CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Reglerteknik, automation och mekatronik

ERE 102 Reglerteknik D
Tentamen 2013-04-05

14.00 – 18.00

Examinator: Bo Egardt, tel 3721.

Tillåtna hjälpmedel:

- Typgodkänd räknare
- Beta
- Formelblad (bilagd tentatesen)

Poängberäkning: Tentamen består av 5 uppgifter om totalt 30 poäng. Nominella betygsgränser är 12 (3), 18 (4) respektive 24 (5) poäng. Lösningarna skall vara tydliga och väl motiverade!

Tentamensresultat: Granskning av rättningen erbjuds den 23 april kl 11.00 – 12.00. Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste lämnas in **senast två veckor** efter ordinarie granskning.

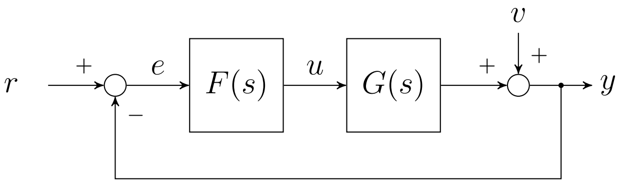
LYCKA TILL!

Uppgift 1.

a. En process med överförngsfunktionen

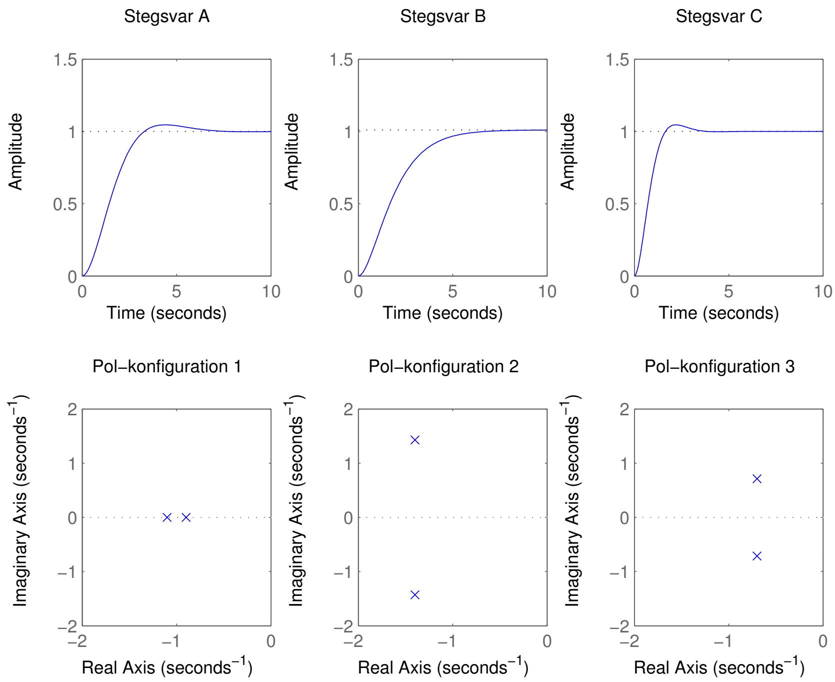
$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+s+1}$$

återkopplas med en P-regulator $F(s) = K = 2$ enligt nedan.



Vad blir det kvarstående felet då v är en stegstörning med amplituden 10 (anta $r = 0$)? (2 p)

b. Figuren nedan visar stegsvar och pol-konfigurationer för tre olika system. Para ihop de figurer som hör ihop, dvs beskriver samma system! (2 p)



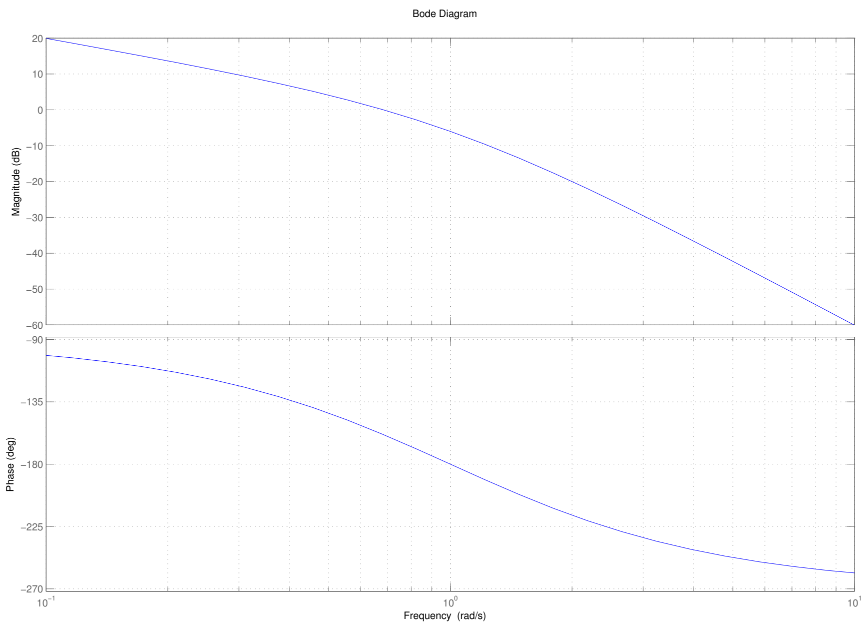
c. Beräkna impulssvaret för processen med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2s^2 + 4s + 3}{(s+1)(s^2 + 2s + 2)}$$

