ESS 100 Modellbygge och simulering
Lösningar till tentamen tisdagen den 17 december 2002

M 8.45 – 12.45

Uppgift 1

(a) Man får i allmänhet en bättre anpassning ”i medel”, dvs ett mindre systematiskt fel (bias). Nackdelen är att slumpmässiga fel (brusinverkan) tenderar att öka.

(b) Noggrannhet, stabilitet och måttlig beräkningskomplexitet.

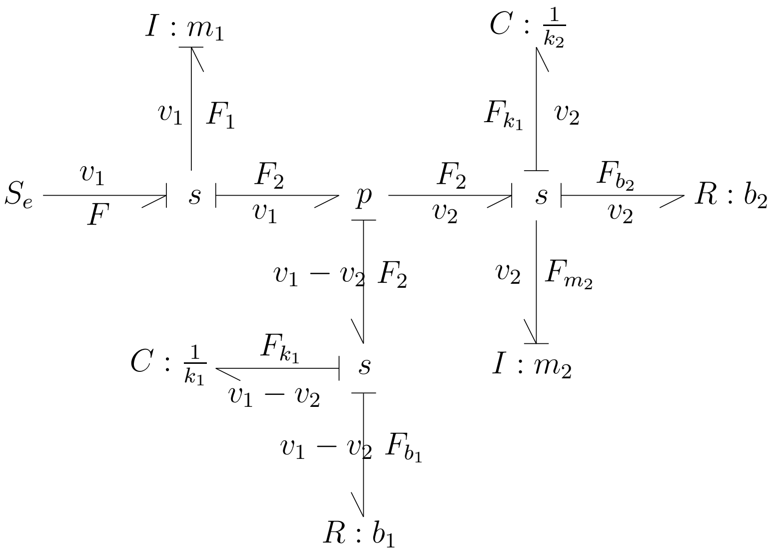
(c) Man bör vara uppmärksam på att detta kan innebära att systemet opererat under återkoppling, men behöver inte påverka det fortsatta arbetet nämnvärt, om man använder PEM.

(d) Att man slår ihop flera tillståndsvariabler och representerar dessa med en tillståndsvariabel, t ex ett viktat medelvärde.

(e) Grafen är inte konfliktfri — om man tilldelar kausalitet till källa och alla I- och C-element, så får transformatorn felaktig kausalitetstilldelning.

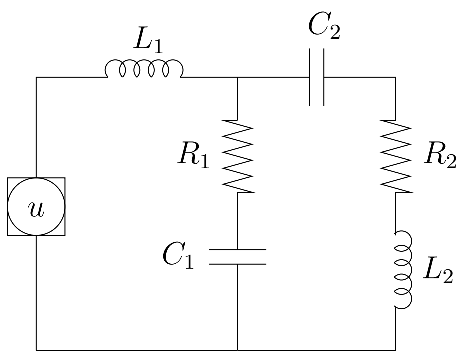
Uppgift 2

a) Konfliktfri bindningsgraf:



Fyra tillståndsvariabler behövs.

b) Ekvivalent elektrisk krets:



där $L_1 = m_1$, $R_1 = b_1$, $C_1 = \frac{1}{k_1}$, $L_2 = m_2$, $R_2 = b_2$ och $C_2 = \frac{1}{k_2}$.

Uppgift 3

Notera att identifieringen ger skattningen

$$\theta^* = \arg\min_\theta \int_{-\pi}^{\pi} |G_0(e^{i\omega}) - G(e^{i\omega}, \theta)|^2 \frac{\Phi_u(\omega)}{|H_*(e^{i\omega})|^2} d\omega$$

där $\Phi_u(\omega)$ är insignalens spektrum. I detta fall har vi $\Phi_u(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega = \omega_1, \omega_2 \\ 0 & \text{f.ö} \end{cases}$, vilket ger

$$\theta^* = \arg\min_\theta \sum_{k=1}^{2} |G_0(e^{i\omega_k}) - G(e^{i\omega_k}, \theta)|^2 \frac{\Phi_u(\omega_k)}{|H_*(e^{i\omega_k})|^2}$$

I fall 1 och 2 är $|H_*| = 1$, de ger alltså samma skattning, medan kriteriet i fall 3 viktas med brusmodellen H_*. Om H_* är stor vid ω_1 anpassas den skattade modellen mer till $G(e^{i\omega_2})$ än till $G(e^{i\omega_1})$ och tvärtom. I det här fallet har vi så många parametrar att modellen kan anpassas exakt i både ω_1 och ω_2, så brusmodellens inverkan försvinner.

Svar: Samtliga tre identifieringar ger samma resultat.

Uppgift 4

1. Newtons II:a lag på dykaren ger: $-F_{lyft} - g(\rho v - m) - F_f = m\ddot{h}$. Vidare gäller för friktionskraften $F_f = b\dot{h}$. Dessutom har vi sambanden $\dot{p} = k(\rho g h - p)$ och $q = p - \rho g h$. Med $x_1 = h, x_2 = \dot{h}, x_3 = p, u = F_{lyft}$ och $y = q$ fås följande tillståndsmodell:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= -\tfrac{b}{m} x_2(t) - \tfrac{1}{m} u(t) - g(\tfrac{\rho v}{m} - 1) \\
\dot{x}_3(t) &= k\rho g x_1(t) - k x_3(t) \\
y(t) &= -\rho g x_1(t) + x_3(t).
\end{aligned}$$

2. För stationär punkt gäller $x_2 = 0 \implies u = g(m - \rho v)$. Vidare måste $\rho g x_1 = x_3$. Låt $x_1 = h_{stat}$ i stationärt tillstånd. Då ges den stationära punkten av $x = \begin{bmatrix} h_{stat} & 0 & \rho g h_{stat} \end{bmatrix}^T$.

Uppgift 5

a) Modellosäkerheten är omvänt proportionell mot insignalsenergin. Därför hör insignal a) ihop med modell 1 och insignal b) med modell 2.

b) Båda modellerna filtrerar bort höga frekvenser och därför måste de streckade linjerna (som saknar HF variationer) vara modellernas utsignaler.

c) Eftersom modellerna är simulerade på data som används för att identifiera modell 1 (enligt uppg. a)) så kan vi förvänta oss att modell 1 också beskriver denna datamängd bättre än modell 2 som skattats med en annan sorts data. Alltså hör modell 1 ihop med simulering b) och modell 2 med simulering a).

d) Ska stigtiden bli c:a 1 sekund så ska det slutna systemets bandbredd vara kring 1 rad/s. Det innebär att vi behöver en bra modell kring denna frekvens och då är modell 2 bäst.