LÖSNING. TENTAMEN D3 REGLERTEKNIK
ERE 102 23/8;2012

1a/ Ett mätvärde som troligen är felaktigt och som allvarligt kan påverka ett analysresultat. På liknande sätt störs en reglering om den är baserad på felaktig information. Olika metoder för att "ta bort" dessa mätvärden finnes. Svårigheten är att skilja en outlier från ett extremt men korrekt mätvärde.

1b/ 1H; 2A; 3B; 4E; 5G

1c/ Begynnelsevärdessatsen

$$y_0 = y(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{7s^3+18s^2+15s}{s^3 + \text{termer av lägre s-potens samt konst. termer}} =$$

$$= \frac{7s^3}{s^3} = 7;$$

Slutvärdessatsen

$$y_s = y(t\to\infty) = \lim_{s\to 0} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{7s^3+18s^2+15s}{\text{s-termer + konst}} = 0;$$

Stabilt system då alla rötterna till kar. ekv. har neg. realdel

Svar: $\begin{cases} y_0 = 7 \\ y_s = 0 \end{cases}$

1d/ I samband med manuell styrning (roderservot) är det däremot inte alltid fördelaktigast att helt frikoppla reglaget (spaken) från lastkrafterna, vilket inträffar då roderlänken är direkt fäst till hydraulkolvstången (läge 0 i figuren). Operatören upplever då spaken som lös och sladdrig. Att hålla i den ger ingen känsla för vindkrafter etc som verkar på rodret. En ur ergonomisk synpunkt bättre lösning är att flytta länkfästet till ett läge motsvarande 1 i figuren. En liten andel av roderkraften (motsvarande kvoten mellan avståndet 0–1 och spakens längd) fortplantas till spakknoppen med "rätt tecken", dvs operatören känner en liten del av det motstånd rodret gör mot rörelsen direkt i reglaget. En tränad operatör kan normalt utnyttja denna information om lastförhållandena till att åstadkomma bättre avvägda manuella styråtgärder.

Flyttning av länken till läge 2 leder också till att motsvarande andel av roderkraften känns i spaken, fast nu med "fel" riktning så att systemet blir svårstyrt och tenderar mot instabilitet. Manuella styrfunktioner, där muskelarbete förstärks med mekanisk servoverkan i enlighet med ovanstående principresonemang, förekommer ofta vid farkoststyrning. Två alldagliga exempel är servostyrning och servobromsar i bilar.

2/ Kraftbalans: $m\ddot{x} + kx = \delta(t)$

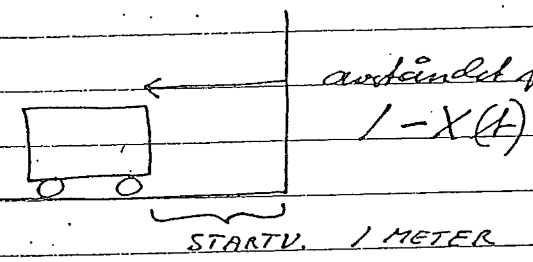
Laplace $\Rightarrow$ $m[s^2X(s) - sX(0) - \dot{X}(0)] + k\cdot X(s) = 1$;