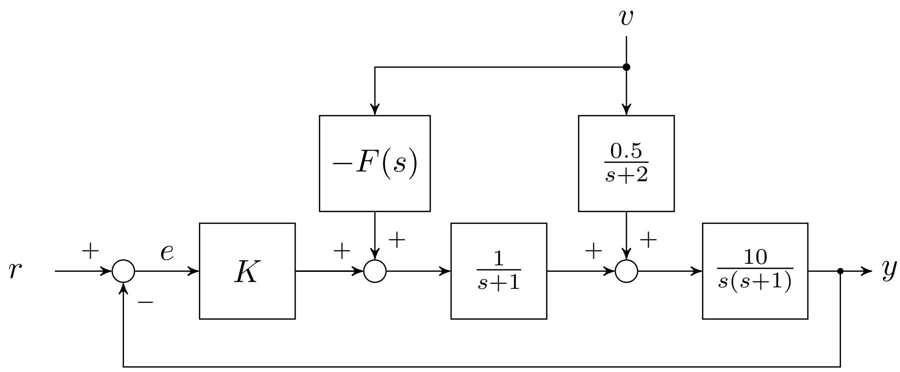
(2 p)

d. Man vill konstruera ett analogt filter, som filtrerar bort en kraftig störningskomponent med ungefärlig frekvens 3 rad/s. Konstruera ett sådant filter utgående från ett första ordningens LP-filter av Butterworth-typ. Låt bandbredden för filtret vara 5 rad/s. (2 p)

e. Figuren nedan visar **kretsförstärkningen** för en reglerkrets. En sinusformad mätstörning med frekvensen $\omega = 3$ rad/s påverkar mätningen som används för återkopplingen. Hur mycket av denna mätstörning slår igenom i processens utsignal? Ett approximativt värde räcker! (2 p)



Uppgift 2.
Blockschemat nedan visar ett reglersystem, innehållande en återkoppling med en P-regulator och en framkoppling från en mätbar störning v.

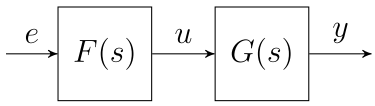


a. Hur påverkas systemets stabilitet av framkopplingen? Motivera! (1 p)

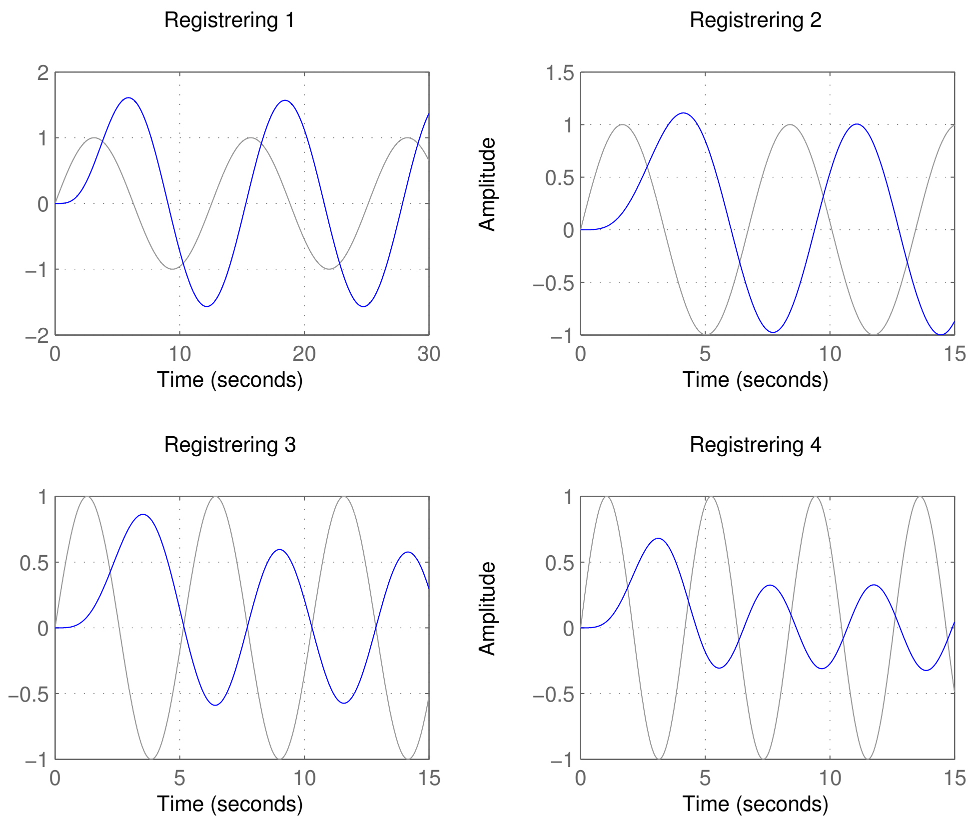
b. Bestäm P-regulatorns förstärkning K så att amplitudmarginalen blir 2.5. (2 p)

