REGLERTEKNIK D3

(Kurs ERE 101)

Tentamen 11 april 2007

Tid: 14:00-18.00 Lokal: V-huset

Lärare: Claes Lindeborg, tel. 7725146, 7723719

Tentamenssalarna besöks ca. kl 1500 och 1645

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg 3 fordrar 10 p och betyg 4 15p samt betyg 5 20p

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling i reglerteknik

Bodediagram

Matematiska och fysikaliska tabeller, tex. Beta och Physiccs handbook

Valfri kalkylator med rensat minne (ej anteckningar). Ej handdator

Lösningarna anslås efter tentamen på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

Tentamensresultat anslås senast den 26 april på avdelningens anslagstavla samt hemsida.

Granskning av rättning sker den 26 och 27 april kl 1200-1300 på avdelningen

Lycka till!

Institutionen för Signaler och system
Chalmers tekniska högskola

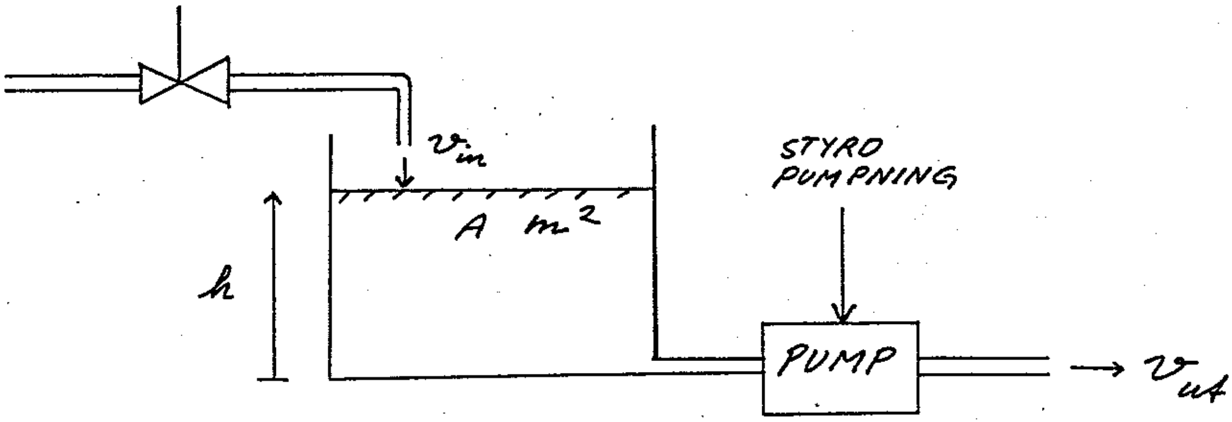
1 a) Tidsfunktionen $x(t)$ har Laplacetransformen $x(s) = \frac{3}{s^2 + 9}$.

<u>Uppgift</u>: Beräkna $x(t)$ då $t \to \infty$.

(1 p)

1 b)

En tank har ett inflöde v_{in} och ett utflöde v_{ut}. Pumpflödet beror endast av styrsignalen (dvs oberoende av h).



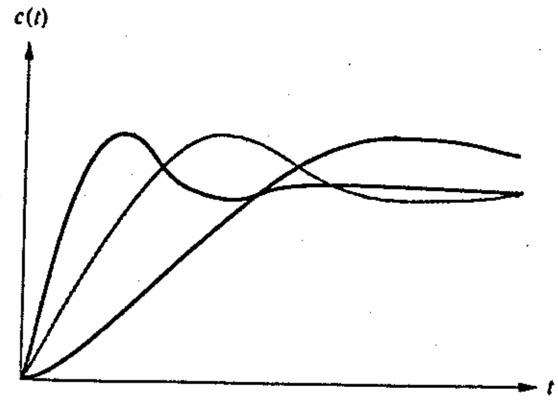
Uppgift:

Teckna överföringsfunktionen G(s) = [höjd]/[q_d] där $q_d = v_{in} - v_{ut}$.

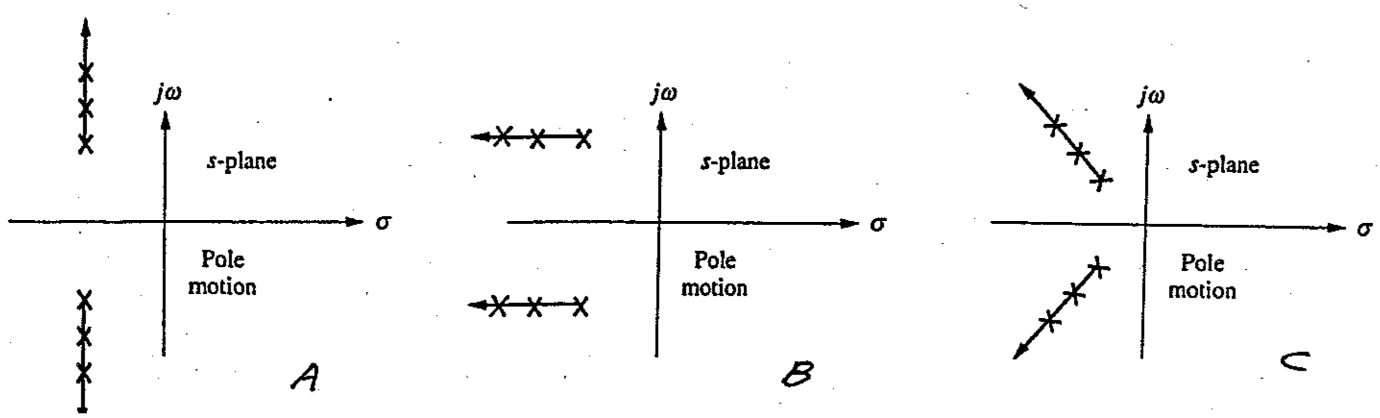
(1 p)

1.c)

Figuren till höger visar tre stegsvar. Ange motsvarande grupp av dominerande poler (A, B eller C). Motivera!