Vagnen i vila vid $t<0 \Rightarrow \dot{X}(0)=0$

Om vi låter startvärdet vara $X=0 \Rightarrow$

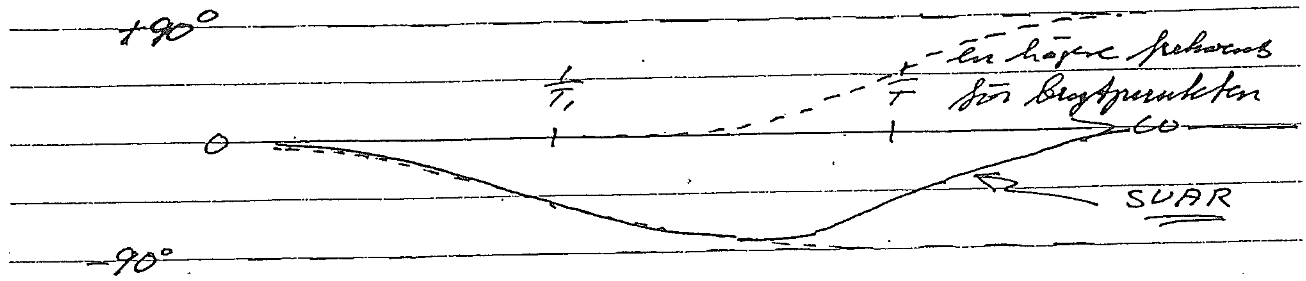
$ms^2X(s)+kX(s)=1$ eller $X(s)=\frac{1}{ms^2+k} = \frac{1/m}{s^2+\frac{k}{m}}$

$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{\sqrt{mk}} \sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$;

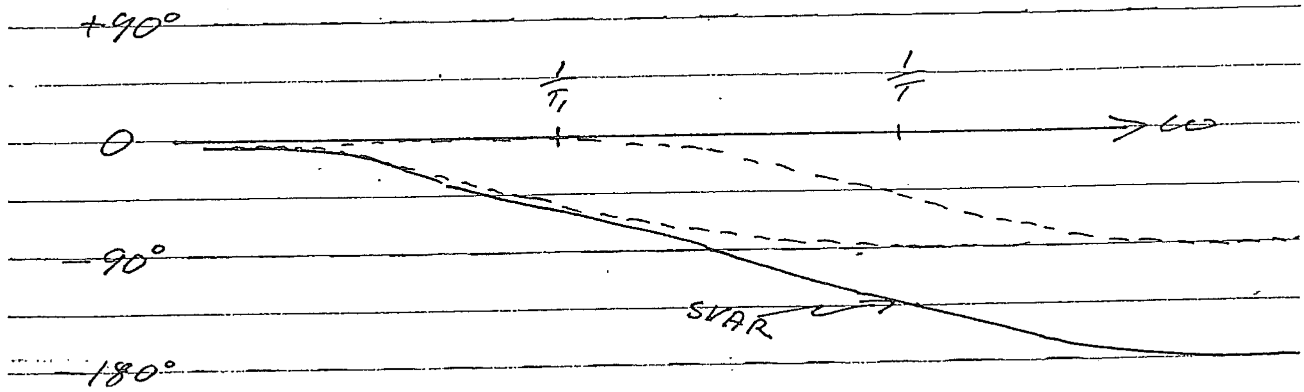


gäller under förutsättning att vagnen ej slår i väggen

5a/ Man inser att $G_A(s) = K_A \frac{1+Ts}{1+T_1 s}$ där K_A är en okänd konstant (påverkar ej faskurvan) samt T och $T_1 > 0$



