REGLERTEKNIK D3

(Kurs ERE 102)

Tentamen 13 april 2012

Tid: 0830-1230 Lokal: Maskinsalar

Lärare: Claes Lindeborg tel. 7723719

Tentamenssalarna besöks ca. kl 0930 och 1130

Tentamen omfattar 30 poäng, där betyg 3 fordrar 12 p. betyg 4 18p. samt betyg 5 24p.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i Reglerteknik D3
- Formelblad FILTER
- Bodediagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, typ Beta och Physics Handbook
- Valfri kalkylator (dock ej laptop-dator)

Lösningarna anslås efter tentamen på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

Tentamensresultaten meddelas via LADOK senast den 2 maj 2012.

Granskning av rättning kan ske den 3 och 4 maj kl 1200-1300 på avdelningen.

LYCKA TILL!

Institutionen för Signaler och system

Chalmers tekniska högskola

1 a) Tidsfunktionen $x(t)$ har Laplacetransformen $X(s) = \frac{3}{s^2 + 9}$.

<u>Uppgift</u>: Beräkna $x(t)$ då $t \to \infty$.

(1 p)

1b) Saxat från en lärobok:

Många fysikaliska system har [redacted]egenskaper. Som exempel kan vi betrakta ett flygplan enligt figur 5.36, där styrsignalen är höjdroderutslaget.

Figur 5.36. Krafter på flygplan

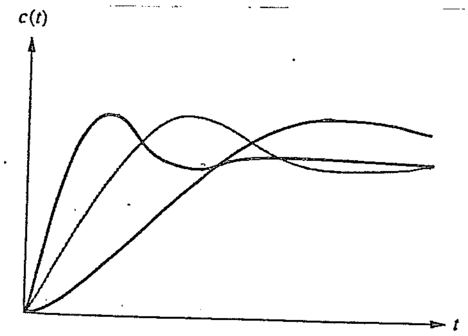
Vid planflykt balanserar de vertikala krafterna varandra. Om man ger höjdroderutslag för att stiga fås en nedåtriktad kraft på höjdrodret, vilket i första ögonblicket ger en acceleration av tyngdpunkten nedåt. Denna kraft ger emellertid också med viss tidskonstant en rotation av flygplanet så att nosen höjs. Därmed ökas lyftkraften och flygplanet börjar stiga. Tyngdpunkten rör sig alltså först nedåt och sedan uppåt.

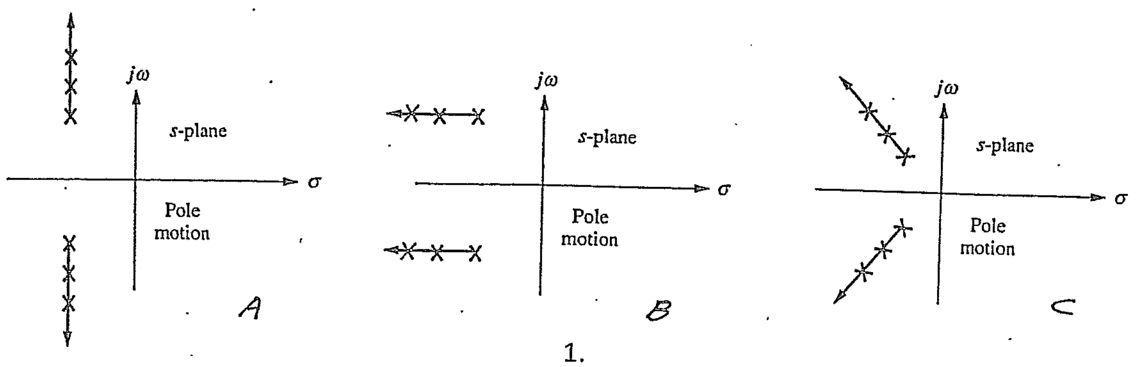
<u>Uppgift</u>:

Ange den reglerteoretiska benämningen på ett system med denna egenskap.

(1 p)

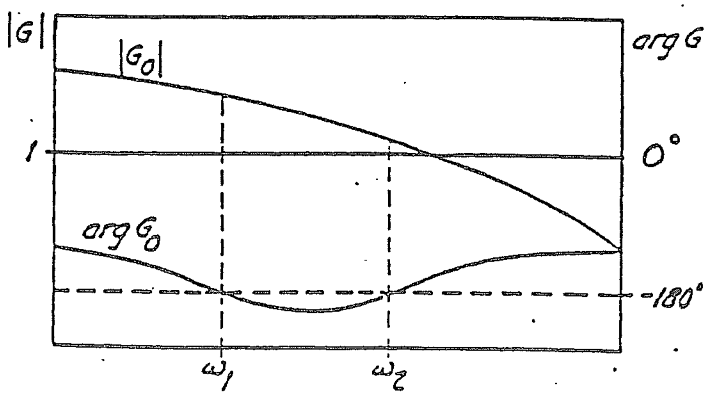
1c) Figuren till höger visar tre stegsvar. Ange motsvarande grupp av dominerande poler (*A*, *B* eller *C*). Motivera!





