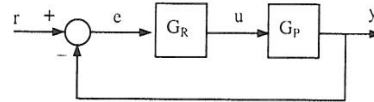


Uppgift 1

Sambandet mellan signalerna e , u och y i figuren till höger beskrivs av följande::

$$5\dot{y} + 10y = 2u$$

$$u = 20 \cdot e$$



Bestäm utsignalen $y(t)$ då insignalen $r(t)$ är ett steg med steghöjden 3. **2p**

Uppgift 2

En industriell givare har överföringsfunktionen:

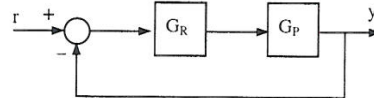
$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$$

Då insignalen till givaren ändras stegformat tar det 40 sekunder för utsignalen att nå upp till 80 % av sitt slutvärde. Bestäm analytiskt (ej grafiskt) givarens tidskonstant T . **1p**

Uppgift 3

En process har följande överföringsfunktion:

$$G_P(s) = \frac{20 \cdot e^{-s}}{(1 + 2,5s)^2}$$



- Rita ett Bodediagram för processen **2p**
- Processen kopplas in i ett reglersystem enligt figur till höger. Dimensionera en PI-regulator till processen enligt Ziegler-Nichols svängningsmetod. **1p**

Uppgift 4

- Snabbhet och stabilitet är två viktiga egenskaper hos ett reglersystem. Hur ändrar sig vanligtvis dessa två egenskaper hos ett reglersystem då man minskar integrationstiden T_I i en PI-regulator **1p**
- Vad menas med kaskadreglering? Rita ett blockschema och förklara **1p**

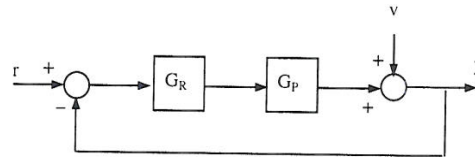
Uppgift 5

Reglersystemet i figuren till höger påverkas av en sinusformad störning v med frekvensen 0,2 rad/s och amplituden 8,0 enheter. I figuren gäller:

v = störning
 r = referenssignal ("börvärde")
 y = utsignal

$$G_P(s) = \frac{10}{(1+4s)}$$

$$G_R = 2\left(1 + \frac{1}{3s}\right)$$



- a) Beräkna hur stor amplituden blir hos den sinusformade komponenten i utsignalen y som blir följden av den aktuella störningen? **2p**
- b) Hur kan man (åtminstone idealt) helt eliminera störningens inverkan på utsignalen? Rita ett blockschema som visar hur man brukar åstadkomma detta och beräkna överföringsfunktioner i införda nya block så att störningens inverkan på utsignalen helt elimineras. **1p**

Uppgift 6

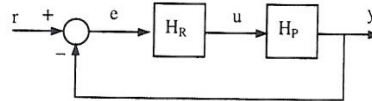
Med hjälp av parametrisk identifiering har man kommit fram till att följande differensekvation beskriver processen H_P i figuren väl:

$$y(k) = 0.8y(k-1) + 2u(k-2)$$

Man önskar reglera processen med en tidsdiskret P-regulator med överföringsfunktionen:

$$H_R(z) = K_R$$

Bestäm hur stor den positiva konstanten K_R maximalt får vara om reglersystemet ska vara stabilt. **3p**

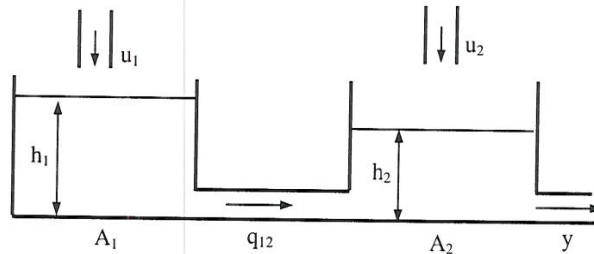
**Uppgift 7**

En process med överföringsfunktionen: $G_P(s) = \frac{e^{-6s}}{s}$ skall regleras med en tidsdiskret

polplaceringsregulator dimensionerad så att det slutna reglersystemet har alla poler i origo. S k dead beat. Dimensionera en polplaceringsregulator som har samplingsintervallet 3 sekunder. Styrsignalen som ska styra processen antas vara konstant mellan samplingsstidpunkterna.