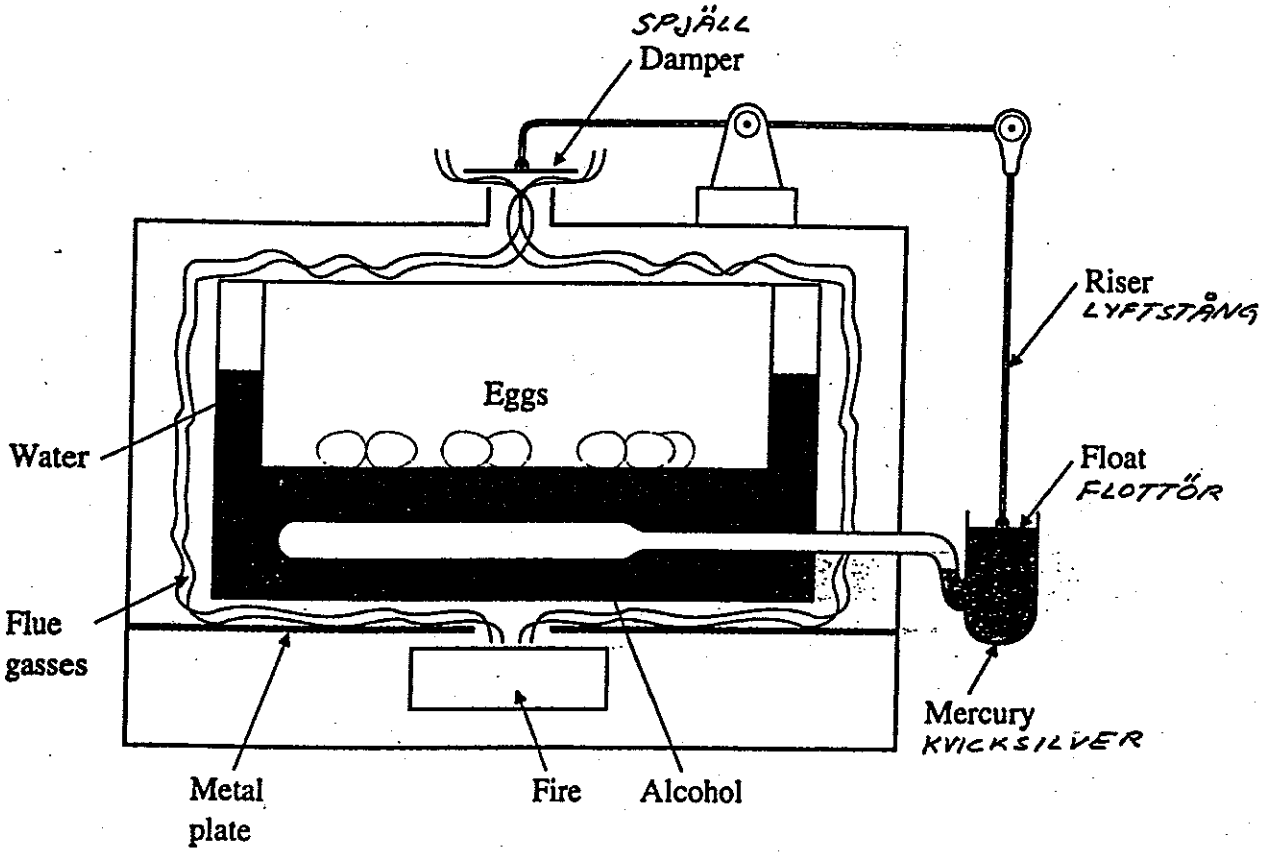
(1 p)



1d)

Drebbel's incubator
KLÄCKNINGS-
MASKIN

THE FIG. SHOWS ~~a~~ a system, designed by Cornelis Drebbel in about 1620, to control the temperature of a furnace used to heat an incubator. The furnace consists of a box to contain the fire, with a flue at the top fitted with a damper. Inside the fire box is the double-walled incubator box, the hollow walls of which are filled with water to transfer the heat evenly to the incubator. The temperature sensor is a glass vessel filled with alcohol and mercury and placed in the water jacket around the incubator box.

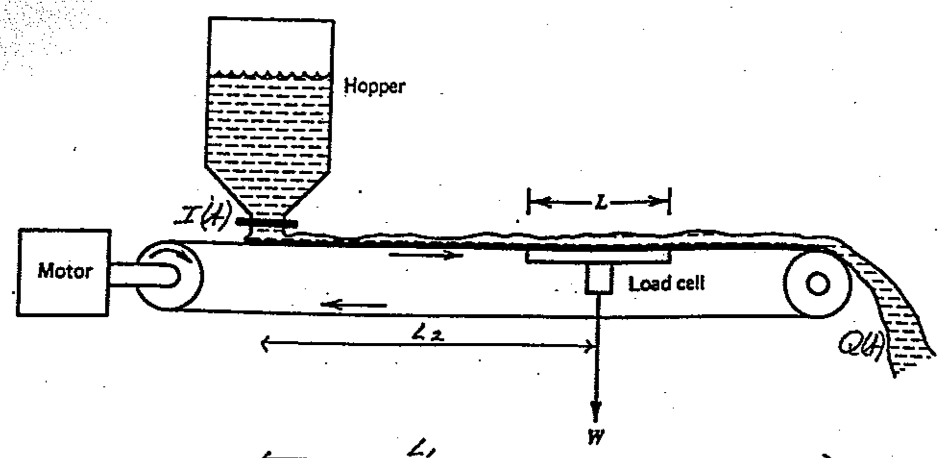


<u>Uppgift:</u>

Hur gör man för att ändra börvärdet till en högre temperatur i kammaren med äggen?