b) På liknande sätt $G_B = K_B \frac{1-Ts}{1+T_1 s}$

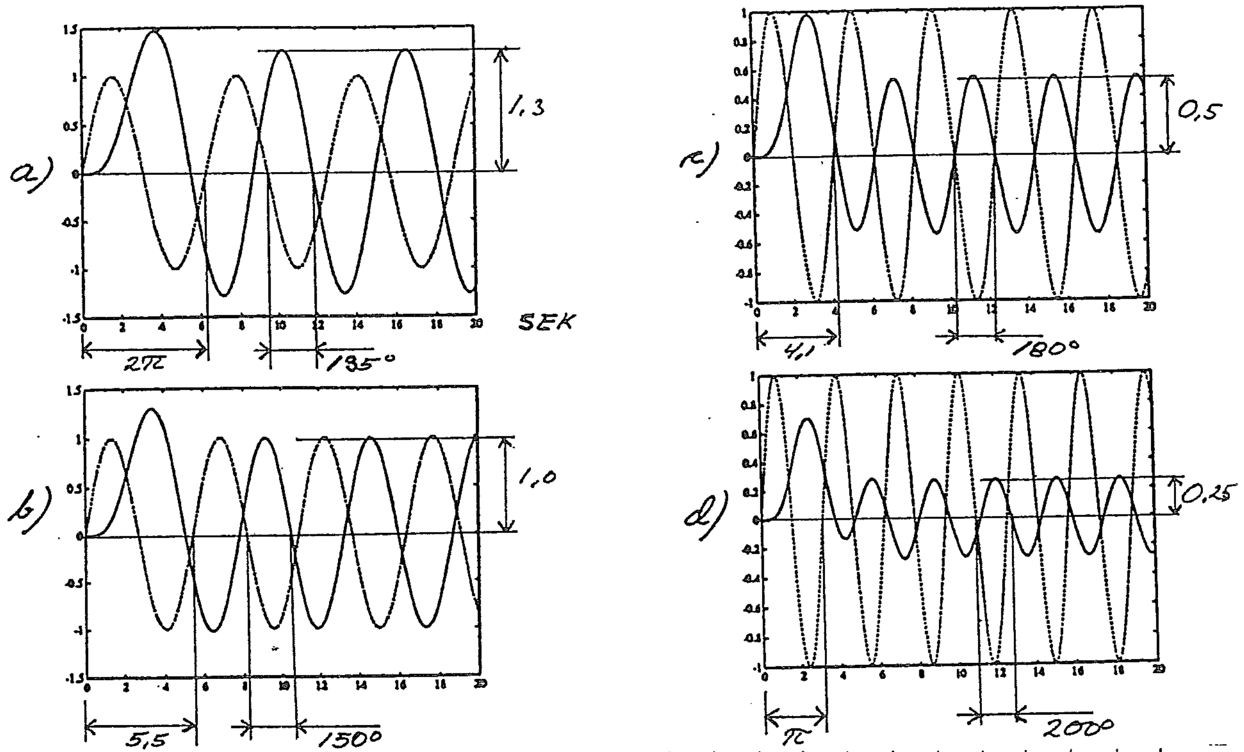


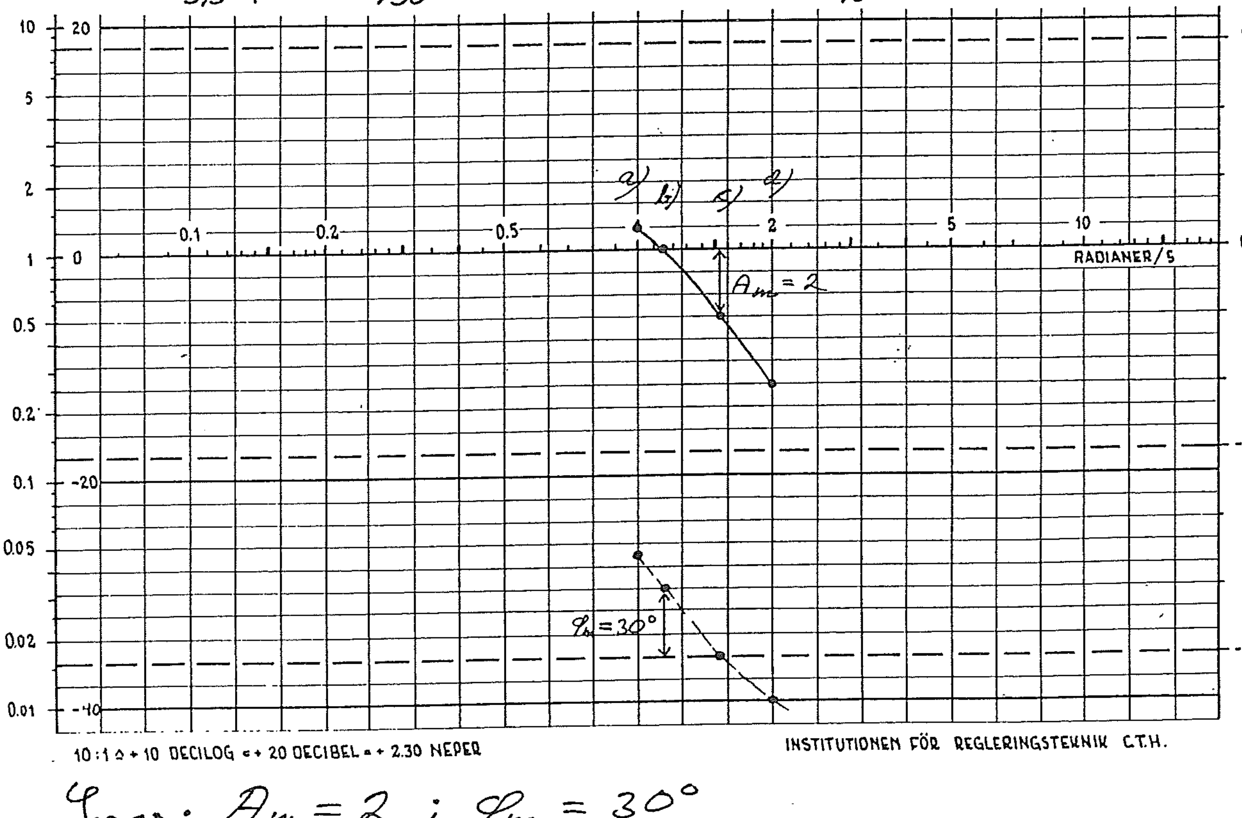
c) Ett nollställe i högra halvplanet ger ett icke-minfassystem, dvs. B-systemet.