Rita ett blockschema över det beräknade reglersystemet med överföringsfunktioner tydligt utsatta i respektive block. **3p**

Uppgift 8



Figuren ovan visar 2 stycken vattentankar sammanbundna med ett rör. Tankarna har areorna A_1 resp A_2 [m^2] och vattennivåerna är h_1 resp h_2 [m]. De variabla tillflödena är u_1 resp u_2 [m^3/s] och utflödet y [m^3/s] mynnar med ett fritt utlopp från tank 2. Flödena q_{12} och y antas proportionella mot respektive tryckskillnader över resp rör med proportionalitetskonstant k [m^3/s per meter vattenpelare]

Härled en linjär tillståndsmodell för systemet i figuren ovan. D v s välj tillståndsstorheter och bestäm matriserna "ABCD". Insignaler är inflödena $u_1(t)$ resp $u_2(t)$ och utsignalen är utflödet y . **3p**

1) $Y(s) \{5s+10\} = 2 \cdot U(s) \Rightarrow G_p(s) = \frac{2}{5s+10}$

$U(s) = 20 E(s) \Rightarrow G_R(s) = 20$

$$G_{tot}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_R G_p}{1 + G_R G_p} = \frac{1}{\frac{1}{G_R G_p} + 1} = \frac{1}{\frac{5s+10}{40} + 1} = \frac{40}{5s+50} = \frac{8}{s+10}$$

$R(s) = \frac{3}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{24}{s(s+10)}$

$y(t) = \frac{24(1 - e^{-10t})}{10} = \underline{\underline{2,4(1 - e^{-10t})}} \quad t \geq 0$

2) $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{1+Ts}$

$X(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow Y(s) = \frac{k}{s(1+Ts)}$
 $y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad t \geq 0$

Givet $y(40) = k \cdot 0,80$

$\therefore 1 - e^{-\frac{40}{T}} = 0,8 \Rightarrow \underline{\underline{T = -\frac{40}{\ln 0,2} = 24,9 \text{ [s]}}}$

3a) $G_p(j\omega) = \frac{20 e^{-j\omega}}{(1 + j2,5\omega)^2}$

Bryttfaktor. $\omega_1 = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ rad/s}$

$|G_p|_{\omega=0} = 20$

$\angle G_p = -\omega \frac{180^\circ}{\pi} - 2 \arctan 2,5\omega$

ω	$\angle G_p$
0,05	-17°
0,1	-34°
0,2	-65°
0,5	-131°
1	-194°

b) Ur Bode $\omega_\pi = 0,85 \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 7,4 \text{ [s]}$

- " - $|G_p(j\omega_\pi)| = 11 \text{ dB} \Rightarrow K_0 = -11 \text{ dB} = 0,28$

$\underline{\underline{z-N}} \Rightarrow \text{Val; } \underline{\underline{K_0 = 0,45 K_0 = 0,13}}$

$\underline{\underline{T_T = 0,85 T_0 = 6,3 \text{ [s]}}}$

4 a) T_I minskar \Rightarrow snabbare & instabilare

b) se tabell + föreläsning anteckningar

$$5 a) G_{vy} = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{1}{1+G_R G_P}$$

$$G_P = \frac{10}{1+4s}$$

$$G_R = 2\left(1 + \frac{1}{3s}\right) = \frac{6s+2}{3s}$$

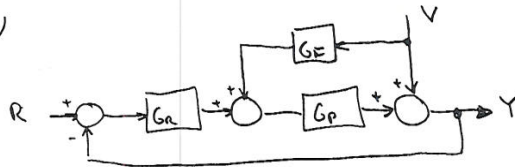
$$\therefore G_{vy} = \frac{1}{1 + \frac{6s+2}{3s} \cdot \frac{10}{1+4s}} = \frac{12s^2+3s}{12s^2+63s+20}$$

$$G_{vy}(j\omega) = \frac{-12\omega^2 + j3\omega}{20 - 12\omega^2 + j63\omega}$$

$$|G_{vy}| = \frac{\sqrt{144\omega^4 + 9\omega^2}}{\sqrt{(20-12\omega^2)^2 + (63\omega)^2}} = 0,033 \quad \text{vid } \omega = 0,2 \text{ rad/s}$$

$$\underline{\hat{y}} = |G_{vy}| \cdot \hat{v} = 0,033 \cdot 8 = \underline{\underline{0,26}}$$

b)