(1 p)

2) Ett transportband med våg (lastcell) skall ingå i ett reglersystem. Materialflödet från behållaren via en ventil är I(t) kg/min.



Conveyor system for illustrating solid flow measurement.

L	=	lastcellens längd	m
Q(t)	=	materialflöde från bandet	kg/min
W	=	materialets vikt på lastcellen	kg
R	=	bandhastigheten	m/min
L_1	=	transportbandets längd	m
L_2	=	avståndet från ventilen till lastcellen	m

Uppgift:

a) Bestäm överföringsfunktionen $\frac{Q(s)}{I(s)}$.

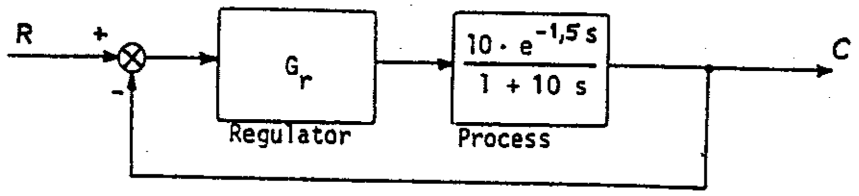
(1 p)

b) Ange hur signalen W(t) kan användas för att få ett mått på Q(t).

(1 p)

---

3) Blockschemat nedan föreställer en process som skall regleras:



Uppgifter:

a) Rita Bode-diagram för kretsöverföringen då $G_r = 1$. (1 p)

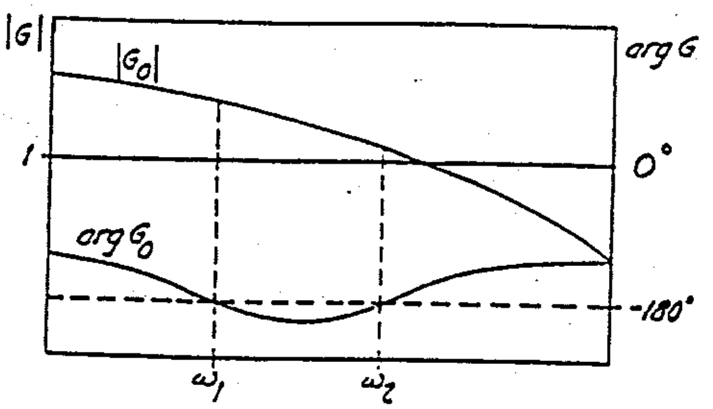
b) Bestäm fasmarginalen φ_m, amplitudmarginalen A_m samt kvarstående felet vid en stegformad ändring av börvärdet med en enhet. (då $G_r = 1$) (2 p)

c) Antag att vi vill reglera processen med en PID-regulator. Bestäm då den lämpligaste inställningen på regulatorparametrarna K_p, T_I och T_D enligt Ziegler-Nicholls tumregler.

(2 p)

4)

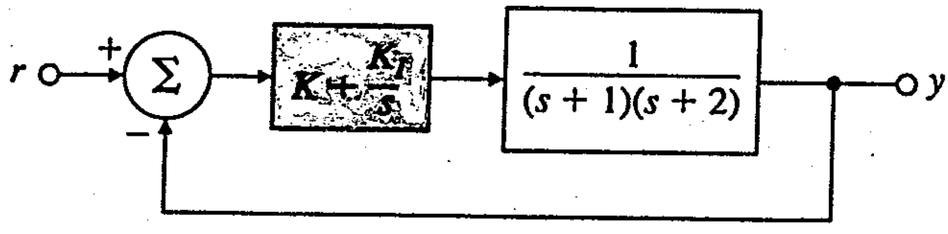
Ett stabilt system med överföringsfunktionen $G_0(s)$, vars Bodediagram visas nedan, återkopplas med -1. Är det återkopplade systemet stabilt? Motivering krävs!



(2 p)

5)