Avläs amplitudförstärkning (insignalens ampl. alltid = 1) periodtid (T) samt fasförskjutning

3/

	a)	b)	c)	d)
$\lvert G \rvert$	1,3	1,0	0,5	0,25
$\angle G$	-135°	-150°	-180°	-200°
ω	$2\pi f = 1$ $\frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}$	$\frac{2\pi}{5,5} = 1,14$	$\frac{2\pi}{4,1} = 1,53$	$\frac{2\pi}{\pi} = 2$





10 : 1 ≙ + 10 DECILOG ≙ + 20 DECIBEL ≙ + 2.30 NEPER

INSTITUTIONEN FÖR REGLERINGSTEKNIK C.T.H.

<u>Svar:</u> $A_m = 2$; $\varphi_m = 30^\circ$

4/ Rita Bodediagram för: $\frac{4}{1+2s} \cdot \frac{1}{1+0{,}1s} = \frac{4}{1+\frac{s}{0{,}5}} \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{10}}$

Brytpunkter $\omega = 0{,}5$ och 10 Skala om diagrammet med en dekad!

Avläs $\omega_c = 2$ rad/sek samt ett stabilt system (fasen når ej $-180°$-nivån)

b) ω_{G150} kan avläsas ur diagr. eller beräknas enligt nedan

$$G(s) = G_{process}(s)G_{givare}(s) = \frac{4}{1+2s}\frac{1}{1+0.1s}$$

$$\begin{cases} |G(j\omega)| = \frac{4}{\sqrt{1+(2\omega)^2}}\frac{1}{\sqrt{1+(0.1\omega)^2}} \\ \arg G(j\omega) = -\arctan(2\omega) - \arctan(0.1\omega) \end{cases}$$

Bestäm nu ω_{G150} vilket är den frekvens där $G(s) = G_{process}(s)G_{givare}(s)$ har en fasvridning på ca -150^o. Ur uttrycket ovan kan vi genom att rita upp fasvridingenskurvan i Bodediagrammet eller enklare genom att på miniräknaren pröva lite olika värden på ω, för att få fram ω_{G150}. Detta ger oss

$$\omega_{G150} \approx 18.5 \text{ rad}/s$$

Välj nu $\omega_c = 0.4\omega_{G150} \approx 7.4$ rad/s.