(2p)

2) Ett stabilt system med överföringsfunktionen $G_0(s)$, vars Bodediagram visas nedan, återkopplas med -1. Är det återkopplade systemet stabilt? Motivering krävs!



(2p)

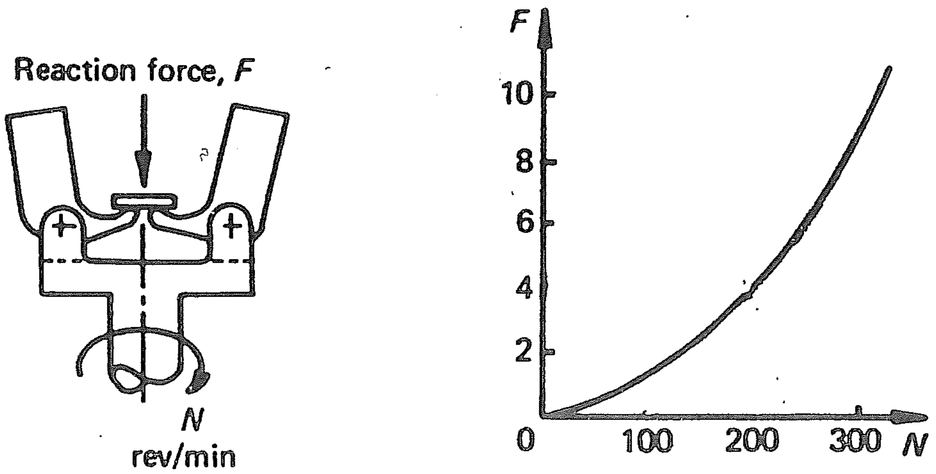
---

3) Figuren visar en modern version av centrifugalregulatorn.

Det gäller: $F = K \cdot N^2$ (kraft)

$K = \frac{1}{10\,000}$ (en konstant)

N = varv/minut



Flyweight governor with force–speed relationship

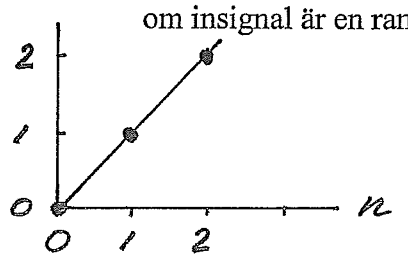
Linjärisera kring arbetspunkten N = 200 .

n varv/min → ? → kraft f

(2p)

---

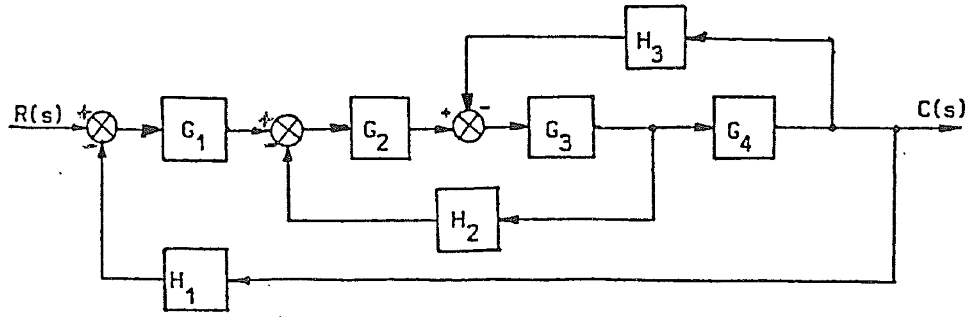
4) Välj ett exponentialfilter och rita dess utsignal för n = O, 1, 2 om insignal är en ramp.



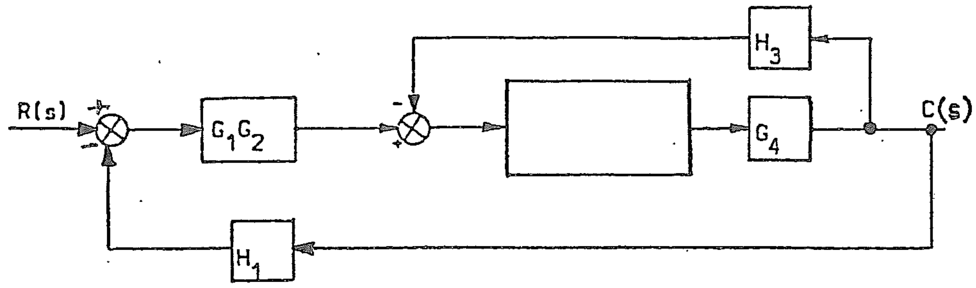
→ exponentialfilter → ?

(2p)

5)



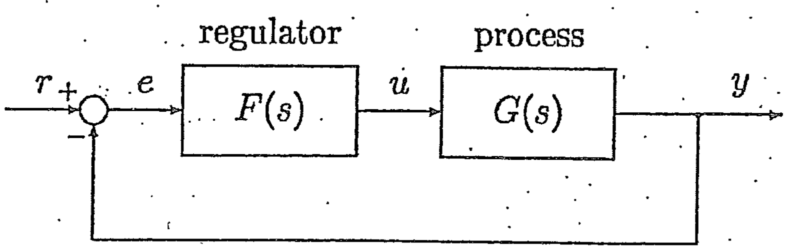
Vid ett försök att reducera blockschemat enligt ovan valdes att eliminera slingan med H_2-blocket. Vad skall då stå i det tomma blocket nedan om kretsarna skall vara ekvivalenta?