System with PI control

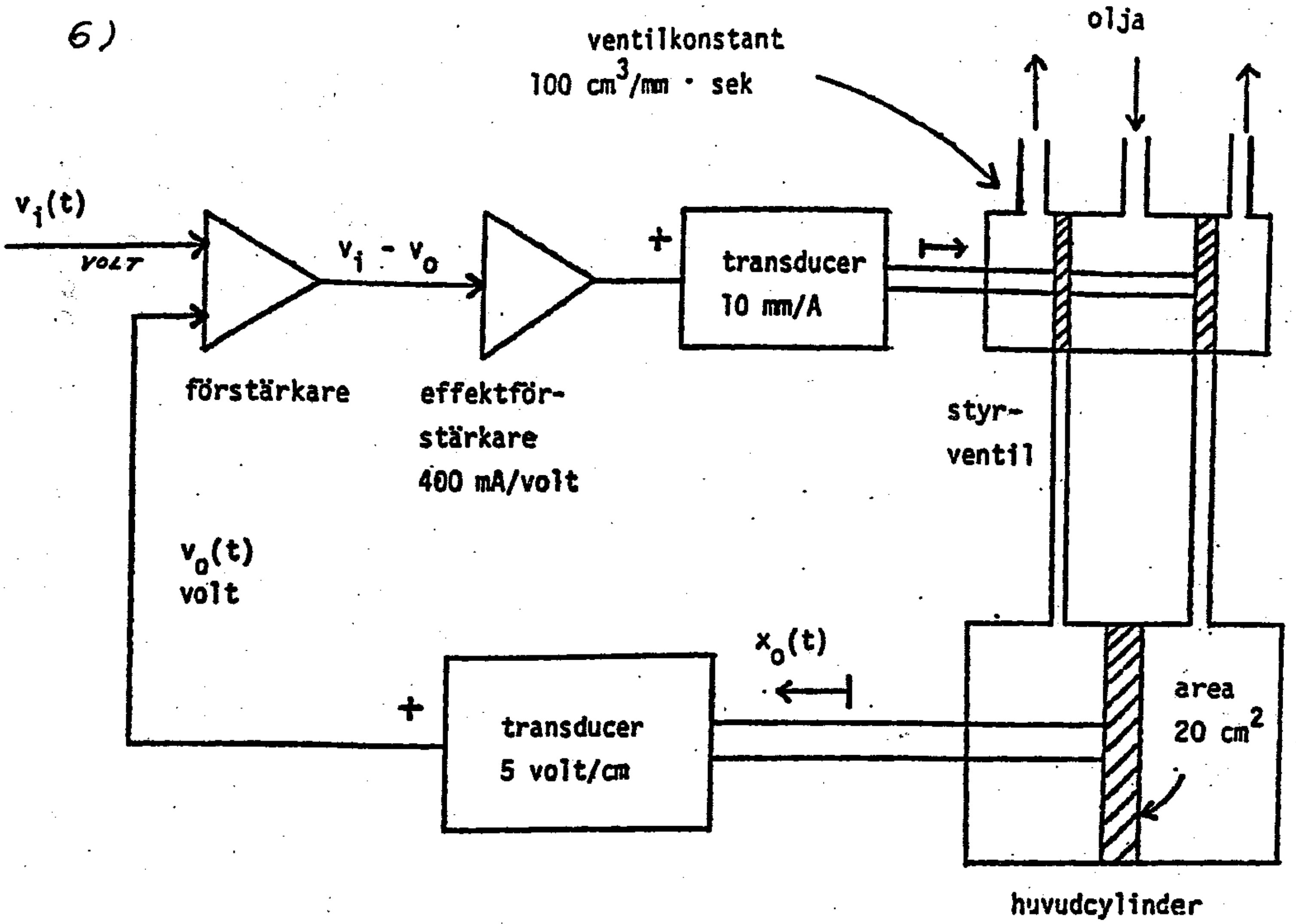


Uppgift:

Utred för vilka regulatorparametrar K och K_I systemet är stabilt?
Ge svaret i form av en region i K - K_I planet.

(3 p)

6)



Figuren föreställer ett hydraulsystem med återföring. Pilen i anslutning till en transducer (omvandlare) innebär att en rörelse i pilens riktning ger en positiv utsignal respektive orsakas av en positiv insignal.

Förstärkarna ändrar ej tecken.

<u>Uppgift:</u> Beräkna överföringsfunktionen $\dfrac{X_o(s)}{V_i(s)}$

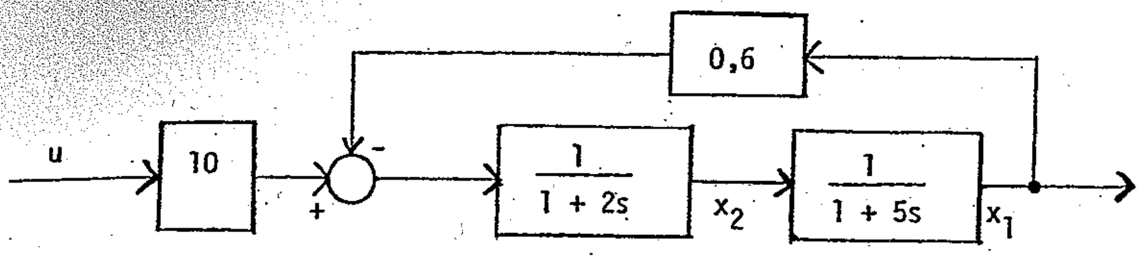
Systemets massor försummas.

Studera endast låga frekvenser, d v s flödet genom styrventilen är prop. mot slidens rörelse.

(3 p)

6N.

7)



Ovanstående blockschema illustrerar två seriekopplade blandningstankar med viss återcirkulation.

a) Ange tillståndsmodellen på formen $\dot{x} = Ax + Bu$. Beräkna systemets egenvärden.

(2 p)

b) Beräkna systemets övergångsmatris.

(2 p)

c) Härled en tillståndsåterkoppling som ger det slutna systemet en dubbelpol i $s = -1$.