$$\arg G(j\omega_c) \approx -123^o.$$

$$\arg F(j\omega) = -90^o + \arctan(T_i\omega)$$

$$\arg L(j\omega) = \arg F(j\omega) + \arg G(j\omega)$$

$$\Rightarrow$$

$$\arg L(j\omega_c) = \arg F(j\omega_c) + \arg G(j\omega_c) = -180^o + 45^o = -135^o$$

$$\Rightarrow$$

$$\arg F(j\omega_c) = -135^o - \arg G(j\omega_c) = -12.4^o$$

$$\arg F(j\omega_c) = -90^o + \arctan(T_i\omega_c) = -12.4^o$$

$$\Rightarrow$$

$$T_i\omega_c = 4.56$$

$$\Rightarrow$$

$$\underline{\underline{T_i \approx 0.62}}$$

Vi har nu valt ω_c och T_i så vi får rätt fasmarginal. Det som återstår är att välja K_p så kretsöverföringen har förstärkningen 1 vid ω_c, eftersom det är på detta sätt som ω_c är definierad.

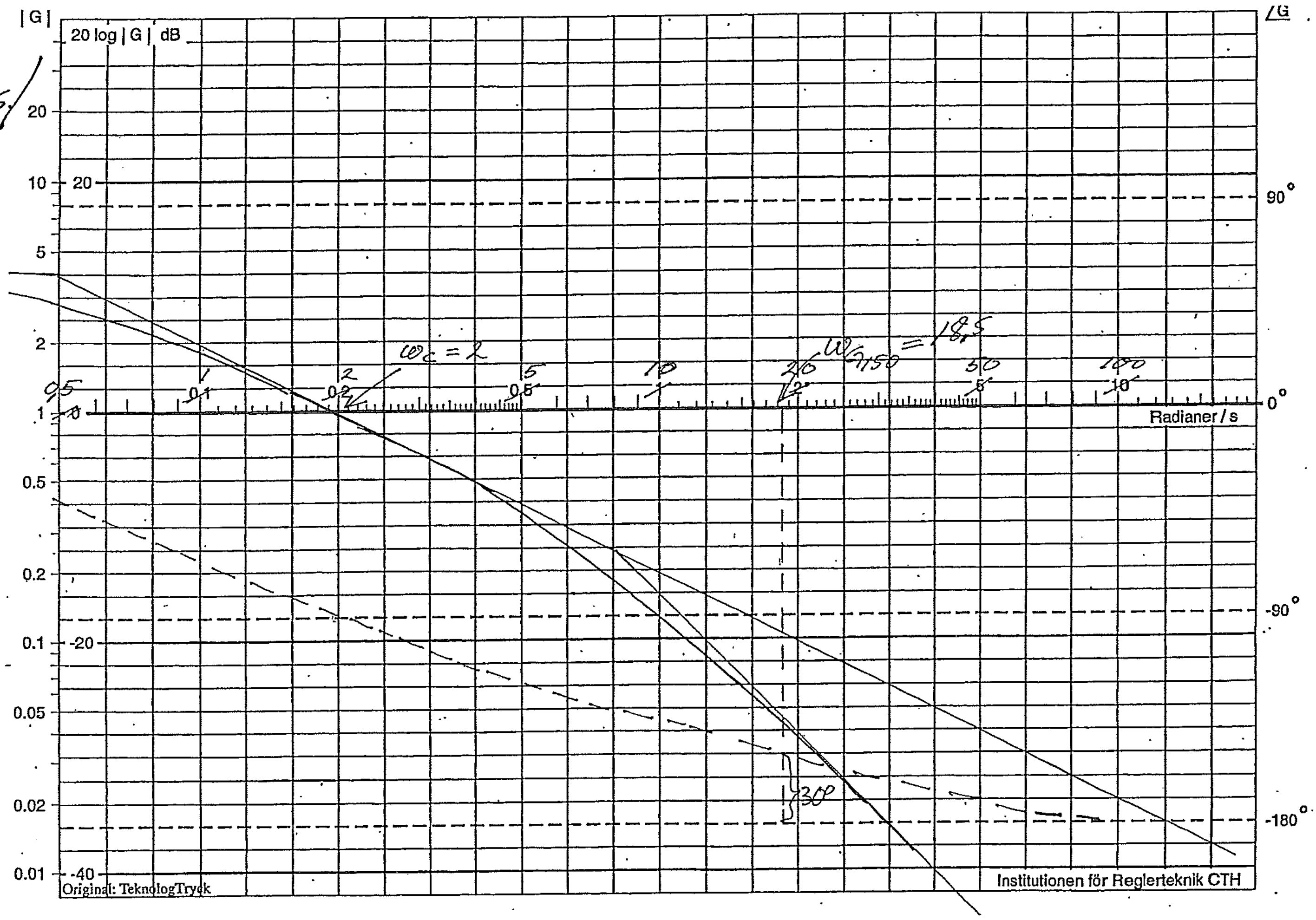
$$|L(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow |F(j\omega_c)||G(j\omega_c)|$$

