Reglerteknik D3

(Kurs nr ERE 100)

Tentamen 020822

Tid: 8:45-12:45, Lokal: M-huset

Lärare: Stefan Pettersson, tel 5146

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamenresultat anslås senast den *5 september* på avdelningens anslagstavla samt kursens hemsida.

Granskning av rättning sker den *5 och 6 september* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny)
- Bode diagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook
- Valfri kalkylator (dock ej lösa anteckningar)

Lycka till!

Avdelningen för reglerteknik och automation
Institutionen för signaler och system
Chalmers tekniska högskola

1

Komplementära känslighetsfunktionen $T(s)$ för ett system ges av

$$T(s) = \frac{100}{s^2 + 13s + 100}$$

a) Bestäm systemets kretsöverföring $L(s)$.

(2p)

b) Bestäm bandbredden hos $T(s)$.

(2p)

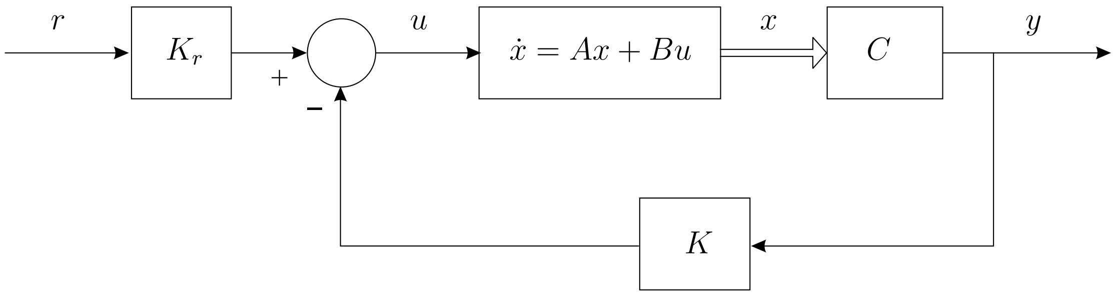
c) Låt kretsöverföringen vara produkten av regulatorns och processens överföringsfunktioner. Vad blir den komplementära känslighetsfunktionen om förstärkningen i regulatorn dubbleras (allt annat oförändrat)?

(1p)

2

Betrakta följande återkopplade system, där

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$



a) För vilka värden på K är systemet stabilt

(3p)

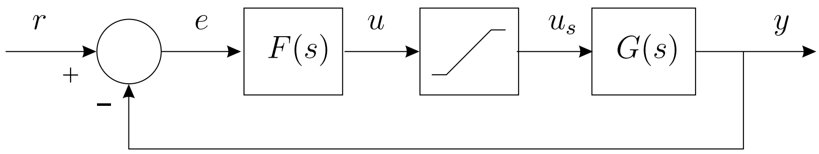
b) Låt $r(t)$ vara ett enhetssteg. Bestäm K_r så att $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ under antagandet att K stabiliserar systemet.

(2p)

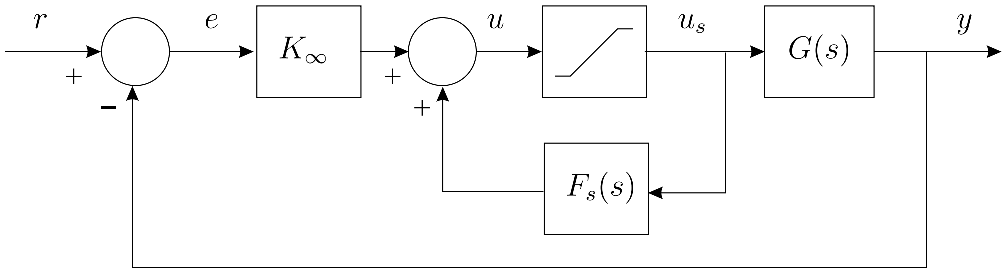
3

I praktiska reglersystem begränsas normalt den styrsignal som generas till processen via en begränsningsfunktion. Den begränsade styrsignalen $u_s(t)$ (s=saturation) kan då uttryckas som

$$u_s = \begin{cases} u_{max} & u > u_{max} \\ u & u_{min} \leq u \leq u_{max} \\ u_{min} & u < u_{min} \end{cases}$$



Då styrsignalen hamnar i begränsningsläget upphör återkopplingen temporärt att fungera, eftersom styrsignalen till processen $u_s(t)$ då är konstant (lika med u_{min} eller u_{max}). Detta leder till problem då regulatorn i sig är instabil, vilket gäller exempelvis i det vanligt förekommande fallet att regulatorn $F(s)$ är en PI-regulator. Ett sätt att råda bot på detta problem visas i följande blockschema, där den begränsade styrsignalen u_s återkopplas via positiv återkoppling.