(2 p)

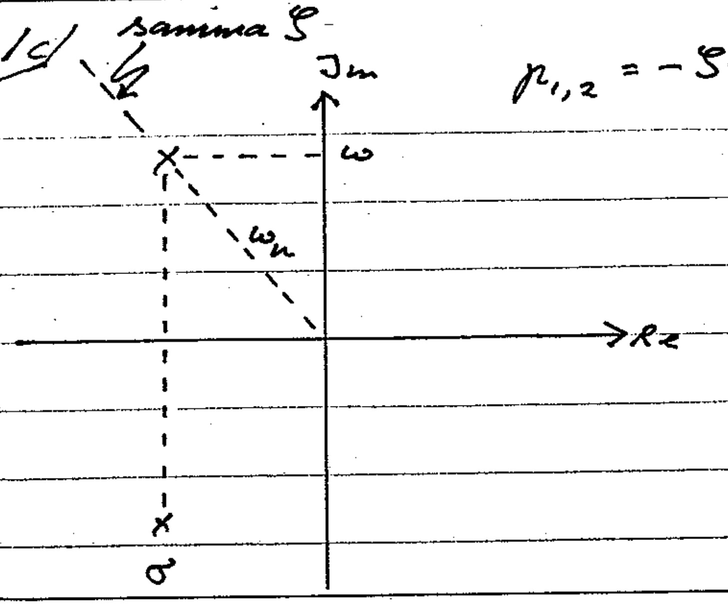
Lösning till tentamen i Reglerteknik D3 11/4-07
ERE 101 SAMT ERE 100 (GAMLA KURSEN)
UPPGIFTER 1 → 6 ÄR SAMMA

1a) Slutvärdessatsen ger en falsk lösning (= 0) eftersom $\lim_{t \to \infty} X(t)$ ej existerar. X(t) är en sinusfunktion och saknar gränsvärde då $t \to \infty$

1b) Balansekv. $A \frac{dh}{dt} = v_{in} - v_{ut} = q_d$

Laplace ⇒ $A \cdot s \cdot H(s) = Q_d(s)$ ⇒

$\underline{\underline{G(s)}} = \frac{H(s)}{Q_d(s)} = \underline{\underline{\frac{1}{A \cdot s}}}$ SVAR en integrator

1c) 

$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \sigma \pm j\omega$

$\zeta = -\frac{\sigma}{\omega_n}$ dvs. rötter på diagonallinjen har samma relativa dämpning ζ

Svar C

1d) As the fire heats the box and water, the alcohol expands and the riser floats up, lowering the damper on the flue. If the box is too cold, the alcohol contracts, the damper is opened, and the fire burns hotter. The desired temperature is set by the length of the riser, which sets the opening of the damper for a given expansion of the alcohol.

Svar: Minska längden på lyftarstången (t.ex. skruv-mekanism).

För att få högre temp. måste spjället öppnas mer. Man kan även sänka via att minska mängden kvicksilver. Med vår nuvarande kunskap om kvicksilvers giftighet är detta ej en bra lösning.

2/

Q(t) är lika med I(t) med fördröjning

Transporttiden $T = \dfrac{L_1 \text{ m}}{R \text{ m/min}} = \dfrac{L_1}{R}$ min

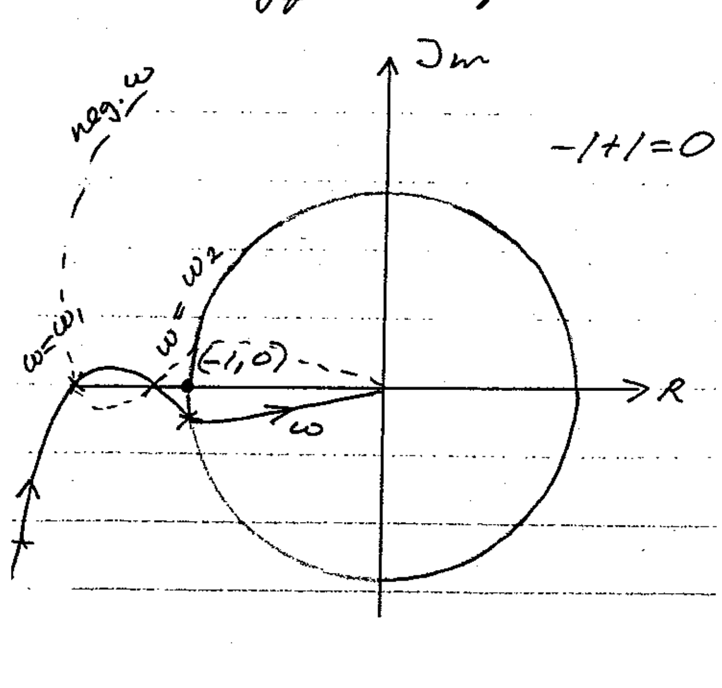
Svar: $\dfrac{Q(s)}{I(s)} = e^{-sT} = e^{-s\frac{L_1}{R}}$ där T räknas i min.

b/ Beräkna hur mycket material som finns på vågen.
Per meter finns $\dfrac{Q \text{ kg}}{\text{min}} \cdot \dfrac{1}{R \text{ m/min}} = \dfrac{Q}{R}$ kg/m

$\therefore W = L \cdot \dfrac{Q}{R}$ eller $Q = \dfrac{R \cdot W(t)}{L}$; Signalen är $\dfrac{L_1 - L_2}{R}$ minuter före i tiden.