$$\Rightarrow$$

$$|F(j\omega_c)| = \frac{1}{|G(j\omega_c)|} = 0.22.$$

$$|F(j\omega_c)| = K_p\frac{\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}}{T_i\omega_c} = \frac{1}{0.22} \Rightarrow \underline{\underline{K_p \approx 4.5}}$$

FORTS.



6/ Andra ordningens filter innebär 2 poler p_1 och p_2 där

$$p_{1,2} = -\omega_R \cos\frac{\pi}{4} \pm j\omega_R \sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} \pm j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}$$

Inga nollställen $\Rightarrow$ konstant i täljaren, sätt $= K$

$$\therefore G(s) = \frac{K}{\left(s + \frac{\omega_R}{\sqrt{2}} - j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}\right)\left(s + \frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}\right)} =$$

$$= \frac{K}{s^2 + \frac{s\omega_R}{\sqrt{2}} + \cancel{j\frac{s\omega_R}{\sqrt{2}}} + s\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_R^2}{2} + \cancel{j\frac{\omega_R^2}{2}} - \cancel{j\frac{s\omega_R}{\sqrt{2}}} - \cancel{j\frac{\omega_R^2}{2}} + \frac{\omega_R^2}{2}} =$$

$$= \frac{K}{s^2 + 2s\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + 2\frac{\omega_R^2}{2}}$$; Lågfrekv. asymptot. : $\frac{K}{\omega_R^2} = G_0$ (låt $s \to 0$)

Svar: $$G(s) = \frac{G_0 \cdot \omega_R^2}{s^2 + s\sqrt{2}\,\omega_R + \omega_R^2}$$

7/ Lösning av tillståndsekv. Formelsamlingen

$$x(t) = \Phi(t-t_0)\underbrace{X(t_0)}_{=0} + \int_{t_0}^{t} \Phi(t-\tau)\, B\, \underbrace{u(\tau)}\, d\tau$$

$t_0 \nearrow 0$; B: styrmatrisen ; $u(\tau)$: stegfunktion

vidare

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$$

$\Phi(t)$: övergångsmatrisen ; A: systemmatrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow sI - A = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix};\ (sI-A)^{-1} = \frac{\operatorname{adj}'(sI-A)}{|sI-A|} =$$

$$= \frac{1}{s(s+2)} \cdot \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+2)} \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix};$$

$$\therefore \Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right) \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \int_0^t \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2(t-\tau)}\right) \\ 0 & e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2(t-\tau)}\right) \\ e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix}} \cdot 1 \, d\tau =$$

$$= \Bigg[\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\tau - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{-2(t-\tau)} \\ \frac{1}{2}\cdot e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \Bigg]_0^t = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}t - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}e^{-2t} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}$$

SVAR