Denna realisering ger ett väl fungerande system då överföringsfunktionen $F_s(s)$ är *stabil* och konstanten K_∞ väljs lika med regulatorns högfrekvensförstärkning, d.v.s. $K_\infty = F(\infty)$.

a) Bestäm $F_s(s)$ då

$$F(s) = 3\,\frac{s + 0.5}{s}$$

så att reglersystemen i de båda ovanstående figurerna får samma beteende så länge som styrsignalen u håller sig innanför begränsningsningarna u_{min} och u_{max} (med andra ord bortse från begränsningsfunktionen). (3p)

b) Antag att $u_{max} = 10$ och att referenssignalen $r(t)$ varieras så att reglerfelet e hamnar på en konstant nivå $e = 5$. Ange för de båda regulatorstrukturerna det asymptotiska beteendet hos signalen $u(t)$ för stora värden på t efter att inledande transienter har klingat av. I det första fallet bortses från eventuella konstanta bidrag hos $u(t)$. Kommentera skillnaden i beteende mellan de båda reglerfunktionerna. (2p)

4

Betrakta en process vars dynamik ges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{3}{(1+20s)^3}$$

a) Dimensionera en PI-regulator för denna process så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$. Välj en överkorsningsfrekvens $\omega_c = 0.3\omega_{\pi_{proc}}$.

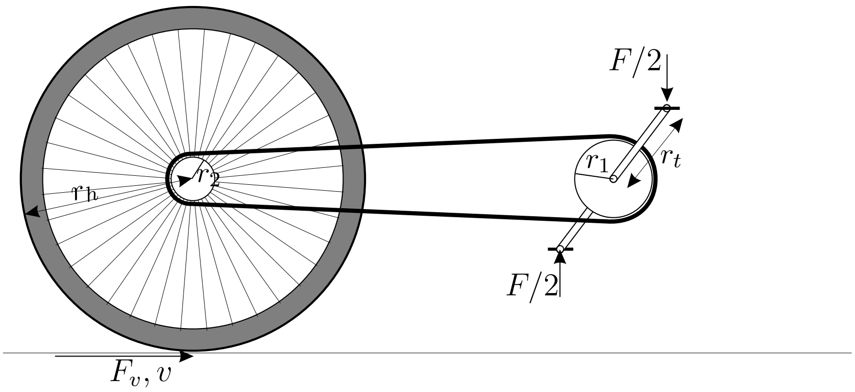
(3p)

b) Vad blir regulatorns integralförstärkning K_i och högfrekvensförstärkning K_∞? Vilken inverkan har värdet på dessa regulatorparametrar när det gäller förmågan att kompensera processtörningar och känsligheten för mätstörningar?

(2p)

5

Betrakta bakhjul och nav med trampor för en cykel i figuren nedan, där kraften på vardera trampa är $F/2$ och trampaxelns längd är r_t. Låt radien på trampnavet och bakhjulsnavet vara r_1 respektive r_2, och bakhjulets radie vara r_h. Beteckna cykelns massa med m och personen som cyklar med M. Låt tröghetsmomentet hos bakhjul med nav vara J. Antag att den enda belastande kraften i cykelns framriktning är proportionell mot kvadraten på hastigheten med proportionalitetskonstant b, samt att tröghetsmomentet hos trampnavet kan försummas. Bortse från all friktion.



a) Ställ upp en modell som beskriver sambandet mellan den på tramporna pålagda kraften F och hastigheten v på cykeln.

Ledning: Ställ dels upp momentbalansen kring bakhjulets rotationscentrum och dels kraftbalansen för cykeln i dess framriktning.

(3p)

b) Linjärisera modellen kring arbetspunkten $v = v_0$ då tramaxlarna står i horisontellt läge.