4/

Nyquist-diagram



STAB. VILLKOR:

$Z = P + N$ skall vara noll

P =0 stabilt system enligt texen

Ingen omslutning av punkten (−1, 0) dvs. $N=0$

$\therefore$ $Z=0$

Svar: Stabilt återkopplat system

3) Kretsöverföringen (loop transfer function) =

$G = 1 \cdot \frac{10 \cdot e^{-1,5s}}{1+10s}$; Brytfrekvens: $\omega_{bryt} = 0,1$ rad/sek

Lågfrekvensförst. $= 10$

Frekv. funktion $G(j\omega) = \frac{10 \cdot e^{-1,5 j\omega}}{1+10j\omega}$

Ampl. fkn $|G(j\omega)| = \frac{10}{\sqrt{1+(10\omega)^2}}$

Fasfkn $\angle G(\omega) = \left[-1,5 \cdot \omega \frac{180}{\pi} - \arctan(10\omega)\right]$ grader

b/

Bodediagrammet ger

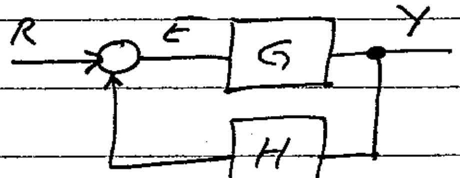
$\varphi_m \approx 10°$

$A_m \approx 1,5$ dB

Kvarstående fel (Lärboken sid ~~170~~ 288) vid typ 0-system

$\frac{1}{1+K_0}$ där $K_0 = 10$ $\therefore e = \frac{1}{1+10} = 0,0909$

Man kan även ta det från början!



Vidare är $Y = E \cdot G$

$\therefore E(s) \cdot \cancel{G(s)} = R(s) \frac{\cancel{G(s)}}{1+G(s)H(s)}$

$\frac{Y}{R} = \frac{G}{1+GH}$

$\frac{1}{s}$

Slutvärdessatsen $e = \lim_{s \to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot R(s) \cdot \frac{1}{1+GH}$

om gränsvärdet existerar

eller $e = \frac{1}{1+\lim_{s \to 0} G(s)H(s)} = \frac{1}{1+K_0}$

(forts)

3 poäng/ Ziegler-Nichols parameterval (svängningsmetoden)

Om kretsförstärkningen ökas till självsvängningsgränsen är $\angle G = -180°$ och $|G| = 1$ dvs. vid $\omega_\pi = 1{,}14$ rad/sek enligt diagrammet

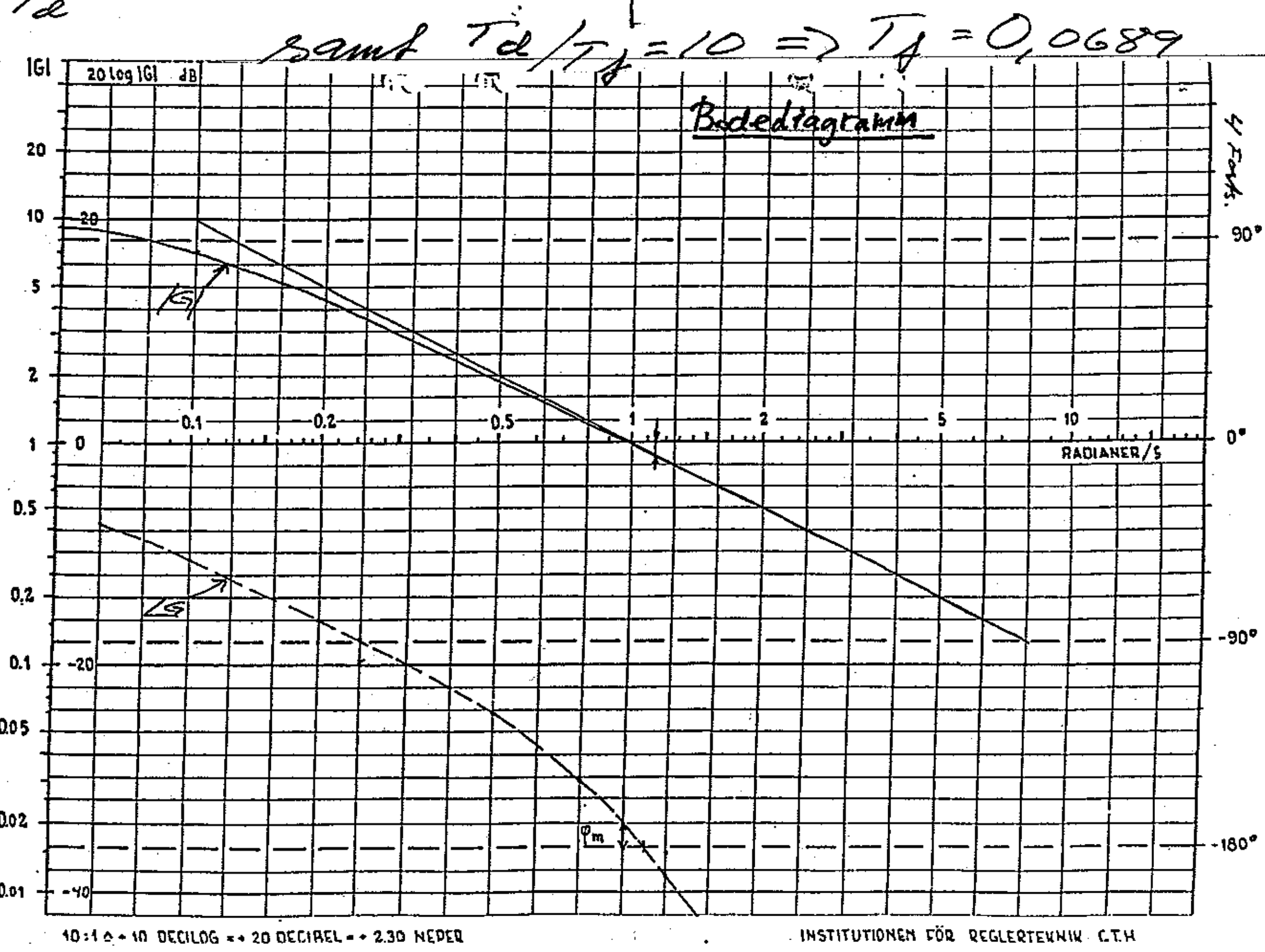
$$\therefore \quad T_0 = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 5{,}51 \text{ sek}$$