c. Bestäm framkopplingsfiltret $F(s)$ så att störningen avkopplas helt. (2 p)

Uppgift 3.
En kollega till dig har designat en regulator, som du skall ta i drift. Du vill gärna övertyga dig om att det slutna systemet kommer att vara stabilt, innan du sluter loopen. Till din hjälp har du resultaten från några experiment utförda i *open loop*, där regulatorns insignal e varierats som en sinussignal, och såväl regulatorns insignal som processens utsignal y registrerats. Se blockschemat nedan, där $F(s)$ är regulatorns överföringsfunktion och $G(s)$ är processens.



Fyra olika registreringar från dessa experiment visas nedan. Insignalen är alltså $e(t) = \sin(\omega t)$ för olika värden på ω.



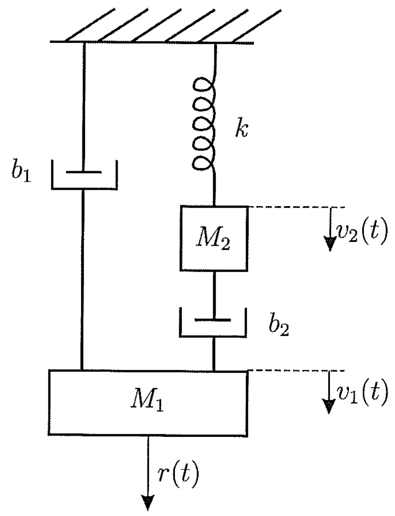
a. Förklara hur man utifrån dessa registreringar har goda skäl att anta att det slutna systemet blir stabilt efter att reglerkretsen slutits. (3 p)

b. Utgående från att det slutna systemet är stabilt, beräkna fas- och amplitudmarginaler. Approximativa värden räcker, men motivera! (2 p)

Uppgift 4.
Det mekaniska systemet nedan består av två massor M_1 och M_2, två viskösa dämpare med dämpkonstanter b_1 och b_2, en fjäder med fjäderkonstant k samt en pålagd kraft $r(t)$. Hastigheterna för de två massorna betecknas v_1 och v_2.

a. Välj tillståndsvariabler och ta fram en tillståndsmodell för systemet. (3 p)

b. Beräkna överföringsfunktionen från kraften r till hastigheten v_1.
Ledning: Du behöver *inte* invertera en 3×3 matris för att göra detta! (2 p)



Uppgift 5.
En regulator skall dimensioneras för en process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s(s+1)}$$

Följande specifikationer gäller:

- Fasmarginalen skall uppfylla villkoret $\varphi_m \geq 30°$
- Överkorsningsfrekvensen skall uppfylla $\omega_c \geq 1$ rad/s.

a. Vilken regulatortyp är lämplig för att lösa uppgiften? (1 p)

b. Dimensionera en regulator som uppfyller specifikationerna! (4 p)

SLUT

Lösningsskisser

1. (a) Kvarstående felet kan beräknas med användning av slutvärdessatsen: $e_\infty = (1/(1 + KG(0)) \cdot 10 = 2$.

   (b) B-1, A-3, C-2

   (c) Partialbråksuppdelning ger

   $$G(s) = \frac{1}{s+1} + \frac{s+1}{s^2+2s+2} = \frac{1}{s+1} + \frac{s+1}{(s+1)^2+1},$$

   vilket ger impulssvaret $e^{-t}(1 + \cos t)$.

   (d) Lämpligt filter är ett bandspärrfilter. Med transformationen $s \to Bs/(s^2+\omega_M^2)$ för $B = 5$ och $\omega_M = 3$ fås ett filter med överföringsfunktionen

   $$G(s) = \frac{s^2+\omega_M^2}{s^2+Bs+\omega_M^2} = \frac{s^2+9}{s^2+5s+9}$$

   (e) Figuren ger $|L(i \cdot 3)| \approx -30dB \approx 0.03$ och dessutom gäller $|T| \approx |L|$ i detta frekvensområde. Mätstörningen dämpas alltså ungefär en faktor 30.