(2p)

LÖSNINGAR REGLERTEKNIK D3, tentamen 020822

1 a) $T = \frac{L}{1+L} \Rightarrow T + TL = L \Rightarrow L = \frac{T}{1-T} = \frac{\frac{100}{s^2+13s+100}}{1-\frac{100}{s^2+13s+100}} = \frac{100}{s^2+13s} = \boxed{\frac{100}{s(s+13)}}$

b) $|T(j\omega_b)| = \frac{100}{\sqrt{(100-\omega_b^2)^2 - 13^2\omega_b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 100^2\cdot 2 = \omega_b^4 - 200\omega_b^2 + 100^2 + 13^2\omega_b^2$

$\omega_b^4 - (200-13^2)\omega_b^2 - 100^2 = 0 \Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{200-13^2}{2} \underset{(-)}{+} \sqrt{\left(\frac{200-13^2}{2}\right)^2 + 100^2}} = \boxed{10{,}8}$

c) $T = \frac{2L}{1+2L} = \boxed{\frac{200}{s^2+13s+200}}$

2 a) $G(s) = C(sI-A)^{-1}B = [1\ 0]\begin{bmatrix} s & -1\\ 1 & s+1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} = \frac{1}{s(s+1)+1}[1\ 0]\begin{bmatrix}s+1 & 1\\ -1 & s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} =$

$= \frac{1}{s^2+s+1}[s+1\quad 1]\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} = \frac{2}{s^2+s+1}$

Kar. ekv. $1 + KG(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{2K}{s^2+s+1} = 0 \Rightarrow s^2+s+1+2K=0$

Stab. om $1+2K>0$ dvs $\boxed{K > -1/2}$

b) $\frac{Y(s)}{R(s)} = K_r\cdot\frac{G(s)}{1+KG(s)} = K_r\cdot\frac{\frac{2}{s^2+s+1}}{1+\frac{2K}{s^2+s+1}} = \frac{2K_r}{s^2+s+1+2K}$

$\lim_{t\to\infty} y(t) \overset{\text{stab}}{=} \lim_{s\to0} s\cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot \frac{2K_r}{s^2+s+1+2K}\cdot\frac{1}{s} = \frac{2K_r}{1+2K} = 1$

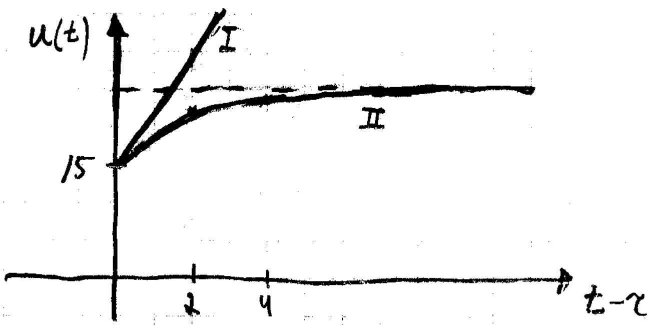
$\boxed{K_r = \frac{1+2K}{2}}$

3 a) $F(s) = K_\infty \cdot \frac{1}{1-F_s(s)} \Rightarrow F_s(s) = 1 - K_\infty \frac{1}{F(s)} = 1 - 3\cdot\frac{1}{3\cdot\frac{s+0{,}5}{s}} = \boxed{\frac{0{,}5}{s+0{,}5}}$

b) Fall I) $e = 5\theta(t-\tau) \Rightarrow U(s) = \frac{5}{s}\cdot 3\cdot\frac{s+0{,}5}{s} = \frac{15}{s} + \frac{7{,}5}{s^2} \Rightarrow u(t) = (15+7{,}5t)\theta(t-\tau)$

Fall II) $u_s = 10 \Rightarrow U(s) = \frac{5\cdot 3}{s} + \frac{10}{s}\cdot\frac{0{,}5}{s+0{,}5} = \frac{15}{s} + \frac{10}{s} - \frac{10}{s+0{,}5}$

$\Rightarrow u(t) = (25 - 10e^{-0{,}5(t-\tau)})\theta(t-\tau) \rightarrow 25\theta(t-\tau)$



I fall I integreras styrsignalen upp, medans styrsignalen är begränsad i fall II. Om r(t) återgår till, säg 0, så tar det lång tid att integrera bort felet i fall I.