(2 p)

---

6) Betrakta det återkopplade systemet nedan.



Låt

$$G(s) = \frac{1}{(s/0.5+1)(s+1)(s/2+1)}$$

vilket är dynamiken för ett typiskt temperaturregleringssystem.

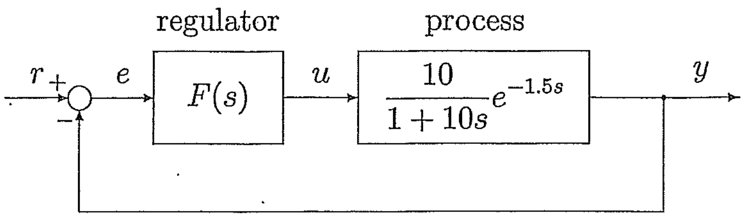
a) Rita Bodediagrammet för processen.

(2p)

b) Designa en regulator för processen så att systemet får 25° fasmarginal och en överkorsningsfrekvens på 2 rad/s.

(2p)

7) Betrakta det återkopplade systemet nedan.



a) Rita Bodediagram för kretsöverföringen då $F(s) = 1$.

(2p)

b) Bestäm fasmarginalen φ_m, amplitudmarginalen A_m samt kvarstående felet vid en stegformad ändring av börvärdet med en enhet då $F(s) = 1$.

(2p)

c) Antag att vi vill reglera processen med en PID-regulator.

$$F_{PID} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s}\right)$$

Bestäm regulatorparametrar (K_p, T_i, T_d samt T_f) enligt Ziegler-Nichols självsvängningsmetod.

(2p)

---

8) Ett system med tillståndsvariabler x_1 ; x_2 ; x_3 beskrives av följande ekvationer:

$$\frac{dx_3}{dt} = -x_1 - 5\frac{dx_1}{dt} - 6\frac{dx_2}{dt} + u\ ;$$

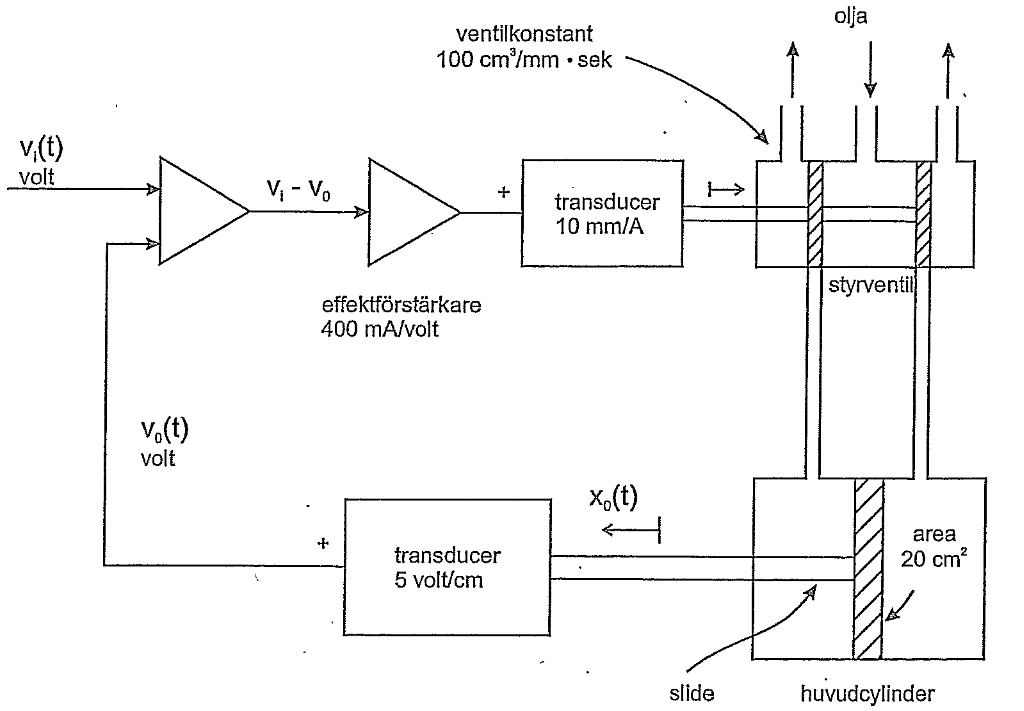
$$x_2 = \frac{dx_1}{dt}\ ; \qquad x_3 = \frac{d^2x_1}{dt}\ ;$$

Man vill åstadkomma en tillståndsåterkoppling med poler i $s = -2 \pm j\,4$ samt $s = -10$

Uppgift: Beräkna återkopplingen

(4p)

9) Figuren nedan föreställer ett hydraulsystem med återföring.



