Reglerteknik D3

(Kurs nr ERE 100)

Tentamen 030426

Tid: 14:15-18:15, Lokal: M-huset

Lärare: Stefan Pettersson, tel 5146

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamenresultat anslås senast den *13 maj* på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

Granskning av rättning sker den *13 och 14 maj* kl 12:00-12:30 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny)
- Bode diagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook
- Valfri kalkylator med rensat minne (dock ej lösa anteckningar). Ej handdator.

Lycka till!

Avdelningen för reglerteknik och automation
Institutionen för signaler och system
Chalmers tekniska högskola

1

Enhetsstegsvaret (som skiftar värde då $t = 0$) från ett linjärt system ges av

$$y(t) = 1 - (1 + at)e^{-at}, \quad t \geq 0$$

a) Bestäm systemets överföringsfunktion.

(2p)

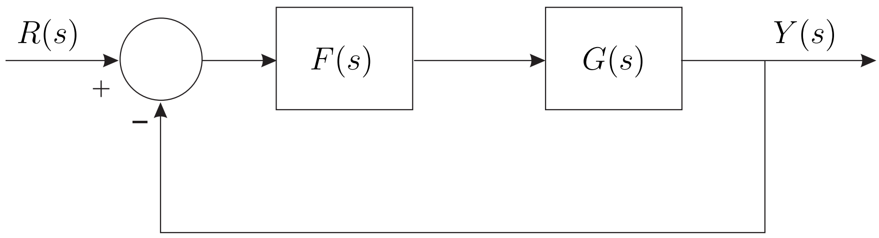
b) Bestäm systemets impulsfunktionssvar.

(2p)

2

Betrakta det återkopplade systemet enligt figur, där

$$F(s) = 25, \qquad G(s) = \frac{s^2 + 0.06s + 0.01}{(s + 0.5)^3}$$



a) Rita Bodediagrammet för $L(s) = F(s)G(s)$. Markera tydligt asymptoterna i amplituddiagrammet.

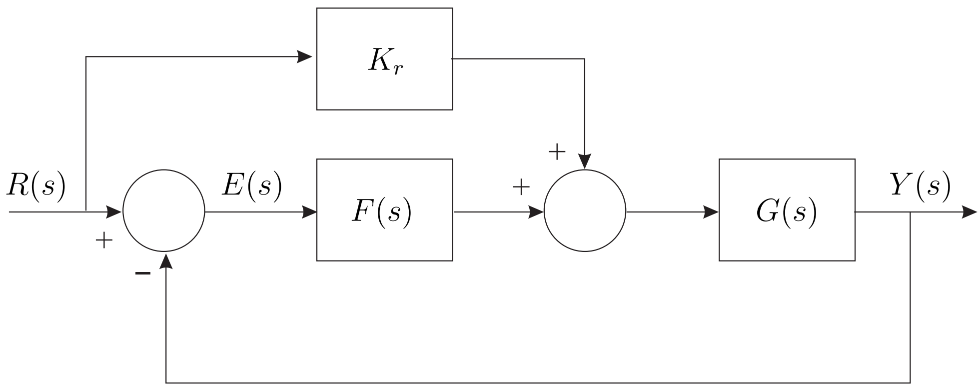
(3p)

b) Bestäm fas och amplitudmarginal för det återkopplade systemet.

(2p)

3

Betrakta systemet i figuren bestående av en statisk framkoppling och återkoppling.



a) Vilka krav ställs på K_r och G för att villkoret

$$\left|\frac{E(j\omega)}{R(j\omega)}\right|_{K_r \neq 0} \leq \left|\frac{E(j\omega)}{R(j\omega)}\right|_{K_r = 0}$$

skall vara uppfyllt för alla frekvenser ω? (2p)

b) Tolka villkoret i a)-uppgiften geometriskt i det komplexa talplanet. (1p)

c) Bestäm den statiska förstärknigen K_r i framkopplingen så att

$$\lim_{s \to 0} \frac{Y(s)}{R(s)} = 1$$

(2p)

4

Den tidskontinuerliga överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b}{s+a}$$

skall regleras med en dator. För att åstadkomma detta skall $G(s)$ diskretiseras och regleras med en tidsdiskret P-regulator. Antag att samplingsintervallet är h och att datorn lägger ut en styckvis konstant styrsignal $u(t)$.

