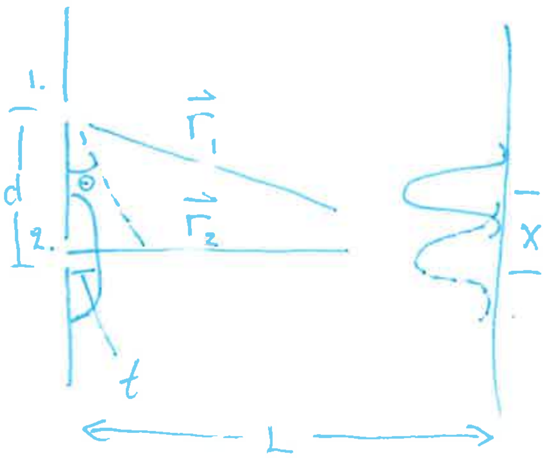
Pga vattendroppen ändras den optiska vägen för ljuset från öppning 2. Centralmaximat uppstår där den optiska vägen är lika lång.



$L \gg d \Rightarrow$ strålarna $\vec{r}_1$ & $\vec{r}_2$ kan anses parallella.

Optisk väg för stråle 1.

$$\vec{r}_1 = L$$

Optisk väg för stråle 2.

$$\vec{r}_2 = (L-t) + t \cdot n = L + t(n-1).$$

För centralmaximat gäller

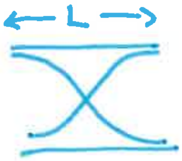
$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = t(n-1) = d \cdot \sin\theta = \left\{ \sin\theta \approx \frac{x}{L} \right\} = \frac{dx}{L}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{tL(n-1)}{d}$$

Generellt gäller för ljudvågor

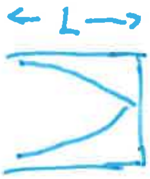
$$v_{luft} = \lambda \cdot f$$

öppen pipa (ö.p.)



v_m

sluten pipa (s.p.)



$$\frac{\lambda}{2} = L \qquad\qquad \frac{\lambda}{4} = L$$

$$f_{ö.p.} = \frac{v_{luft}}{2L} \qquad\qquad f_{s.p.} = \frac{v_{luft}}{4L}$$

Obs
tecknet ..
bestäms
av mottage

För dopplerskift gäller $f_m = f_s \cdot \dfrac{v_{luft} \mp v_m}{v_{luft}}$

$$f_m = f_{ö.p.} \cdot \frac{v_{luft} - v_m}{v_{luft}} \qquad\qquad f_m = f_{s.p.} \cdot \frac{v_{luft} + v_m}{v_{luft}}$$

$$f_m = \frac{v_{luft} - v_m}{2L} \qquad\qquad f_m = \frac{v_{luft} + v_m}{4L}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_{luft} - v_m}{2L} = \frac{v_{luft} + v_m}{4L}$$

$$2v_{luft} - 2v_m = v_{luft} + v_m$$

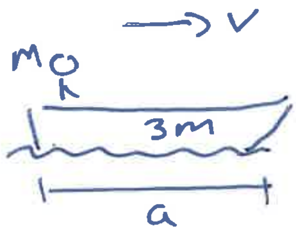
$$v_{luft} = 3v_m$$

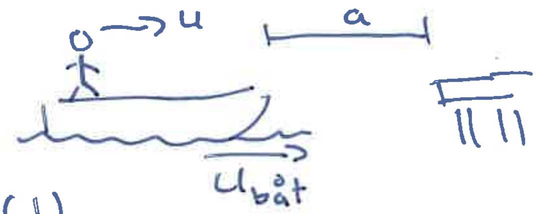
$$\Rightarrow \quad v_m = \frac{v_{luft}}{3}$$

Inga yttre krafter i x-led

$\Rightarrow$ rörelsemängden är

bevarad i x-led.





$$4mv = 3mu_{Bål} + m(u + u_{båt}) \quad (1)$$

Från uppgiften vet vi att sträckan som personen samt båten ska färdas givet sina respektive hast. är

$$\left.\begin{aligned} a &= u \cdot t \\ a &= u_{Båt} \cdot t \end{aligned}\right\} \Rightarrow u = u_{Bål}$$

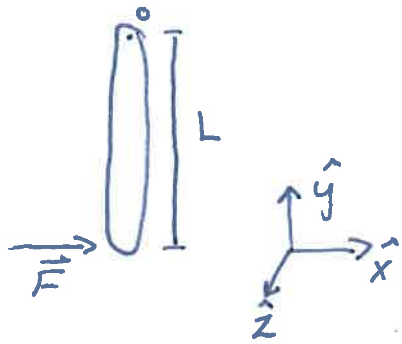
dvs personens hastighet relativt båten är samma hastighet som båtens relativt bryggan.

$$(1) \Rightarrow \quad 4mv = 3mu + 2mu$$

$$4v = 5u$$

$$u = \frac{4}{5}v.$$

Sätt origo i spiken. Kraftmomentet blir då



$$\overleftarrow{M}_o = \vec{r} \times \vec{F} = L \cdot F \quad (\hat{z}\text{-led})$$