Begreppet transducer används för att beteckna komponenter som omvandlar en sorts energi till en annan, transducers är därför en generell beteckning på sensorer och aktuatorer. I figuren ovan finns två transducers. Den första omvandlar en ström till en rörelse och är därför en aktuator. Den andra omvandlar en position till en spänning. Pilen i anslutning till en transducer innebär att en rörelse i pilens riktning ger en positiv utsignal respektive orsakas av en positiv insignal.

Bestäm överföringsfunktionen från v_i till x_0. Systemets massor kan försummas, antag också flödet genom styrventilen är proportionell mot slidens rörelse i huvudcylindern.

(4p)

Lycka till!

LÖSNING TILL TENTAMEN 13/4 2012
REGLERTEKNIK D3 (ERE 102)

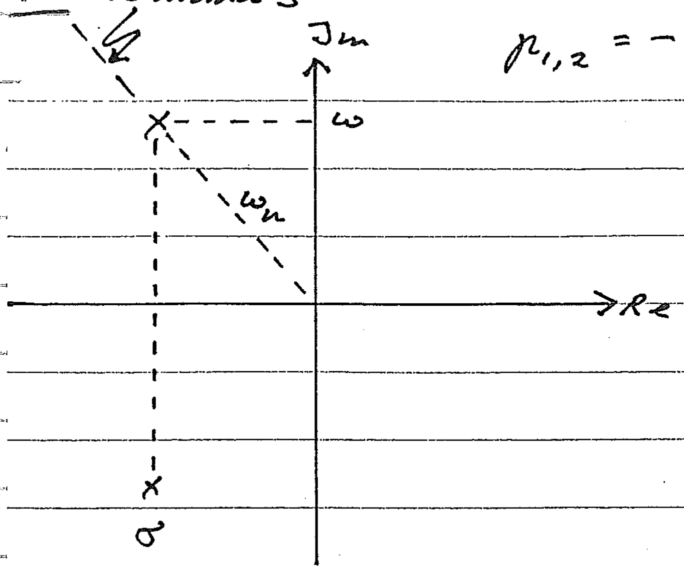
1a SLUTVÄRDESSATSEN GER EN FALSK LÖSNING (=0) EFTERSOM $\lim_{t \to \infty} x(t)$ EJ EXISTERAR.

$x(t)$ ÄR EN SINUSFUNKTION OCH SAKNAR GRÄNSVÄRDE DÅ $t \to \infty$

1b

ICKE-MINFAS EGENSKAPER

1c samma ζ

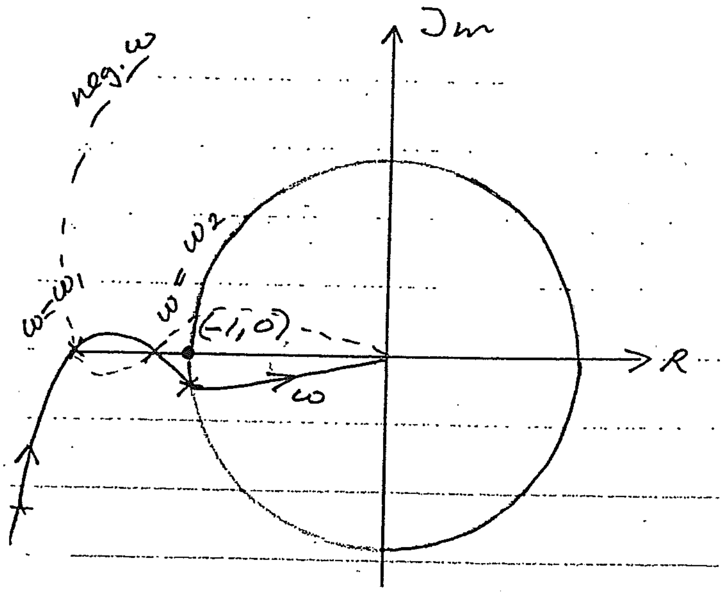


$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \sigma \pm j\omega$$

$$\zeta = -\frac{\sigma}{\omega_n}$$ dvs. rötter på diagonallinjen har samma relativa dämpning ζ

Svar C

2 ÖVERFÖR TILL Nyquist-diagram



STAB. VILLKOR:

$Z = P + N$ skall vara noll

P $=0$ stabilt system enligt texen

Ingen omslutning av punkten $(-1, 0)$ dvs. $N = 0$

$\therefore Z = 0$

Svar: Stabilt återkopplat system

3 $F = K\cdot N^2$ ett icke linjärt samband

Linjärisera kring arbetspunkten F_0 och N_0

$$\begin{cases} F = F_0 + f \\ N = N_0 + n \end{cases} \quad \text{Taylorutveckling:} \quad \begin{cases} N_0 = 200 \\ F_0 = \frac{200^2}{10000} = 4 \end{cases}$$

$$F = F_0 + \left.\frac{dF}{dN}\right|_{N=N_0} \cdot n + \text{högre ordn. termer} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f \approx 2KN\Big|_{N=200} \cdot n = \frac{2\cdot 200\cdot n}{10000} = \frac{1}{25}\cdot n$$

