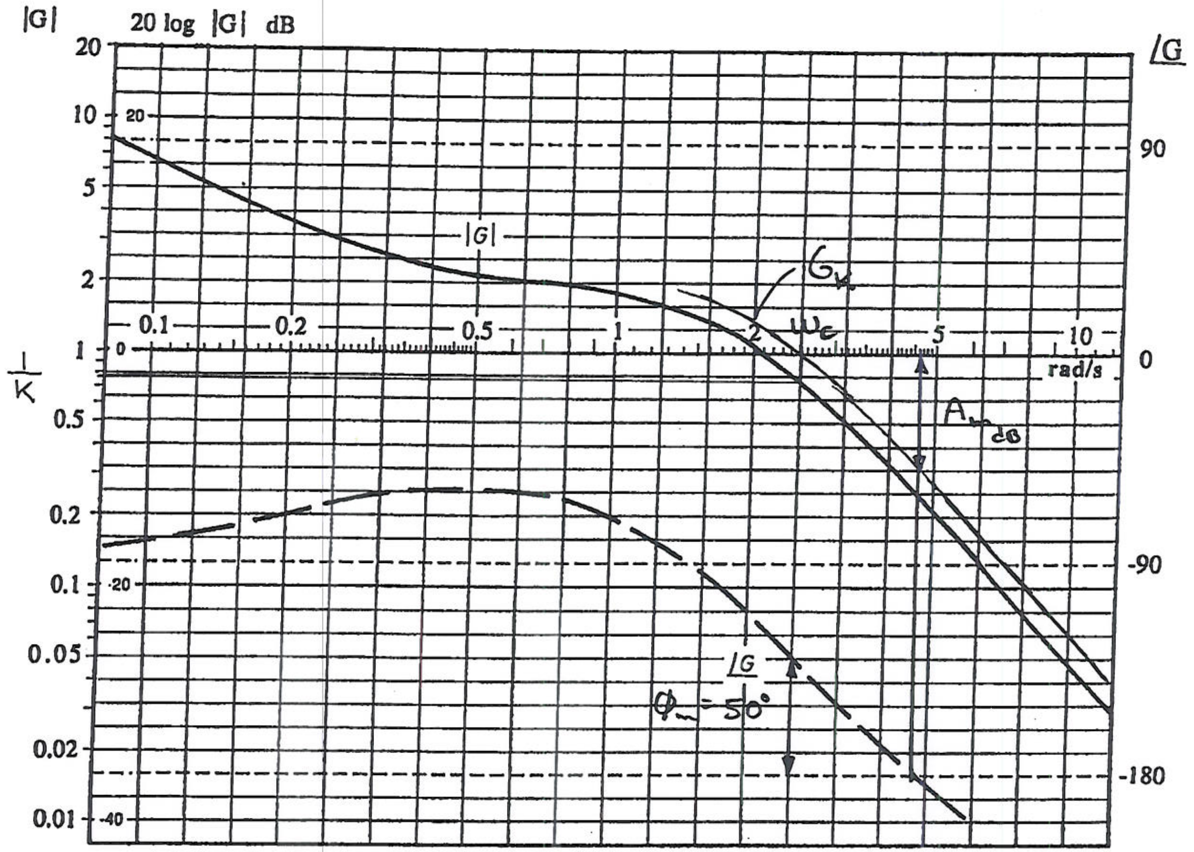
" $L = 0{,}4$ [s]

" $T = 0{,}6$ [s]

$$\underline{\underline{G(s)}} = \frac{K \cdot e^{-Ls}}{1+Ts} = \underline{\underline{\frac{18 \cdot e^{-0{,}4s}}{1+0{,}6s}}}$$

2011-08-16

3)



a) Ur Bode $\frac{1}{K} = 0{,}75 \Rightarrow K = 1{,}3$ $\quad \underline{\underline{G_R = K = 1{,}3}}$

b) –"– $\underline{\underline{A_m}} = 10\,dB = 10^{\frac{10}{20}} = \underline{\underline{3{,}2}}$

c) –"– $\omega_c = 2{,}5$ rad/s $\Rightarrow \underline{\underline{t_r}} \approx \frac{1{,}4}{\omega_c} = \frac{1{,}4}{2{,}5} = \underline{\underline{0{,}56\ [s]}}$