a) Vad är den motsvarande tidsdiskreta överföringsfunktionen $G_d(z)$? (1p)

b) Antag en tidsdiskret P-regulator

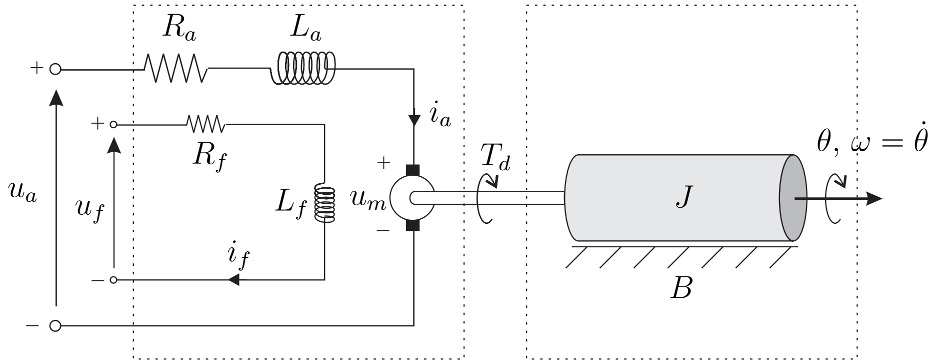
$$F_d(z) = K_p$$

Bestäm K_p så att polen för det slutna systemet hamnar i origo. (2p)

c) Bestäm $y(k)$ då $r(k)$ är ett steg. (2p)

5

Betrakta figuren nedan som föreställer en schematisk skiss av en roterande DC-motor med roterande last.



Momentet T_d från DC-motorn genereras via elektromagnetisk induktion i motorns lindningar. Den roterande lindningen kallas ankarlindning (rotor) och den fasta lindningen kallas fältlindning (stator). Det magnetiska fältet Φ som genererar momentet T_d antages vara proportionell mot den ström i_f som går genom fältlindningen, d.v.s.

$$\Phi = K_f i_f$$

Det drivande momentet T_d antages i sin tur vara proportionell mot detta fält och strömmen genom ankarlindningen i_a, vilket innebär att

$$T_d = K_a \Phi i_a = K_a K_f i_f i_a$$

Det finns minst två möjligheter att styra momentet T_d, antingen genom att variera fältströmmen i_f eller ankarströmmen i_a. Den första varianten kallas fältstyrd DC-motor och den andra varianten ankarstyrd DC-motor. I denna uppgift skall vi ägna oss åt den fältstyrda DC-motorn, vilket innebär att momentet kan skrivas som

$$T_d = K_m i_f \quad \text{där} \quad K_m = K_a K_f i_a$$

eftersom u_a och i_a är konstant. Den roterande lasten har ett tröghetsmoment J och utsätts för en viskös friktion som innebär ett dämpande moment proportionellt mot vinkelhastigheten enligt $-B\omega$.

a) Välj lämpliga tillstånd och formulera en tillståndsmodell för den fältstyrda DC-motorn med den roterande lasten. Antag att u_f är insignal och θ är utsignal.

(2p)

b) Bestäm överföringsfunktionen

$$\frac{\theta(s)}{u_f(s)}$$

(2p)

c) Var hamnar systemets poler?

(1p)

d) Vilken relation råder mellan u_f och T_d då $\frac{L_f}{R_f} << 1$

(1p)

LÖSNINGAR REGLERTEKNIK D3, TENTAMEN 030426

1 a) $U(s) = 1/s \quad , \quad Y(s) = \frac{a^2}{s(s+a)^2}$ FS. sid 3.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a^2}{(s+a)^2}$$

b) $g(t) = \frac{d}{dt} y(t) = a(1+at)e^{-at} - ae^{-at} = a^2 t\, e^{-at} \quad t \geq 0$

2 a) $L(s) = \frac{25 \cdot 0{,}01}{0{,}5^3} \frac{(1+6s+s^2/0{,}1^2)}{(1+s/0{,}5)^3} = \frac{2\,(1+6s+(s/0{,}1)^2)}{(1+s/0{,}5)^3}$

Andragrad täljare

$$1 + 6s + (s/0{,}1)^2 = 1 + \frac{2\zeta}{\omega_1} s + \left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2 \Rightarrow \begin{matrix} \omega_1 = 0{,}1 \\ \zeta = 0{,}3 \end{matrix} \text{ upp dubbel}$$

3 st förstagradare nämnare

$\omega_2 = 0{,}5$ ner trippel

LF-asymptot 2

$\angle L(j\omega) = \arctan \frac{6\omega}{1-100\omega^2} - 3 \arctan 2\omega \quad (+180^\circ \text{ då } \omega > 0{,}1)$

Ur diagram $\varphi_m = 93{,}3^\circ$, $A_m = \infty$ ty $\angle L(j\omega) > -180^\circ$