Svar: $n \longrightarrow \boxed{\frac{1}{25}} \longrightarrow f$

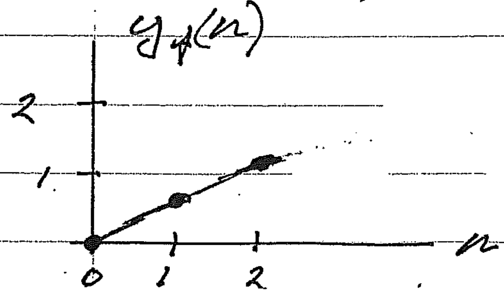
4 $y_f(kh) = \alpha \cdot y_f(kh-h) + (1-\alpha)\, y_m(kh)$

filtrerat värde — filterkonstant, välj $\alpha = 0{,}5$ — mätt värde

Här är $y_m(0)=0;\ y_m(1)=1;\ y_m(2)=2$

$$y_f(1) = \alpha\cdot \underbrace{y_f(0)}_{\text{ant. 0 startvärde}} + (1-\alpha)\,y_m(1) = 0 + 0{,}5\cdot 1 = 0{,}5$$

$$y_f(2) = \alpha\cdot y_f(1) + (1-\alpha)\,y_m(2) = 0{,}5\cdot 0{,}5 + 0{,}5\cdot 2 = 0{,}25 + 1 = 1{,}25$$

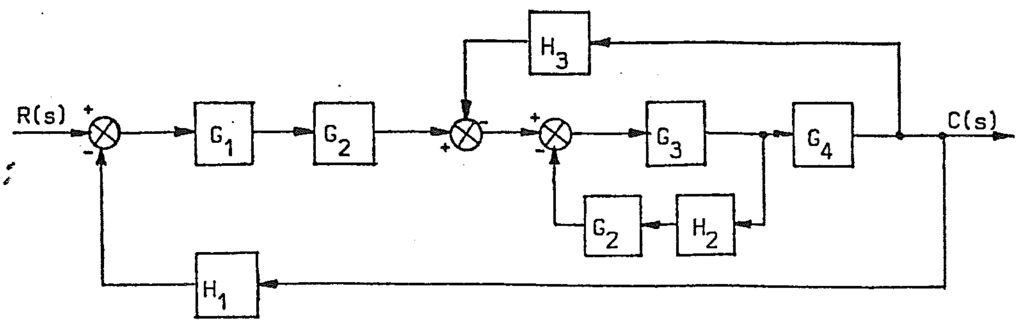


SVAR

Ett annat val av α ger ett annat svar

5

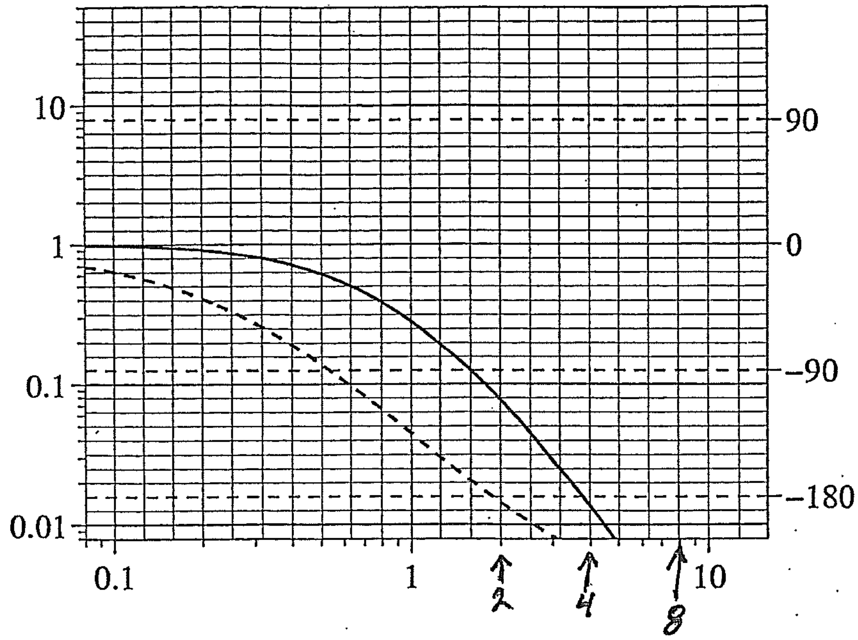
MELLANLED:



Svar: $\dfrac{G_3}{1 + G_2 G_3 H_2}$

6

BRYTFREKVENSER: $\begin{cases} \omega = 0{,}5 \\ \omega = 1 \\ \omega = 2 \end{cases}$ LÅGFR. ASYMPT. $=1$



$4+25=29^\circ$

b) Från Bodediagrammet har vi att $|G(j2)| \approx 0.08$ och $\arg G(2j) \approx -184^\circ$. För att få 25° fasmarginal vid en överkorsningsfrekvens på 2 rad/s behöver vi således höjas fasen 29° vid 2 rad/s. För att göra detta behöver vi en PD-regulator.