4) a) $G_P(j\omega) = \dfrac{e^{-j\omega}}{(1+4j\omega)^2(1+j\omega)}$

Brytfrekv. $\omega_1 = \frac{1}{4} = 0{,}25$ ↓↓ dubbel

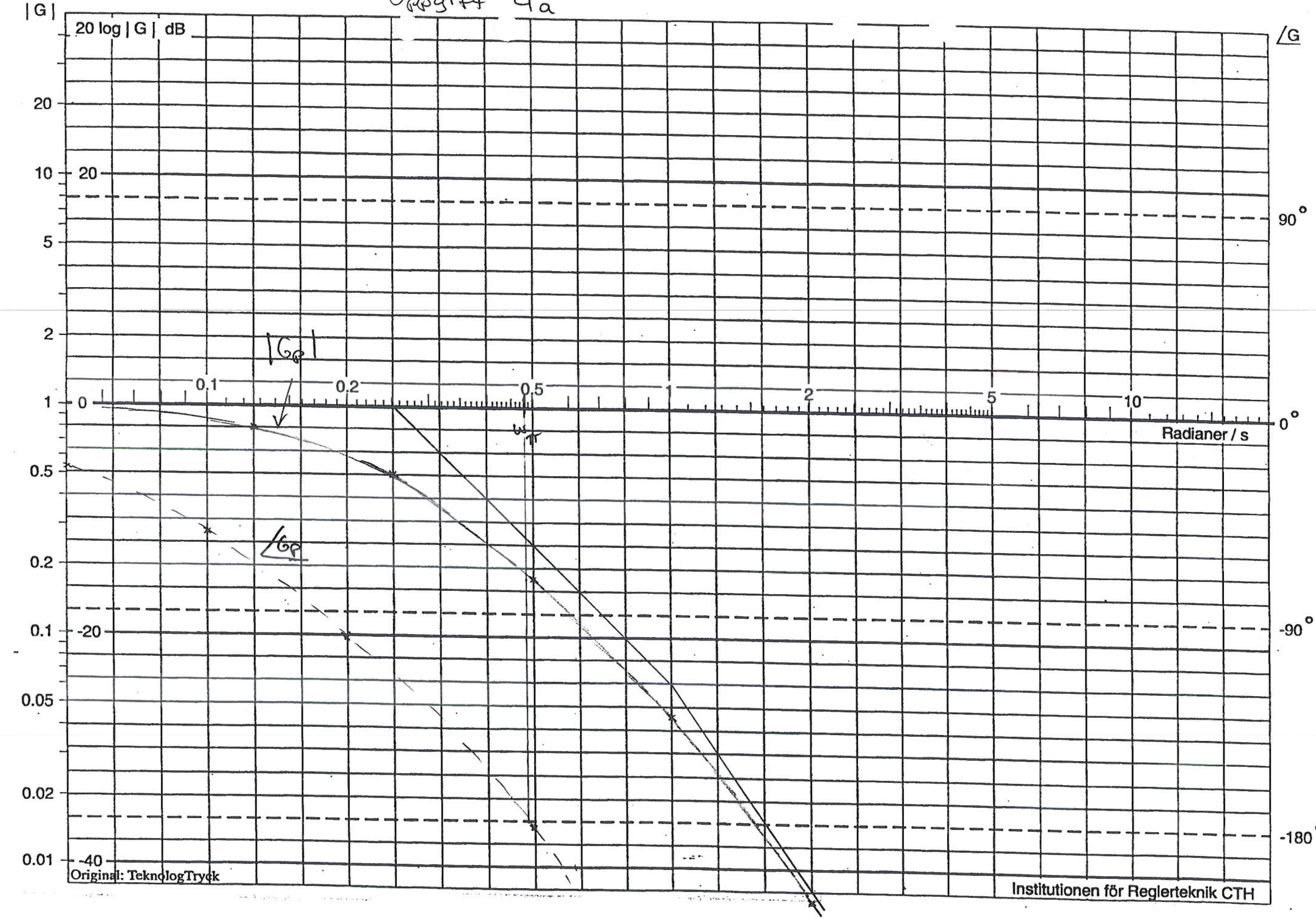
$\omega_2 = 1$ ↓

LFA $|G_P|_{LF} = 1$

$\underline{\angle G_P} = -\omega \cdot \frac{180^\circ}{\pi} - 2\arctan 4\omega - \arctan \omega$