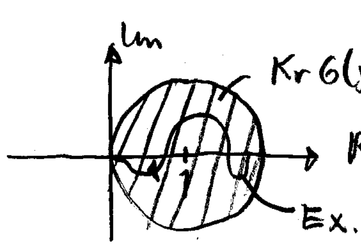
3 a) $E = R - Y = R - G(K_r R + FE) \Rightarrow (1+FG)E = (1-K_r G)R$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1 - K_r G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

$$\left|\frac{E(j\omega)}{R(j\omega)}\right|_{K_r \neq 0} = \left|\frac{1 - K_r G(j\omega)}{1 + F(j\omega)G(j\omega)}\right| \leq \left|\frac{1}{1 + F(j\omega)G(j\omega)}\right| = \left|\frac{E(j\omega)}{R(j\omega)}\right|_{K_r = 0}$$

$$\therefore \quad |1 - K_r G(j\omega)| \leq 1$$

b)

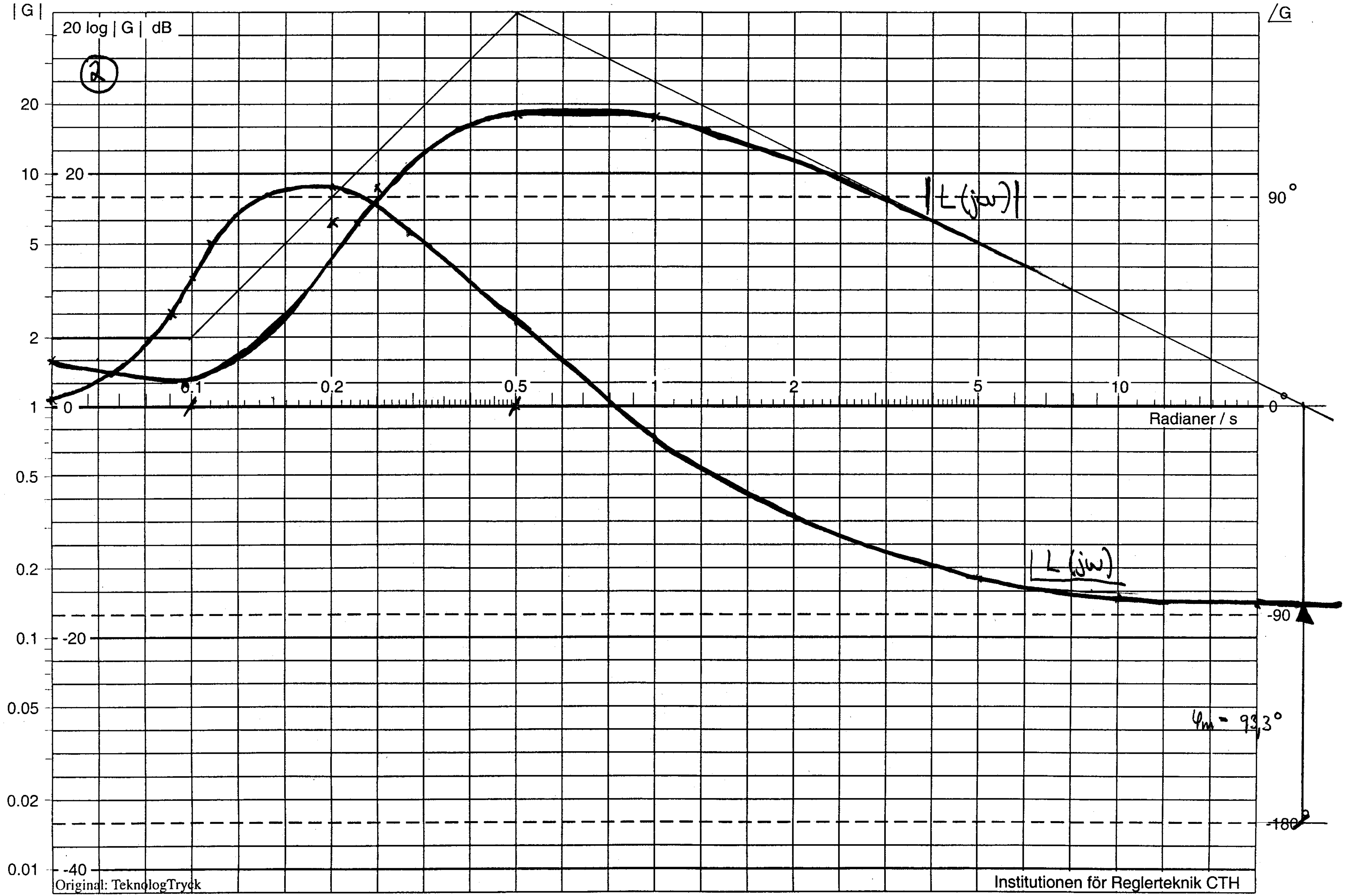


$K_r G(j\omega)$ skall hålla sig innanför denna cirkel

c) $Y = G(K_r R + F(R-Y)) \Rightarrow (1+FG)Y = (FG + K_r G)R$

$$\frac{Y}{R} = \frac{K_r G + FG}{1 + FG} \quad , \quad \lim_{s \to 0} \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_r G(0) + F(0)G(0)}{1 + F(0)G(0)} = 1$$