$$F_{PD}(s) = K_p \frac{1+s\tau_d}{1+s\tau_d/b}$$

SID. 23–24

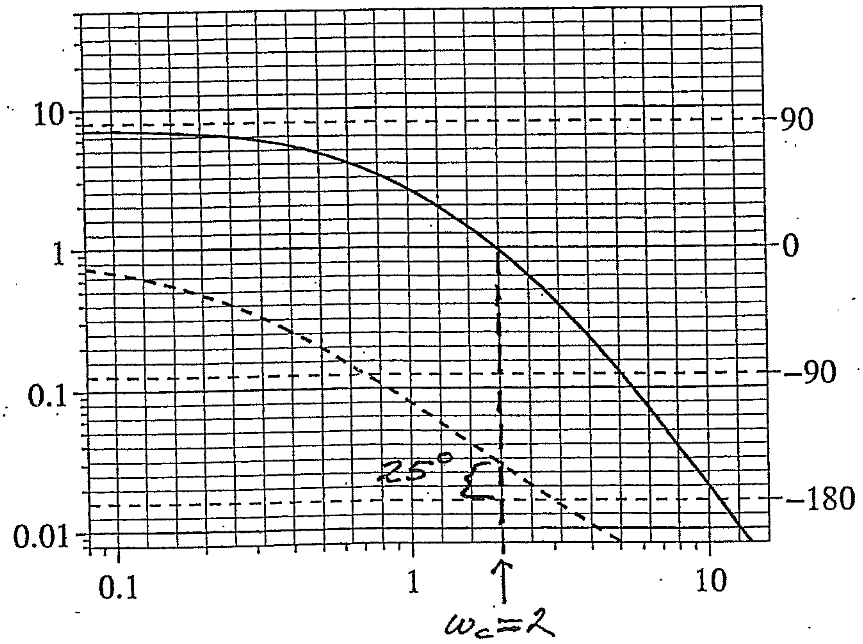
Ur formelsamlingen får vi att $b \approx 3$, vilket leder till att $\tau_d = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.87$.

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|\sqrt{b}} = \frac{1}{0.08 \cdot \sqrt{3}} = 7.2$$

Dvs en regulator som uppfyller kraven

$$F_{PD}(s) = 7.2\frac{1+0.87s}{1+0.29s}$$

Att designen fungerade kan vi kolla genom att rita bodediagrammet för FG.



7 Kretsöverföringen (loop transfer function) =

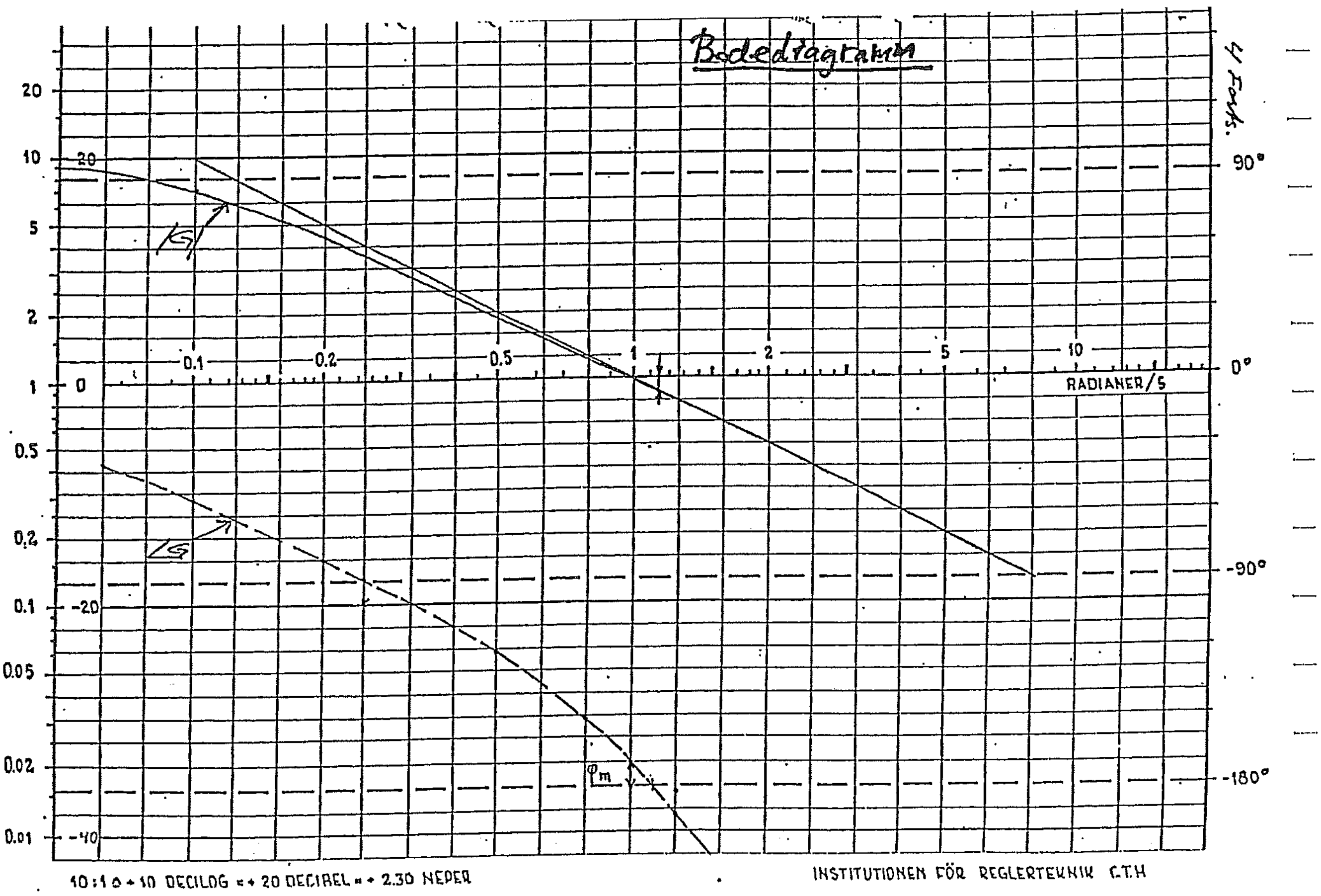
$$G = 1 \cdot \frac{10 \cdot e^{-1,5 s}}{1+10 s} \quad ; \quad \text{Brytfrekvens: } \omega_{bryt} = 0,1 \text{ rad/sek}$$