Impulsmomentet blir

$$\int_0^t M_o \, dt = \int_0^t \underbrace{L \cdot F}_{\text{kraften konst.}} \, dt = L \cdot F \cdot t = L_e - \underbrace{L_i}_{0} = \underbrace{L_e}_{\substack{\text{rörelsemängdmomentet} \\ \text{efter kraften har} \\ \text{verkat tiden } t.}}$$

Rörelsen är cirkulär $\Rightarrow L_e = I\omega$

$$\Rightarrow \omega = \frac{LFt}{I}$$

Efter kraften $\vec{F}$ har verkat är energin bevarat.

$$\begin{cases} E_{rot}^{f} = \dfrac{I\omega^2}{2} & \text{Rotationsenergin direkt efter } \vec{F}. \\ E_{pot}^{e} = MgL & \text{Förändringen av pot. energin av masscentrum.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{I\omega^2}{2} = \frac{I}{2}\frac{L^2F^2t^2}{I^2} = \frac{L^2F^2t^2}{2I} = \left\{ I = \frac{ML^2}{3} \right\} = \frac{3F^2t^2}{2M} = MgL$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{\frac{2M^2gL}{3t^2}} \qquad \text{Dim. analys} \quad \frac{ML}{T^2} = \sqrt{\frac{M^2\frac{L}{T^2}L}{T^2}} = \frac{ML}{T^2}$$

ok.

a) Från tidsdilation vet vi

$$\Delta t = \frac{\Delta t_e}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

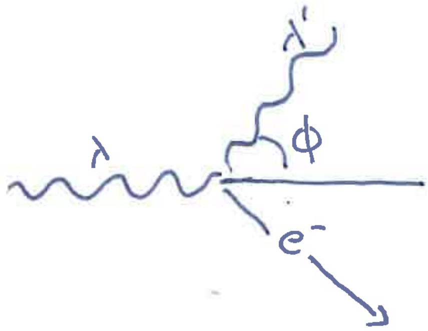
← tiden som astronaterna upplever.

tiden som Jorden passera

Från uppgiften gäller

$$\Delta t = \frac{120 \text{ år}}{\sqrt{1-(0.9990)^2}} \approx 2680 \text{ år}$$

b) Compton strålningen följer



$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\phi)$$

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\phi) = \{num\} \approx 24.2 \text{ pm}$$

Energin för en foton ges av

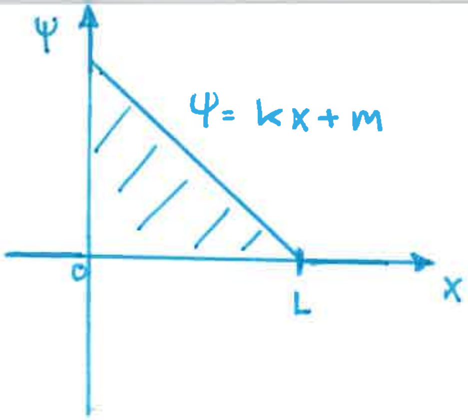
$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\frac{\text{Energi förlust}}{\text{Energi från början}} = \frac{E-E'}{E} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}}{\frac{hc}{\lambda}} =$$

$$= \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} \approx 0.091 \quad \text{dvs} \quad 9.1\%$$

Från $\psi(x=L)=0$ vet vi

$$kL+m=0$$
$$k=-\frac{m}{L}$$



Vågfunktionen måste normeras

$$1=\int_0^L |\psi|^2 dx = \int_0^L \left(-\frac{m}{L}x+m\right)^2 dx =$$

$$= m^2\int_0^L \left(\frac{x^2}{L^2}-\frac{2x}{L}+1\right)dx = m^2\left[\frac{x^3}{3L^2}-\frac{x^2}{L}+x\right]_0^L =$$

$$= m^2\frac{L}{3} \implies m=\sqrt{\frac{3}{L}}$$

$$\implies \psi(x)=\sqrt{\frac{3}{L}}\left(1-\frac{x}{L}\right)$$

Sök överlappet med $\varphi(x)=\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

$$\int_0^L \psi(x)\cdot\varphi(x)\cdot dx = \frac{\sqrt{6}}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)-\frac{x}{L}\cdot\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)dx =$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{L}\left[-\frac{\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)}{\frac{\pi}{L}}-\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}{L\cdot\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}+\frac{x\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)}{L\cdot\frac{\pi}{L}}\right]_0^L =$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{L}\left(-\frac{L}{\pi}+\frac{L}{\pi}+\frac{L}{\pi}\right)=\frac{\sqrt{6}}{\pi}$$

Enligt Borns tolkning är sannolikheten att hitta partikeln i $\varphi(x)$:

$$\left(\frac{\sqrt{6}}{\pi}\right)^2=\frac{6}{\pi^2}\approx 0.61 \quad \text{dvs } 61\,\%$$