Gamla Tentamina

Dynamiska system med reglerteknik

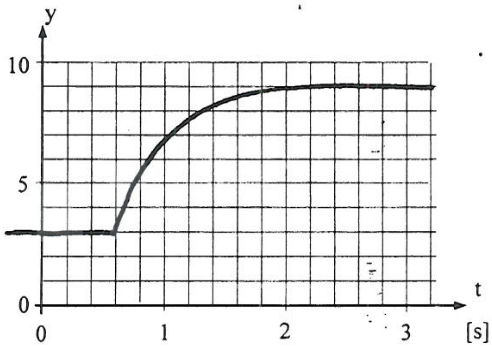
Observera

- Motsvarigheten till uppgift 7 på båda tentor i detta häfte är inte aktuell i år. I stället kommer någon faktafråga/teorifråga på kapitlet om praktiska regulatorer och givare.
- I allmänhet gäller att tentafrågorna har samma karaktär som de frågor vi räknat på övningar och föreläsningar och som finns i övningshäftet. Inga överraskningar alltså!
- Mer information angående tentan kommer på föreläsning.

Uppgift 1

Insignalen till en process ökas stegformat med 0,1 enheter vid tiden t=0.
Utsignalen från processen syns i figuren till höger.

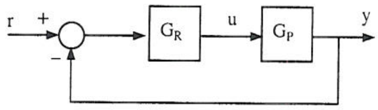
Bestäm en överföringsfunktion för processen. **1p**



Uppgift 2

Sambandet mellan insignal u och utsignal y för processen Gp i figuren till höger beskrivs av följande differentialekvation:

$$\dot{y} + 10y = 2u$$



Den proportionella regulatorn G_R har överföringsfunktionen $G_R(s)=2$.

Bestäm impulssvaret för hela reglersystemet d v s bestäm utsignalen y(t) då insignalen r är en enhetsimpuls. **2p**

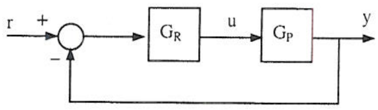
Uppgift 3

En process har följande överföringsfunktion:

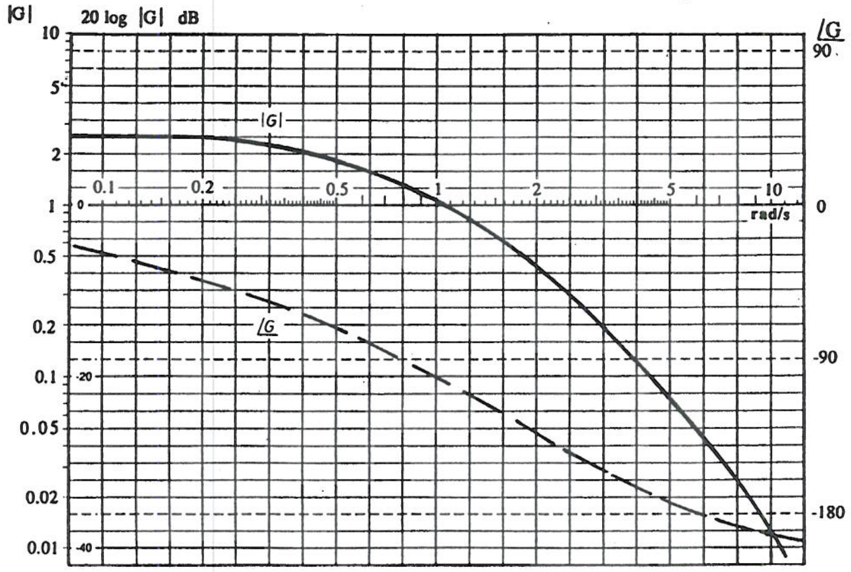
$$G_P(s) = \frac{10 \cdot e^{-0,4s}}{(1 + 0,5s)}$$

a) Rita ett Bodediagram för processen **2p**

b) Processen kopplas in i ett reglersystem enligt figur till höger. Dimensionera en PID regulator till processen enligt Ziegler-Nichols svängningsmetod. **1p**