2. (a) Stabiliteten påverkas inte, eftersom framkopplingen ligger utanför återkopplingsslingan, dvs systemets karakteristiska ekvation innehåller inga delar från framkopplingen.

   (b) Kretsöverföringen

   $$L(s) = \frac{10K}{s(s+1)^2}$$

   har fasen -180° för $\omega = 1$, vilket innebär att K kan bestämmas ur relationen

   $$|L(i \cdot 1)| = \frac{10K}{2} = 1/2.5$$

   vilket ger $K = 0.08$.

   (c) För att inverkan från v skall elimineras helt krävs att

   $$\frac{1}{s+1}F(s) = \frac{0.5}{s+2}$$

   vilket ger $F(s) = 0.5\frac{s+1}{s+2}$.

3. (a) Registrering 2 visar att Nyquistkurvan ($L(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega)$) går in i enhetscirkeln (förstärkningen är 1!) i 3:e kvadranten (fasförskjutning motsvarande mellan 1/4 och 1/2 av en period); registrering 3 visar att kurvan skär negativa realaxeln (fasförskjutning $-180°$!) till höger om den kritiska punkten (förstärkningen mindre än 1). Det tyder på att det förenklade Nyquistkriteriet kan tillämpas (processen är stabil) och att det slutna systemet är stabilt.

   (b) Registrering 2 ger fasmarginalen: periodtiden är c:a 7 s och tidsförskjutning insignal $\rightarrow$ utsignal är c:a 2.7 s. Detta ger $\arg L(i\omega_c) \approx -\frac{2.7}{7}360 \approx -140°$, dvs fasmarginalen är c:a 40°.
   Registering 3 ger amplitudmarginalen: förstärkningen är c:a 0.6, dvs amplitudmarginalen c:a $1/0.6 \approx 1.7$.

4. (a) Med tillståndsvariablerna v_1, v_2 och fjäderkraften F_k fås från en kraftbalans:

$$
\begin{aligned}
M_1 \frac{dv_1(t)}{dt} &= r(t) - b_1 v_1(t) - b_2(v_1(t) - v_2(t)) \\
M_2 \frac{v_2(t)}{dt} &= b_2(v_1(t) - v_2(t)) - F_k(t) \\
\frac{dF_k(t)}{dt} &= k v_2(t)
\end{aligned}
$$

   Genom att dividera med M_1 respektive M_2 fås en tillståndsmodell på standardform.

   (b) Överföringsfunktionen kan fås genom att ställa upp modellen på matrisform och beräkna $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$, men för att undvika att invertera en 3×3-matris kan man istället direkt Laplacetransformera ekvationerna i a):

$$
\begin{aligned}
(M_1 s + b_1 + b_2)V_1(s) &= R(s) + b_2 V_2(s) \\
(M_2 s + b_2)V_2(s) &= b_2 V_1(s) - \frac{k}{s} V_2(s)
\end{aligned}
$$

   Lös ut V_2 som funktion av V_1 ur den andra ekvationen:

$$
V_2(s) = \frac{b_2 s}{M_2 s^2 + b_2 s + k} V_1(s)
$$

   Insatt i den första ekvationen fås nu den sökta överföringsfunktionen:

$$
V_1(s) = \frac{M_2 s^2 + b_2 s + k}{(M_2 s^2 + b_2 s + k)(M_1 s + b_1 + b_2) - b_2^2 s} R(s)
$$

5. (a) Eftersom $\arg G(i \cdot 1) \approx -192^\circ$, så följer att fasen måste lyftas vid ω_c. Alltså är det lämpligt att använda en fasvancerande länk eller en PD-regulator.

(b) Använd t ex en PD-regulator på formen

$$F(s) = K_p \frac{1 + sT}{1 + sT/b}$$

Låt $\omega_c = 1$. Enligt a) följer då att fasen måste lyftas $\varphi_{max} = 42^\circ$ och om max faslyft görs vid $\omega = \omega_c$, så följer enl formelbladet att b kan väljas som

$$b = \frac{1 + \sin \varphi_{max}}{1 - \sin \varphi_{max}} \approx 5$$

Max faslyft sker vid "mittfrekvensen" $\sqrt{b}/T$, som skall vara lika med ω_c, vilket ger $T = \sqrt{5}$.
Kvar återstår att bestämma K_p, som bestäms ur villkoret att kretsöverföringen skall ha förstärkning 1 vid $\omega = \omega_c$:

$$|G(i \cdot 1)| \cdot K_p \frac{|1 + i\sqrt{5}|}{|1 + i/\sqrt{5}|} = 1$$

vilket ger $K_p = \sqrt{2}/\sqrt{5}$. Regulatorn blir alltså:

$$F(s) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \frac{1 + s\sqrt{5}}{1 + s/\sqrt{5}}$$