④ a) $\angle G(j\omega_\pi) = -3\arctan 20\omega_\pi = -180^\circ \Rightarrow \omega_\pi = \frac{1}{20}\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{20} \Rightarrow \omega_c = \frac{0{,}3\sqrt{3}}{20} = \frac{3\sqrt{3}}{200}$

$F(s) = \frac{K}{s}(1+Ts)$, $\angle F(j\omega_c) = -90^\circ + \arctan\omega_c T$, $|F(j\omega_c)| = \frac{K}{\omega_c}\sqrt{1+(\omega_c T)^2}$

$\varphi_m = 180^\circ + \angle L(j\omega_c) = 180^\circ + \angle F(j\omega_c) + \angle G(j\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ + \arctan\omega_c T + \angle G(j\omega_c)$

$\Rightarrow T = \frac{1}{\omega_c}\tan\left(\varphi_m - 90^\circ + 3\arctan 20\omega_c\right) = \boxed{35{,}1}$

$|L(j\omega_c)| = |F(j\omega_c)|\,|G(j\omega_c)| = \frac{K}{\omega_c}\sqrt{1+(\omega_c T)^2}\,|G(j\omega_c)| = 1$

$\Rightarrow K = \frac{\omega_c}{\sqrt{1+\tan^2(\varphi_m - 90^\circ + 3\arctan 20\omega_c)}} \cdot \frac{(1+(20\omega_c)^2)^{3/2}}{3} = \boxed{0{,}0092}$

b) $K_i = K = \boxed{0{,}0092}$, $K_\infty = K \cdot T = \boxed{0{,}32}$

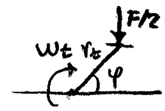
Lågfrekventa processtörningar kompenseras snabbare ju högre K_i

Känsligheten för mätstörningar ökar med högre K_∞.

⑤ a) $J\dot\omega_h = T_h - F_v \cdot r_h$, $v = \omega_h \cdot r_h \Rightarrow J\frac{\dot v}{r_h^2} = \frac{T_h}{r_h} - F_v$

$(M+m)\dot v = F_v - bv^2 \Rightarrow (M+m)\dot v = \frac{T_h}{r_h} - J\frac{\dot v}{r_h^2} - bv^2$

$\left(\frac{J}{r_h^2} + M + m\right)\dot v = \frac{T_h}{r_h} - bv^2$



$P = T\cdot\omega$ konstant $\Rightarrow T_h \cdot \omega_h = 2\cdot\frac{F}{2}\cos\varphi\, r_t \cdot \omega_t \Rightarrow T_h = F\cos\varphi\, r_t \frac{\omega_t}{\omega_h}$

Vkedja konstant $\Rightarrow \omega_h \cdot r_2 = \omega_t \cdot r_1 \Rightarrow \frac{\omega_t}{\omega_h} = \frac{r_2}{r_1}$

$\Rightarrow T_h = F\cos\varphi \cdot r_t \cdot \frac{r_2}{r_1}$

$\left(\frac{J}{r_h^2} + M + m\right)\dot v = \frac{r_t}{r_h}\cdot\frac{r_2}{r_1}F\cos\varphi - bv^2$

$$\boxed{\dot v = \frac{1}{\left(\frac{J}{r_h^2} + M + m\right)}\left(\frac{r_t}{r_h}\cdot\frac{r_2}{r_1}F\cos\varphi - bv^2\right)} = f(v, F, \varphi)$$

b) $\left.\frac{\partial f}{\partial v}\right|_{v=v_0} = \frac{-2bv_0}{(J/r_h^2 + M + m)}$, $\left.\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=0} = 0$, $\frac{r_t}{r_h}\cdot\frac{r_2}{r_1}F_0\underbrace{\cos\varphi_0}_{1 \text{ för } \varphi_0 = 0} = bv_0^2$

$\Delta\dot v = \frac{1}{\left(\frac{J}{r_h^2} + M + m\right)}\left(\frac{r_t}{r_h}\cdot\frac{r_2}{r_1}\Delta F - 2bv_0\Delta v\right)$ där $\Delta F = F - F_0$

$\Delta v = v - v_0$

$F_0 = \frac{r_h}{r_t}\cdot\frac{r_1}{r_2}bv_0^2$