Med störning V & inför framkopplingsblock G_F

$$Y \text{ opåverkad av } V \text{ om: } V + V \cdot G_F G_P = 0 \Rightarrow \underline{\underline{G_F = -\frac{1}{G_P} = -\frac{1+4s}{10}}}$$

$$6) Y(z) \{1 - 0,8z^{-1}\} = z^{-2} U(z)$$

$$H_p(z) = \frac{Y}{U} = \frac{z^{-2}}{1 - 0,8z^{-1}}$$

$$H_R(z) = K_R$$

$$H_{\text{tot}}(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{H_R H_p}{1 + H_R H_p}$$

$$\text{KE } 1 + H_R H_p = 0$$

$$1 + \frac{2K_R z^{-2}}{1 - 0,8z^{-1}} = 0$$

$$1 - 0,8z^{-1} + 2K_R z^{-2} = 0$$

$$z^2 - 0,8z + 2K_R = 0$$

$$\text{Polar } z_{1,2} = 0,4 \pm \sqrt{0,16 - 2K_R}$$

$$0 < K_R \leq 0,08 : \text{ reella polar } \quad |z_{1,2}| \leq 0,4 + 0,4 = 0,8 \quad \therefore \text{ stabil$$

$$K > 0,08 : \text{ kompl. polar } \quad z_{1,2} = 0,4 \pm j\sqrt{2K_R - 0,16}$$

$$|z_{1,2}|^2 = 0,4^2 + (2K_R - 0,16) = 2K_R$$

$$\text{Stabilit} \text{ om } |z_{1,2}| < 1 \Leftrightarrow |z_{1,2}|^2 < 1$$

$$\therefore \text{ -- } 2K_R < 1 \Rightarrow \underline{\underline{K_R < 0,5}}$$

$$7) G_p(s) = \frac{e^{-6s}}{s} = \frac{(e^{-3s})^2}{s} \quad h = 3 [s] \quad \text{Diskretisering} \Rightarrow$$

$$H(z) = \frac{3z^{-1}}{1-z^{-1}} \cdot z^{-2} = \frac{3z^{-3}}{1-z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$\begin{cases} n_c = n_b - 1 = 3 - 1 = 2 \\ n_d = n_a - 1 = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(z) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} \\ D(z) = d_0 \end{cases}$$

$$\text{Alla polar i origo} \Rightarrow P(z) = 1$$

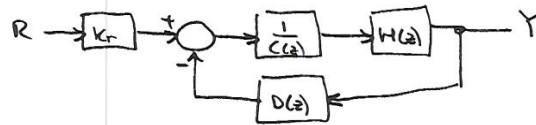
$$\text{PFE } P = AC + BD$$

$$1 = (1 - z^{-1})(1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) + 3z^{-3} \cdot d_0$$

$$1 = 1 + (c_1 - 1)z^{-1} + (c_2 - c_1)z^{-2} + (3d_0 - c_2)z^{-3}$$

$$7 \text{ fors. ID } \begin{cases} c_1 - 1 = 0 \\ c_2 - c_1 = 0 \\ 3d_0 - c_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 1 \\ c_2 = 1 \\ d_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\therefore \underline{C(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}} \quad \underline{D(z) = \frac{1}{3}} \quad \underline{K_f = \frac{P(z)}{B(z)} = \frac{1}{3}}$$



8/ Materialbalanser

$$\text{Tank 1: } A_1 \frac{dh_1}{dt} = u_1 - k(h_1 - h_2) = -kh_1 + kh_2 + u_1$$

$$\text{Tank 2: } A_2 \frac{dh_2}{dt} = u_2 + k(h_1 - h_2) - kh_2 = kh_1 - 2kh_2 + u_2$$

$$\text{Tillstånd } x = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}, \text{ Insignal } u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \text{ utsignal } y = kh_2$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{k}{A_1} & \frac{k}{A_1} \\ \frac{k}{A_2} & -\frac{2k}{A_2} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \underbrace{[0 \quad k]}_C \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \underbrace{[0 \quad 0]}_D \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