ω	$\angle G_P$
0,05	-28°
0,1	-55°
0,2	-100°
0,5	-182°

Uppgift 4a


|G|
20 log |G| dB
/G
Radianer / s
90°
0°
-90°
-180°
|G_p|
/G_p
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

4b) Ur Bode: $\omega_\pi = 0{,}48$ rad/s $\Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 13{,}1$ [s]

— " — $|G_p(j\omega_\pi)| = -14{,}5\,dB \Rightarrow K_0 = +14{,}5\,dB = 10^{\frac{14,5}{20}} = 5{,}3$

Z-N $\Rightarrow$ Välj

$$\underline{\underline{K}} = 0{,}6K_0 = \underline{\underline{3{,}2}}$$

$$\underline{\underline{T_I}} = 0{,}5T_0 = \underline{\underline{6{,}6\,[s]}}$$

$$\underline{\underline{T_D}} = 0{,}125T_0 = \underline{\underline{1{,}6\,[s]}}$$

5a) $G_{TOT} = \frac{G_R G_P}{1+G_R G_P} \Rightarrow G_R = \frac{G_{TOT}}{G_P(1-G_{TOT})} \Rightarrow$

$$\underline{\underline{G_R}} = \frac{1}{G_P\left(\frac{1}{G_{TOT}}-1\right)} = \frac{s(1+20s)}{1+4s-1} = \frac{1}{4}(1+20s) = \underline{\underline{5s+\frac{1}{4}}}$$

---

b) $G_R = \frac{1}{4}(1+20s) = K\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$

ID ger
$$\begin{cases} K = \frac{1}{4} \\ T_I = \infty \\ T_D = 20 \end{cases}$$

---

6) a) $G_R = K\left(1+\frac{1}{T_I s}\right) = 5\left(1+\frac{1}{40s}\right)$

$h = 4$ [s]

Bilinjär transf. $s = \frac{2(z-1)}{h(z+1)} = \frac{2(z-1)}{4(z+1)} = \frac{z-1}{2(z+1)}$

$$\therefore \underline{\underline{H_R(z)}} = 5\cdot\left(1+\frac{1}{40}\frac{2(z+1)}{(z-1)}\right) = \underline{\underline{\frac{21z-19}{4z-4}}}$$

---

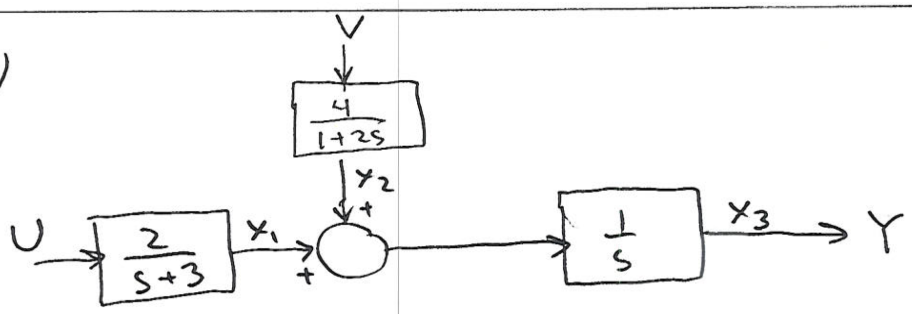
b) $H_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{21z-19}{4z-4} = \frac{21-19z^{-1}}{4-4z^{-1}}$

$$U(z)\{4-4z^{-1}\} = E(z)\{21-19z^{-1}\}$$

$$4u(k)-4u(k-1) = 21e(k)-19e(k-1)$$

$$\underline{\underline{u(k) = u(k-1)+\frac{21}{4}e(k)-\frac{19}{4}e(k-1)}}$$

7)



Insignaler $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$ Utsignal : y Tillstånd $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} \dfrac{X_1}{U} = \dfrac{2}{s+3} \Rightarrow X_1 \cdot \{s+3\} = 2 \cdot U \Rightarrow \dot{x}_1 = -3x_1 + 2u \\ \dfrac{X_2}{V} = \dfrac{4}{1+2s} \Rightarrow X_2 \{1+2s\} = 4V \Rightarrow \dot{x}_2 = -\frac{1}{2}x_2 + 2v \\ \dfrac{X_3}{X_1+X_2} = \dfrac{1}{s} \Rightarrow sX_3 = X_1 + X_2 \Rightarrow \dot{x}_3 = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$y = x_3$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