Uppgift 4
Bodediagrammet för en process visas i figuren nedan



a) Antag att insignalen till processen ovan är $u(t)=3\sin(2t)$
Bestäm processens utsignal $y(t)$. **1p**

b) Processen ovan kopplas in i ett enhetsåterkopplat reglersystem.
Antag att processen ska regleras med en P-regulator.
Bestäm P-regulatorns förstärkning så att reglersystemet får en fasmarginal på 60°. **0.5p**

c) Hur stor amplitudmarginal får reglersystemet med regulatorvalet i b-uppgiften. **0.5p**

d) Hur stor blir approximativt stigtiden för stegsvaret för det totala reglersystemet med regulatorvalet i b-uppgiften. **0.5p**

e) Hur stort blir det kvarstående felet vid börvärdessteg med regulatorvalet i b-uppgiften. **0.5p**

Uppgift 5
En analog PI-regulator har förstärkningen K=2 och integrationstiden T_I=10 s.

a) Skriv om den analoga överföringsfunktionen till en tidsdiskret överföringsfunktion m h a bilinjär transform. Antag samlingsintervallet 0,4 s.

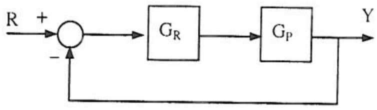
OBS!! Svaret ska vara på formen en kvot mellan två polynom i z d v s $H(z)=\dfrac{T(z)}{N(z)}$ **1p**

b) Bestäm differensekvationen för regulatorn i b-uppgiften.
Antag insignal e(k) och utsignal u(k) från regulatorn. **1p**

Uppgift 6
I reglersystemet i figuren vill man dimensionera regulatorn G_R så att den totala överföringsfunktionen för systemet blir:

$$G_{TOT}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(1+3s)}$$

Processens överföringsfunktion är:



$$G_P(s) = \frac{1}{(1+15s)}$$

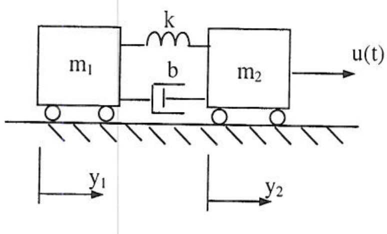
a) Bestäm $G_R(s)$ så att man erhåller önskad total överföringsfunktion.
$G_R(s)$ ska skrivas som en kvot mellan två polynom **2p**

b) Överföringsfunktionen $G_R(s)$ i uppgift a kan åstadkommas med en vanlig PID-regulator. Bestäm vilka regulatorparametrar K, T_I, och T_D denna PID-regulator ska ha. **1p**

Uppgift 7

En process med överföringsfunktionen: $G_P(s) = \frac{2{,}5}{(1+10s)}$ skall regleras med en polplaceringsregulator dimensionerad så att slutna systemets samliga poler ligger i origo.
(S k dead-beat reglering)
Systemet får ej ha något kvarstående fel vid stegformade processtörningar eller vid stegformade börvärdesändringar.
Dimensionera en polplaceringsregulator som uppfyller kraven ovan och som har samplingsintervallet 4 sekunder.
Rita ett blockschema över det beräknade reglersystemet med överföringsfunktioner tydligt utsatta i respektive block. **3p**

Uppgift 8



Härled en linjär tillståndsmodell för "tåget" (lok och en vagn) i figuren ovan. D v s välj tillståndsstorheter och bestäm matriserna "ABCD". Insignalen är lokets dragkraft u(t) och utsignalen är vagnens position y_1. Antag att fjädrarna har sin naturliga längd då $y_1=y_2=0$. **3p**

Gör tydliga och motiverade lösningar och svar
Förklara gärna med både text och figurer

Dynamiska system m reglerteknik MeI-2 Tentamen 2003-12-19

1. Ur stegsvar $\Delta y = 6$ $\Rightarrow k = \frac{\Delta y}{\Delta u} = 60$

$(\Delta u = 0{,}1)$

$L = 0{,}6$ [s]

$T = 0{,}4$ [s]

$$\therefore \quad \underline{\underline{G(s)}} = \frac{k \cdot e^{-Ls}}{1+Ts} = \underline{\underline{\frac{60 \cdot e^{-0{,}6s}}{1+0{,}4s}}}$$