Lågfrekvensförst $= 10$

Frekv. funktion $\quad G(j\omega) = \dfrac{10 \cdot e^{-1,5 j\omega}}{1+10 j\omega}$

Ampl. fkn $\quad |G(j\omega)| = \dfrac{10}{\sqrt{1+(10\omega)^2}}$

Fasfkn $\quad \angle G(\omega) = \left[-1,5 \cdot \omega \dfrac{180}{\pi} - \arctan(10\omega)\right]_{\text{grader}}$



b) Bodediagrammet ger $\varphi_m \approx 10°$

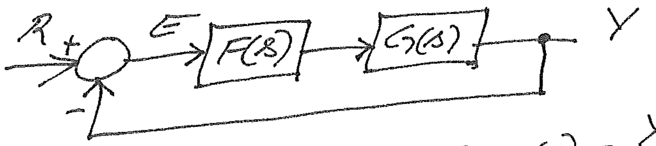
$A_m \approx 1,5$ dB

7 FORTS. FORMELSAML. SID 3. $e_s = \frac{r_0}{1+L(0)}$ DÄR

$r_0 = 1$ OCH $L(s) =$ REG. + PROCESS $\Rightarrow$

$e_s = \frac{1}{1+10} = 0,0909$ SVAR

MAN KAN ÄVEN TA DET HELT FRÅN BÖRJAN



DET GÄLLER $G_{RY}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)\cdot G(s)}{1+F(s)\cdot G(s)}$

SAMT $Y(s) = E(s)\cdot F(s)\cdot G(s)$ $\Rightarrow$

$$E(s) = \frac{Y(s)}{F(s)\cdot G(s)} = \frac{R(s)}{1+F(s)\cdot G(s)}$$

SLUTVÄRDESSATSEN ENHETSSTEG!

(VID STABILT SYSTEM)

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+F(s)\cdot G(s)} = \frac{1}{1+\underbrace{F(0)\cdot G(0)}_{L(0)}}$$

c)

Ziegler-Nichols parametral (svängningsmetoden)

Om kretsförstärkningen ökas till självsvängningsgränsen är $\angle G = -180°$ och $|G| = 1$ dvs. vid $\omega_\pi =$ enligt diagrammet $= 1,14$ rad/sek

$\therefore$

$$T_0 = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 5,51 \text{ sek}$$

Regulatorförst. är då $\frac{1}{|G(\omega_\pi)|} = \left(\frac{10}{\sqrt{1+11,4^2}}\right)^{-1} = 1,144$

$$F_{PID}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d}{1+T_f s}\right)$$ där SVAR

$$K_p = 0,6\cdot\frac{1}{|G(\omega_\pi)|} = 0,686$$

$$T_i = \frac{T_0}{2} = 2,755 \text{ (SEK)}$$

$T_d = T_0/8 = 0,689$ samt $T_f = 0,0689$

8 SKRIV SYSTEMET PÅ FORMEN $\dot{x} = Ax + Bu$

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_1 - 5x_2 - 6x_3 + u \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING
FORMELSAML. SID. 28

KAR. EKV.

Poler $s = -2 \pm j4$ och $s = -10 \Rightarrow (s+10)(s+2-j4)(s+2+j4) =$
$= (s+10)(s^2+4s+20) = s^3 + 4s^2 + 20s + 10s^2 + 40s + 200 =$
$= s^3 + 14s^2 + 60s + 200$; Det återkoppl. systemet skall nu ha dessa koeff i kar. ekv.

