CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik och automation

ESS 100 Modellbygge och simulering
Tentamen tisdagen den 17 december 2002

M 8.45 – 12.45

Lärare: Bo Egardt, tel 3721 eller 2591.

Tillåtna hjälpmedel:
Matematisk standardtabell typ Beta.
Physics Handbook.
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator.

Poängberäkning: Tentamen består av 5 uppgifter om totalt 50 poäng. Nominella betygsgränser är 20/30/40 poäng. Redovisningen skall vara tydlig och väl motiverad.

Tentamensresultat: Anslås senast den 14 januari på anslagstavlan utanför studieexpeditionen. Granskning av rättningen sker den 14 januari kl 12.30 – 13.00.

OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

LYCKA TILL!

Uppgift 1 (10 p)

(a) Vid anpassning av en blackbox-modell till mätdata, kan man välja en modell av hög ordning, dvs med många parametrar. Nämn en önskvärd och en icke önskvärd effekt av detta val.

(b) Vilka egenskaper vill man att en integrationsalgoritm skall ha? Nämn 3 önskvärda egenskaper.

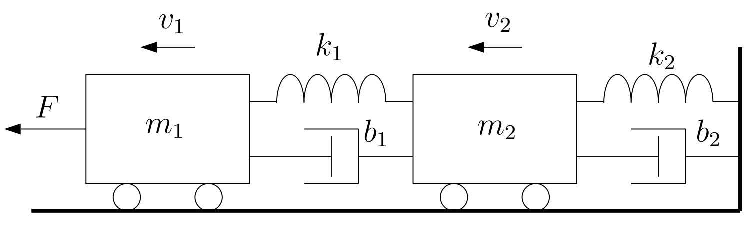
(c) Vid validering av en modell, anpassad till experimentella data, konstaterar man att kovariansen mellan residual och insignal ($\hat{R}_{\varepsilon u}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \varepsilon(t+\tau)u(t)$) har stora värden för flera värden på argumentet τ. Hur bör detta påverka det fortsatta modelleringsarbetet? Motivera!

(d) Vad innebär begreppet *aggregering* i samband med modellreduktion?

(e) Avgör om följande bindningsgraf är konfliktfri.

Uppgift 2 (10 p)

Betrakta nedanstående mekaniska system bestående av två vagnar med linjära fjädrar och dämpare.



Kraften F är insignal. Vagnarnas hjul antas rotera utan friktion.

(a) Ställ upp en bindningsgraf för systemet. Är den fri från kausalitetskonflikter? Hur många tillstånd behövs? (5p)

(b) Ange med ledning av resultatet i (a) en elektrisk krets med samma matematiska modell. Det skall framgå hur komponentvärdena i den elektriska kretsen relaterar till parametrarna i den mekaniska. (5p)

Uppgift 3 (10 p)

Man vill från ett identifieringsexperiment bygga en andra ordningens linjär modell

$$y(t) = \frac{b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2}} u(t) + e(t)$$

Följande tre identifieringar görs.

1. Man gör frekvensanalys vid vinkelfrekvenserna ω_1 och ω_2, skattar på så sätt $G(e^{i\omega_1})$ och $G(e^{i\omega_2})$ samt anpassar en andra ordningens modell som går genom dessa punkter i frekvensplanet.

2. Man gör ett identifieringsexperiment med insignalen

   $$u(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t), \quad t = 1, 2, 3, \ldots$$

   och anpassar en modell med strukturen ovan (alltså en s.k. OE-modell).

3. Man gör också ett identifieringsexperiment med insignalen

   $$u(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t), \quad t = 1, 2, 3, \ldots$$

   och modellen

   $$y(t) = \frac{b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2}} u(t) + H_*(q) e(t)$$

   där H_* är en fix brusmodell.

Vilken skillnad får man mellan identifieringsresultaten i de tre fallen? Motivera noga. Anta att mätserierna är så långa att man kan bortse från brusets inflytande. Ange speciellt hur valet av H_* i tredje metoden påverkar resultatet. (10p)

Uppgift 4 (10 p)

Det är väldigt viktigt hur man hissar upp dykare från stora djup. Man måste ta hänsyn till att stora tryckdifferenser i dykarens kropp kan ge upphov till skador. (Tar man upp dykaren för snabbt, kan han eller hon drabbas av dykarsjukan, eller ännu värre explodera.) Vi vill ställa upp en matematisk modell för dykaren, när man lyfter upp honom eller henne med en yttre lyftkraft, $F_{lyft}(t)$, från ett givet djup.
Låt $h(t)$ vara dykarens djup, m dykarens massa, v dykarens volym samt ρ vattnets densitet vilken antas vara konstant.
Följande samband gäller:

- Lyftkraften av vattnet är $g(\rho v - m)$.
- Friktionskraften i vattnet är proportionell mot dykarens hastighet.