---

2. DE $\dot{y} + 10y = 2u$

$$Y(s)\{s+10\} = 2 \cdot U(s) \Rightarrow G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s+10}$$

$$G_{tot} = \frac{Y}{R} = \frac{G_R G_P}{1+G_R G_P} = \frac{4}{s+14}$$

Impulssvar: $R(s) = 1$

$$\therefore \quad Y(s) = G_{tot}(s) \cdot R(s) = \frac{4}{s+14}$$

$$\underline{\underline{y(t) = 4 \cdot e^{-14t}}} \quad t \geq 0$$

---

3. a) $$G_p(j\omega) = \frac{10e^{-j0{,}4\omega}}{1+j0{,}5\omega}$$

Brytfrekv $\omega_1 = 2$ ↓

$|G_p|_{LF} = 10$

$$\angle G_P = -0{,}4\omega \frac{180°}{\pi} - \arctan 0{,}5\omega$$

ω	$\angle G_P$
0,05	$-3°$
0,1	$-5°$
0,2	$-10°$
0,5	$-25°$
1	$-49°$
2	$-91°$
5	$-183°$

---

b) Ur Bode: $\omega_\pi = 4{,}7$ rad/s $\Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 1{,}34$ [s]

$|G_p(j\omega_\pi)| = 11{,}5$ dB $\Rightarrow k_0 = -11{,}5$ dB $\hat{=}$ 0,27

Z-N: Välj $\underline{\underline{k_R}} = 0{,}6\,k_0 = \underline{\underline{0{,}16}}$

$\underline{\underline{T_I}} = 0{,}5\,T_0 = \underline{\underline{0{,}67}}$ [s]

$\underline{\underline{T_D}} = 0{,}125\,T_0 = \underline{\underline{0{,}17}}$ [s]

4.a) $u(t) = 3\sin(2t) \Rightarrow \omega = 2$

Ur Bode: $|G(j2)| = -7{,}2\,dB = 0{,}43$

$\underline{\angle G(j2)} = -133°$

$\therefore\ \underline{y(t)} = 0{,}43 \cdot 3\sin(2t - 133°) = \underline{\underline{1{,}29\sin(2t - 133°)}}$

---

b) Ur Bode: För $\phi_m = 60°$ krävs $\omega_c = 1{,}5$ rad/s

$|G_p(j1{,}5)| = -4\,dB \Rightarrow$ Välj $\underline{\underline{K_R}} = +4\,dB \,\hat{=}\, \underline{\underline{1{,}6}}$

---

c) Ur Bode: $\omega_\pi = 6$ rad/s

$|G_p(j\omega_\pi)| = -26\,dB$

Med $K_R = +4\,dB$ fås $\underline{\underline{A_m}} = 26 - 4 = 22\,dB \,\hat{=}\, \underline{\underline{12{,}6}}$

---

d) $\underline{\underline{t_r}} \approx \dfrac{1{,}4}{\omega_c} = \dfrac{1{,}4}{1{,}5} = \underline{\underline{0{,}93\ [s]}}$

---

e) Antag enhetssteg

$$e_0 = \lim_{s \to 0} \frac{1}{1 + G_p G_R} = \frac{1}{1 + K_{LF} \cdot K_R}$$

Ur Bode $K_{LF} = 8\,dB \,\hat{=}\, 2{,}5$

$\therefore\ \underline{\underline{e_0}} = \dfrac{1}{1 + 2{,}5 \cdot 1{,}6} = \underline{\underline{0{,}2}}$

5.a) $G_R(s) = K\left(1 + \dfrac{1}{T_I s}\right) = 2\left(1 + \dfrac{1}{10s}\right) = \dfrac{20s + 2}{10s}$ $\qquad h = 0{,}4\ [s]$

Bilinjär transform $s = \dfrac{2(z-1)}{h(z+1)} = 5\dfrac{(z-1)}{z+1} \Rightarrow$

$$\underline{\underline{H_R(z)}} = \frac{20\,\dfrac{5(z-1)}{z+1} + 2}{10 \cdot 5\,\dfrac{(z-1)}{(z+1)}} = \underline{\underline{\frac{102z - 98}{50z - 50} = \frac{2{,}04 - 1{,}96z^{-1}}{1 - z^{-1}}}}$$

---

b) $\dfrac{U(z)}{E(z)} = \dfrac{2{,}04 - 1{,}96z^{-1}}{1 - z^{-1}} \Rightarrow U(z) = z^{-1}U(z) + 2{,}04E(z) - 1{,}96z^{-1}E(z)$