Nu är $sI - (A - BL) =$

$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 1+l_1; & 5+l_2; & s+6+l_3 \end{bmatrix}$$

SE NEDAN

$\text{Det.} = s^2(s+6+l_3) + (1+l_1) + (5+l_2)s$ eller
$s^3 + 6s^2 + l_3 s^2 + 1 + l_1 + 5s + l_2 s$

Identifiering av koeff. $\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} 6 + l_3 &= 14 \Rightarrow l_3 = 8 \\ 5 + l_2 &= 60 \Rightarrow l_2 = 55 \\ 1 + l_1 &= 200 \Rightarrow l_1 = 199 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{Svar: } B = \begin{bmatrix} 199 & 55 & 8 \end{bmatrix}$$

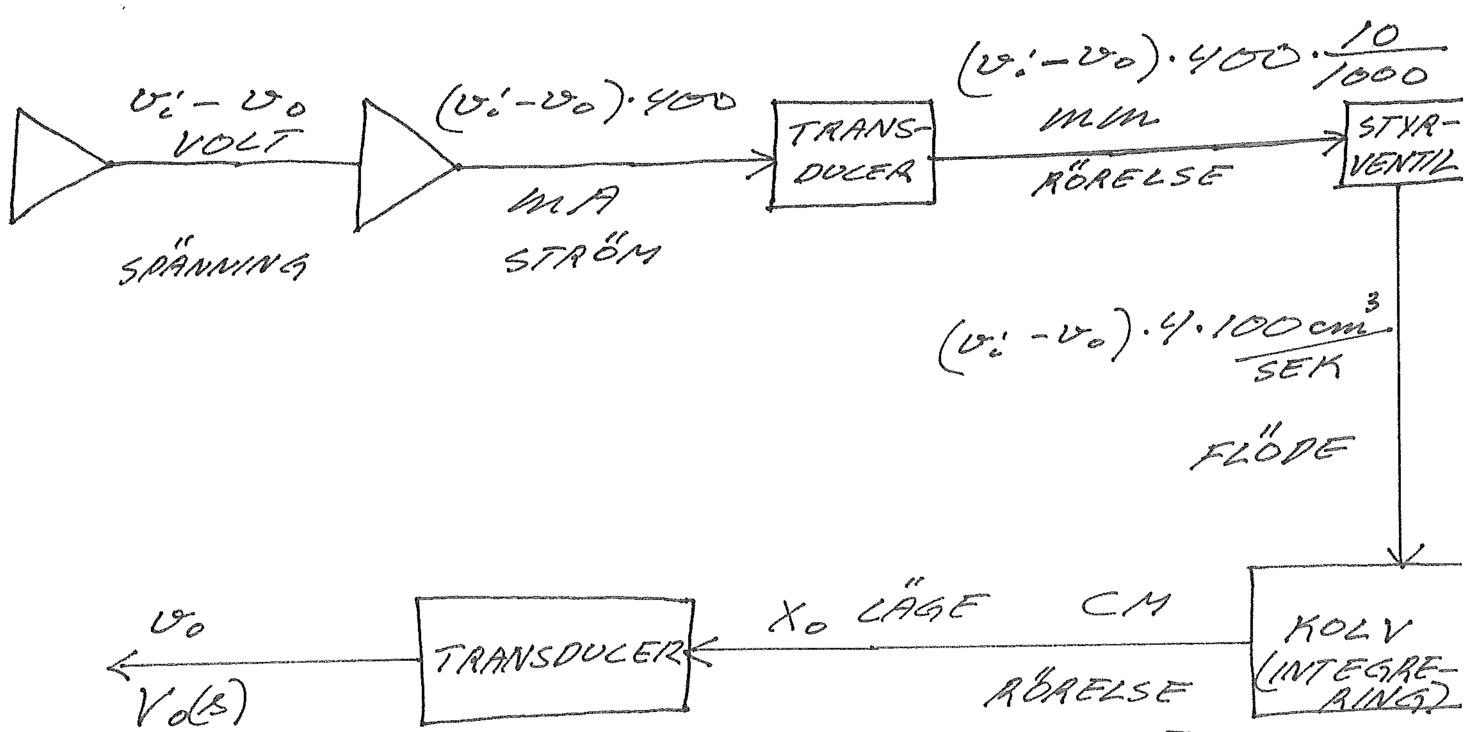
DETERMINANTEN I DETALJ:

$s \cdot s(s+6+l_3) + (-1)\cdot(-1)\cdot(1+l_1) + \cancel{0 \cdot 0 \cdot (5+l_2)} -$

$\cancel{-(1+l_1) \cdot s \cdot 0} - (5+l_2)\cdot(-1)\cdot s - \cancel{(s+6+l_3)\cdot 0 \cdot (-1)}$

9 TECKNA SIGNALERNA I SYSTEMETS OLIKA DELAR

SÖK $\dfrac{X_0(s)}{V_i(s)}$!



$V_0(s)$

SPÄNNING

$$X_0(s) = \left[V_i(s) - V_0(s)\right]\frac{400}{20}\cdot\frac{1}{s}$$

$$V_0(s) = 5\cdot X_0(s)$$

ALLTSÅ ÄR

$$X_0(s) = \left[V_i(s) - 5\cdot X_0(s)\right]\cdot\frac{400}{20s}$$

ELLER

$$V_i(s) - 5X_0(s) = X_0(s)\cdot\frac{s}{20} \Rightarrow$$

$$\frac{X_0(s)}{V_i(s)} = \frac{20}{s+100}$$

CM / VOLT

SVAR