$\Rightarrow K_r = 1/G(0)$ (inversen av G's LF-förstärkning)



|G|
20 log |G| dB
2
/G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
90°
0
-90
-180
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
|L(jω)|
/L(jω)
φm = 93,3°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

4) a) $G(s) = \frac{b}{s+a} = \frac{b}{a}\,\frac{a}{s+a} \Rightarrow G_d(z) = \frac{b}{a}\,\frac{(1-e^{-ah})z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}$

b) Kar. ekv. $1 + F_d(z)G_d(z) = 1 + K_p \frac{b}{a}\,\frac{(1-e^{-ah})z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}$

$$= \frac{1-e^{-ah}z^{-1} + K_p\frac{b}{a}(1-e^{-ah})z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}$$

$$\therefore \quad 1 + \left(K_p \tfrac{b}{a}(1-e^{-ah}) - e^{-ah}\right)z^{-1} \equiv 1 + \overset{0}{\widetilde{p}}z^{-1}$$

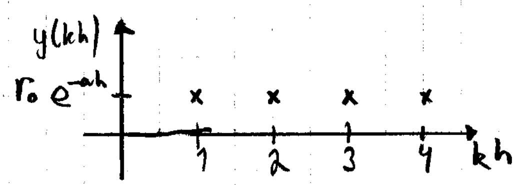
$$\Rightarrow \quad K_p\tfrac{b}{a}(1-e^{-ah}) - e^{-ah} = 0$$

$$\Rightarrow \quad K_p = \frac{a}{b}\,\frac{e^{-ah}}{1-e^{-ah}}$$

c) $$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_pG_d(z)}{1+K_pG_d(z)} = \frac{\cancel{\frac{a}{b}}\frac{e^{-ah}}{\cancel{1-e^{-ah}}}\cancel{\frac{b}{a}}\frac{\cancel{(1-e^{-ah})}z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}}{1+\cancel{\frac{a}{b}}\frac{e^{-ah}}{\cancel{1-e^{-ah}}}\cancel{\frac{b}{a}}\frac{\cancel{(1-e^{-ah})}z^{-1}}{1-e^{-ah}z^{-1}}}$$

$$= e^{-ah}z^{-1}$$

$y(kh) = e^{-ah}r(kh-h)$ (alt. $y(k) = e^{-ah}r(k-1)$)



5) a) Kirchoff: $-u_f + R_f i_f + L_f \dot{i}_f = 0$

Newton 2: $J\ddot{\theta} = T_d - B\dot{\theta}$

Tillstånd $i_f, \theta, \dot{\theta}$

$$\dot{i}_f = -\frac{R_f}{L_f}i_f + \frac{1}{L_f}u_f$$

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{B}{J}\dot{\theta} + \frac{1}{J}T_d = -\frac{B}{J}\dot{\theta} + \frac{K_m}{J}i_f$$

eller $$\begin{bmatrix}\dot{i}_f\\ \dot{\theta}\\ \ddot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-R_f/L_f & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ K_m/J & 0 & -B/J\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_f\\ \theta\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1/L_f\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u_f$$

$$y = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_f\\ \theta\\ \dot{\theta}\end{bmatrix}$$

b) Laplace $$\left.\begin{array}{l}(R_f + L_f s)i_f = u_f\\ (Js+B)s\theta = K_m i_f\end{array}\right\} \Rightarrow (Js+B)s\theta = K_m\frac{u_f}{R_f+L_f s}$$

$$\therefore \quad \frac{\theta(s)}{u_f(s)} = \frac{K_m}{R_f+L_f s}\cdot\frac{1}{s(Js+B)} = \frac{K_m}{L_f J}\,\frac{1}{s\left(s+\frac{R_f}{L_f}\right)\left(s+\frac{B}{J}\right)}$$

c) Poler: $s = 0$, $s = -\frac{R_f}{L_f}$, $s = -\frac{B}{J}$

d) $\left(1 + \underbrace{\frac{L_f}{R_f}s}_{\approx 0}\right)i_f = \frac{u_f}{R_f} \Rightarrow i_f \approx \frac{u_f}{R_f} \Rightarrow T_d = K_m i_f = \frac{K_m}{R_f}u_f$

dvs statisk relation.