2011-08-16

8/ $G_p(s) = \dfrac{5}{1+20s} = \dfrac{K}{1+Ts}$ Diskretisering med $h = 2$ sekunder

$$H_p(z) = \frac{K\left(1-e^{-\frac{h}{T}}\right)}{z-e^{-\frac{h}{T}}} = \frac{5\left(1-e^{-\frac{2}{20}}\right)}{z-e^{-\frac{2}{20}}} = \frac{5\left(1-e^{-0,1}\right)}{z-e^{-0,1}}$$

$$H_{tot} = \frac{K_R \cdot H_p}{1+K_R H_p}$$

Kar. ekv. $1 + K_R H_p = 0$

$$1 + \frac{K_R 5\left(1-e^{-0,1}\right)}{z-e^{-0,1}} = 0$$

$$z - e^{-0,1} + 5K_R\left(1-e^{-0,1}\right) = 0$$

Pol $z_{pol} = e^{-0,1} - 5K_R\left(1-e^{-0,1}\right) \approx 0,9048 - 0,4758\,K_R$

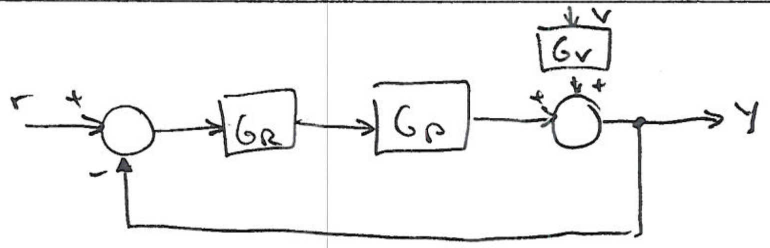
Stabilt om $|z_{pol}| < 1 \Rightarrow$

$$\begin{array}{ll} " & \begin{cases} 0,9048 - 0,4758K_R > -1 & \Rightarrow K_R < 4,0 \\ 0,9048 - 0,4758K_R < 1 & \Rightarrow K_R > -0,2 \end{cases} \\ " & \end{array}$$

$\therefore$ Stabilt om $\underline{\underline{-0,2 < K_R < 4,0}}$

2011-08-16

a)



$$G_P = \frac{10}{1+4s}$$

$$G_R = 2\left(1+\frac{1}{3s}\right) = \frac{6s+2}{3s}$$

$$G_V = \frac{4}{1+8s}$$

$$G_{vy} = \frac{Y}{V} = G_V \cdot \frac{1}{1+G_R G_P} = \frac{\frac{4}{1+8s}}{1+\frac{6s+2}{3s}\cdot\frac{10}{1+4s}} = \frac{\frac{4}{1+8s}}{1+\frac{60s+20}{3s+12s^2}}$$

$$= \frac{\frac{4}{1+8s}}{\frac{3s+12s^2+60s+20}{3s+12s^2}} = \frac{4(3s+12s^2)}{(1+8s)(12s^2+63s+20)}$$

$$G_{vy}(j\omega) = \frac{12(j\omega-4\omega^2)}{(1+8j\omega)(-12\omega^2+j63\omega+20)}$$

$$|G_{vy}| = \frac{12\sqrt{\omega^2+16\omega^4}}{\sqrt{1+64\omega^2}\sqrt{(20-12\omega^2)^2+63^2\omega^2}} = 0{,}070 \quad \text{vid } \omega = 0{,}2$$

$$\underline{\underline{A_y}} = |G_{vy}|\cdot A_v = 0{,}070\cdot 8{,}0 = \underline{\underline{0{,}56}}$$

2011-08-16

10) Rörelseekv.

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 = k(z_2 - z_1) + b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ m_2 \ddot{z}_2 = F - k(z_2 - z_1) - b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \end{cases}$$

Välj tillstånd

$$\begin{cases} x_1 = z_1 \\ x_2 = \dot{z}_1 \\ x_3 = z_2 \\ x_4 = \dot{z}_2 \end{cases}$$

Tillståndsekv

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{m_1}(x_3 - x_1) + \frac{b}{m_1}(x_4 - x_2) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_2} \cdot F - \frac{k}{m_2}(x_3 - x_1) - \frac{b}{m_2}(x_4 - x_2) \end{cases}$$

Utsignalsamband $y = z_1 = x_1$

Matrisform

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & \frac{b}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{b}{m_2} & -\frac{k}{m_2} & -\frac{b}{m_2} \end{bmatrix}}_{A} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}}_{B} \cdot F$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{D} \cdot F$$