$\therefore\ \underline{\underline{u(k) = u(k-1) + 2{,}04e(k) - 1{,}96e(k-1)}}$

031219

6. a) $G_{TOT} = \dfrac{G_R G_P}{1+G_R G_P} \Rightarrow G_R = \dfrac{G_{TOT}}{G_P(1-G_{TOT})} \Rightarrow$

$$\underline{\underline{G_R}} = \frac{1}{G_P\left(\frac{1}{G_{TOT}}-1\right)} = \frac{1+15s}{(1+3s-1)} = \underline{\underline{\frac{1+15s}{3s}}}$$

b) $G_{PID} = K_R\left(1+\dfrac{1}{T_I s}+T_D s\right)$

$$G_R = \frac{1+15s}{3s} = 5 + \frac{1}{3s} = 5\left(1+\frac{1}{15s}\right)$$

ID $\begin{cases} \underline{\underline{K_R = 5}} \\ \underline{\underline{T_I = 15}} \\ \underline{\underline{T_D = 0}} \end{cases}$

7. $G_P(s) = \dfrac{2,5}{1+10s}$ $h = 4$ [s] Diskretisering $\Rightarrow$

$$H(z) = \frac{2,5\left(1-e^{-0,4}\right)z^{-1}}{1-e^{-0,4}z^{-1}} = \frac{0,824z^{-1}}{1-0,670z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Inget kvarstående fel vid stegstörning $\Rightarrow$ Integralverkan.

Sätt $A^* = (1-z^{-1})A(z) = 1-1,670z^{-1}+0,670z^{-2}$

$$\left.\begin{aligned} n_c &= n_b - 1 = 0 \\ n_d &= n_{a^*} - 1 = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\underline{C(z) = 1} \\ &D(z) = d_0 + d_1 z^{-1} \end{aligned}$$

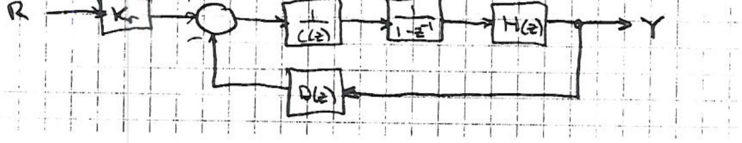
Alla poler i origo $\Rightarrow P(z) = 1$

PPE $1 = (1-1,670z^{-1}+0,670z^{-2})\cdot 1 + 0,824z^{-1}(d_0+d_1z^{-1})$

$1 = 1 + (0,824d_0 - 1,670)z^{-1} + (0,824d_1 + 0,670)z^{-2}$

ID $\begin{aligned} z^{-1}&: \ 0,824d_0 - 1,670 = 0 \\ z^{-2}&: \ 0,824d_1 + 0,670 = 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} d_0 &= 2,027 \\ d_1 &= -0,813 \end{aligned} \Rightarrow$

$\underline{\underline{D(z) = 2,027 - 0,813z^{-1}}}$ $\underline{\underline{K_r}} = \dfrac{P(1)}{B(1)} = \dfrac{1}{0,824} = \underline{\underline{1,214}}$



8. Rörelseekv.

$$\begin{cases} m_1\ddot{y}_1 = k(y_2-y_1) + b(\dot{y}_2-\dot{y}_1) \\ m_2\ddot{y}_2 = u - k(y_2-y_1) - b(\dot{y}_2-\dot{y}_1) \end{cases}$$

Ansätt tillstånd

$$\begin{cases} x_1 = y_1 \\ x_2 = \dot{y}_1 \\ x_3 = y_2 \\ x_4 = \dot{y}_2 \end{cases}$$

Tillståndsekv.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{m_1}(x_3-x_1) + \frac{b}{m_1}(x_4-x_2) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_2}u - \frac{k}{m_2}(x_3-x_1) - \frac{b}{m_2}(x_4-x_2) \end{cases}$$

$$y = y_1 = x_1$$

Matrisform

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & \frac{b}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{b}{m_2} & -\frac{k}{m_2} & -\frac{b}{m_2} \end{bmatrix}}^{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}}^{B} \cdot u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \underbrace{[0]}_{D} \cdot u$$

Uppgift 3 Tentamen 031219