Regulatorförst. är då $\dfrac{1}{|G(\omega_\pi)|} = \left(\dfrac{10}{\sqrt{1+11{,}4^2}}\right)^{-1} =$

$= 1{,}144 \Rightarrow$ Regulatorparametrarna:

Enl. formelsamlingen sid 31	Standardformulering
*) $K_p / 1{,}144 = 0{,}6 \Rightarrow K_p = 0{,}686$	$K_p = 0{,}6 \dfrac{1}{\lvert G(\omega_\pi)\rvert} = 0{,}686$
$T_i \cdot 1{,}14 = \pi \Rightarrow T_i = 2{,}755$	$T_i = \dfrac{T_0}{2} = 2{,}755$
$\dfrac{T_i}{T_d} = 4 \Rightarrow T_d = 0{,}689$	$T_d = T_0/8 = 0{,}689$

samt $T_d / T_f = 10 \Rightarrow T_f = 0{,}0689$



*) Feltryck i formelsamlingen. $G(j\omega_{135})$ skall vara $G(j\omega_{180})$

5/

Kar. ekv. $1+\left(K+\frac{K_I}{s}\right)\left(\frac{1}{(s+1)(s+2)}\right)$

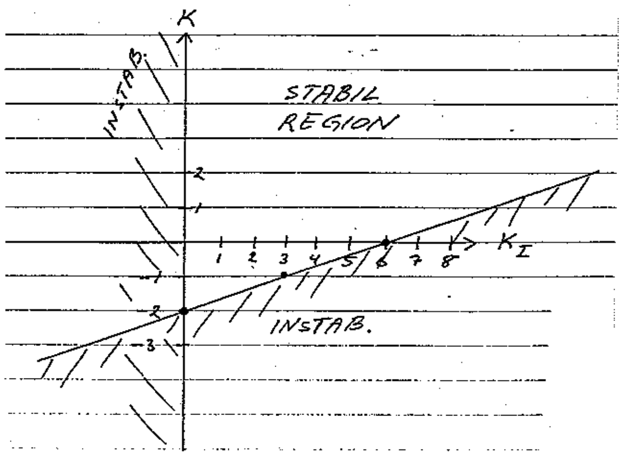
eller $(s+1)(s+2)s+(sK+K_I)=0$

$$s^3+3s^2+s(2+K)+K_I=0$$

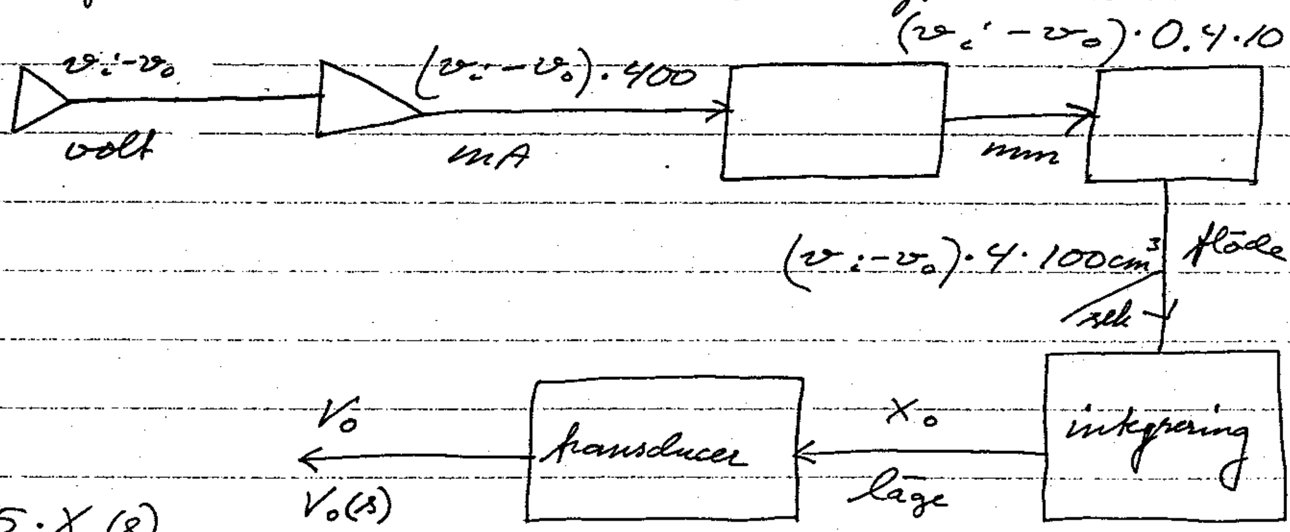
Rouths metod:

s^3	1	$2+K$	Krav för stabilitet
s^2	3	K_I	$K_I>0$ samt
s^1	$\frac{3(2+K)-K_I}{3}$	0	$6+3K-K_I>0$ eller
s^0	K_I		$K>\frac{K_I}{3}-2$

SVAR:



6/ Signalerna tecknas i olika delar av systemet



Här är

$V_o(s)=5\cdot X_o(s)$

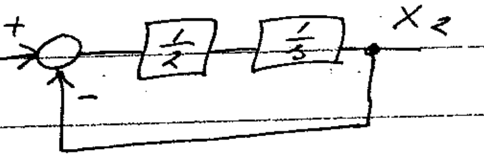
$$X_o(s)=\left[V_i(s)-V_o(s)\right]\cdot\frac{400}{20}\cdot\frac{1}{s}$$

$$\therefore\left[V_i(s)-5\cdot X_o(s)\right]\cdot\frac{400}{20s}=X_o(s) \quad \text{eller}$$

$$V_i(s)-5\cdot X_o(s)=X_o(s)\cdot\frac{s}{20}\Rightarrow\frac{X_o(s)}{V_i(s)}=\frac{20}{s+100}\ \mathrm{cm/volt}$$

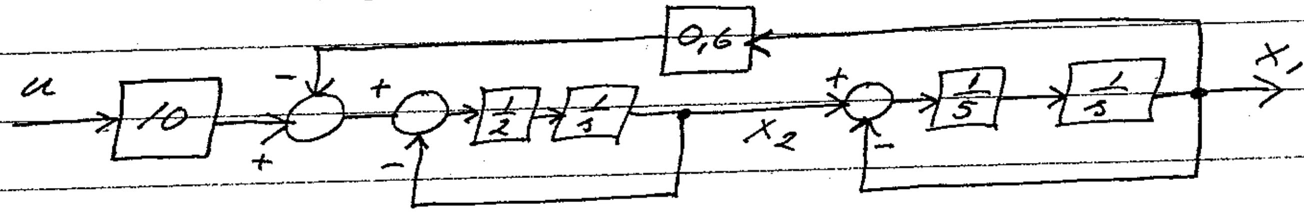
SVAR:

7NYA/ Omvandla $\frac{1}{1+2s}$ till kanonisk form, bestående av enkla funktioner och så att tillståndsvariabeln är lika med en integratorutgång



Kontroll: $\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s}} = \dfrac{1}{1+2s}$

På samma sätt blocket $\frac{1}{1+5s}$



Härur fås $\dot{X}_1 = \frac{1}{5}(X_2 - X_1)$ och $\dot{X}_2 = \frac{1}{2}(10u - 0{,}6X_1 - X_2)$

eller $\begin{bmatrix}\dot{X}_1\\ \dot{X}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-0{,}2 & 0{,}2\\ -0{,}3 & -0{,}5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_1\\ X_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 5\end{bmatrix}u$; SVAR

Egenvärden är: $\det(sI-A) =$

$= \det\begin{bmatrix}s+0{,}2 & -0{,}2\\ 0{,}3 & s+0{,}5\end{bmatrix} = (s+0{,}2)(s+0{,}5)+0{,}06 = s^2+0{,}7s+0{,}16$

$s = -0{,}35 \pm \sqrt{0{,}35^2 - 0{,}16} = -0{,}35 \pm 0{,}194j$

SVAR

b/ $\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI-A)^{-1}\}$; $(sI-A)^{-1} = \begin{bmatrix}s+0{,}2 & -0{,}2\\ 0{,}3 & s+0{,}5\end{bmatrix}^{-1} =$

$\dfrac{\begin{bmatrix}s+0{,}5 & 0{,}2\\ -0{,}3 & s+0{,}2\end{bmatrix}}{s^2+0{,}7s+0{,}16}$; Nämnaren $(s+a)^2+b^2$ med $\begin{cases}a = 0{,}35\\ b = 0{,}194\end{cases}$

$$(sI-A)^{-1} = \frac{1}{(s+a)^2+b^2}\begin{bmatrix}s+a+0{,}15 & 0{,}2\\ -0{,}3 & s+a-0{,}15\end{bmatrix} \Rightarrow$$

(forts)

7 NYA FORTS.

$$\Rightarrow e^{At} = e^{-0,35t}\begin{bmatrix} \cos bt + \frac{0,15}{b}\sin bt; & \frac{0,2}{b}\sin bt \\ -\frac{0,3}{b}\sin bt & ;\cos bt - \frac{0,15}{b}\sin bt \end{bmatrix}$$

SVAR

e/ Tillståndsåterkoppling

$$\begin{cases} \dot{X} = (A - BL)X + Bu \\ y = CX \end{cases}$$

Utgå från att X_1 och X_2 är mätbara

$$BL = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5l_1 & 5l_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left[A - BL\right] = \begin{bmatrix} -0,2 & 0,2 \\ -0,3-5l_1; & -0,5-5l_2 \end{bmatrix};$$

Kar. ekv. är:

$$\det\begin{bmatrix} \lambda+0,2 & -0,2 \\ +0,3+5l_1; & \lambda+0,5+5l_2 \end{bmatrix} = (\lambda+0,2)(\lambda+0,5+0,5l_2) +$$

$$+(0,3+5l_1)\cdot 0,2 = \lambda^2 + 0,5\lambda + 5l_2\lambda + 0,2\lambda + 0,1 + l_2 +$$

$$+ 0,06 + l_1 = 0 \quad \text{eller}$$

$$\lambda^2 + \lambda(0,7+5l_2) + 0,16 + l_1 + l_2 = 0;$$

Två poler $s = -1 \Rightarrow (\lambda+1)(\lambda+1) = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0;$

Identifiering $\Rightarrow 0,7 + 5l_2 = 2 \Rightarrow l_2 = \frac{1,3}{5} = 0,26$

$0,16 + l_1 + 0,26 = 1 \Rightarrow l_1 = 1 - 0,42 = 0,58$

Återkopplingen: $u = -LX$ där $L = [0,58; 0,26]$

SVAR