En viktig fysiologisk variabel hos dykaren är genomsnittliga interna trycket i kroppens vävnader. Låt $p(t)$ vara detta tryck relativt atmosfärtrycket vid havsnivå. Det lokala undervattenstrycket på djupet h är ρgh relativt atmosfärstrycket. Då uppfyller $p(t)$ följande differentialekvation:

$$\frac{dp(t)}{dt} = k(\rho gh(t) - p(t))$$

där k är en fysiologisk konstant. En viktig variabel är skillnaden mellan trycket i kroppens vävnader och det yttre trycket, dvs

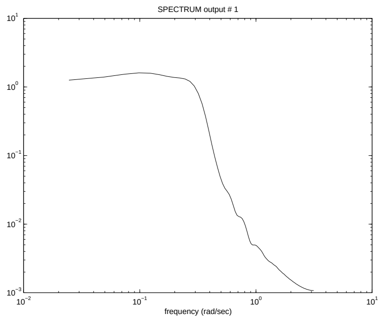
$$q(t) = p(t) - \rho gh(t)$$

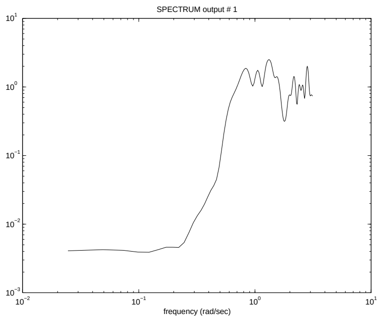
(a) Ställ upp en matematisk modell på tillståndsform för ovanstående problem med $F_{lyft}(t)$ som insignal och $q(t)$ som utsignal. (7p)

(b) Ange ett krav på $F_{lyft}(t)$ för att det ska finnas en stationär punkt. Ange denna stationära punkt. (3p)

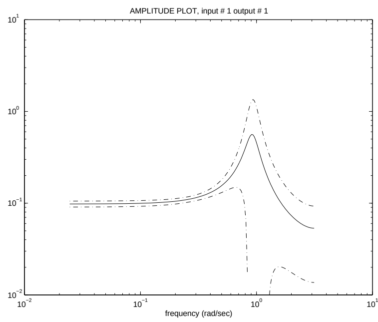
Uppgift 5 (10 p)

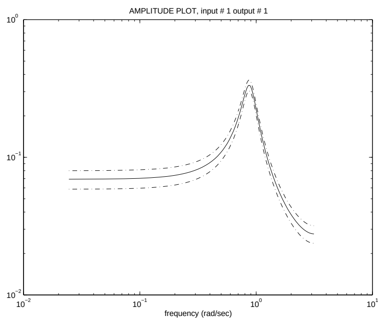
Ett okänt system ska identifieras och man väljer två olika insignaler u_a och u_b vars spektrum ser ut på följande sätt:

a) 

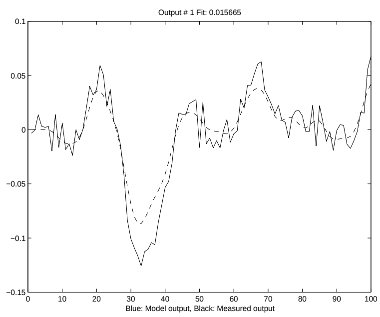
b) 

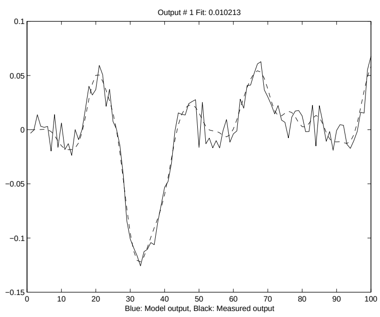
Två OE modeller skattas med de två insignalerna. Bodediagram av de skattade modellerna med 97% konfidensintervall visas nedan.

1) 

2) 

Nedan visas simuleringar av modellerna tillsammans med den sanna utsignalen när insignalen är u_a.

a) 

b) 

(a) Vilken av insignalerna hör ihop med vilken model? (3p)

(b) I plottarna med simuleringarna så finns det en streckad och en heldragen linje. Vilken är modellens utsignal och vilken är den sanna utsignalen? (1p)

(c) Vilken modell hör ihop med vilken simulering? (3p)

(d) Vilken modell är bäst att använda om vi vill konstruera en regulator som ger det slutna systemet en stigtid på cirka 1 sekund? (3p)