Reglerteknik M3

Tentamen 2011-08-18

Tid: 08:30 – 13:30 Lokal: M

Kurskod: ERE033

Lärare: Knut Åkesson, tel 0701-749525

Läraren besöker tentamenssalen vid två tillfällen för att svara på eventuella frågor. Detta sker normalt sett en timme efter tentamensstart samt en timme före tentamens slut.

Tentamen omfattar totalt 30 poäng, där betyg tre fordrar 12 poäng, betyg fyra 18 poäng och betyg fem 24 poäng. Lösningar och svar till alla uppgifter ska vara tydligt motiverade.

Lösningsförslag till tentamen anslås på kurshemsidan senast första arbetsdagen efter tentamenstillfället. *Granskning* av rättning sker den *1 september* kl 12.30 – 13.00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Reglerteknik M3 - Formelsamling
- Bodediagram
- Beta och Physics handbook, Standard Mathematical Tables, TEFYMA
- Chalmersgodkänd räknare alternativt valfri kalkylator med rensat minne, ej handdator/smartphone.
- För Erasmusstudenter är lexikon, till och från svenska, tillåtet.

Inga anteckningar är tillåtna!

1

Avgör huruvida följande påståenden är korrekta (ja/nej)!

a) I-delen av en PID-regulator används för att erhålla god stationär noggrannhet.

(1p)

b) I-delen av en PID-regulator förbättrar normalt stabilitetsmarginalerna.

(1p)

c) Stigtiden påverkas ej av en eventuell dödtid.

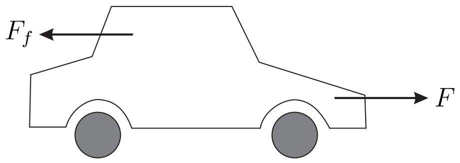
(1p)

d) En framkoppling för att kompensera för mätbara störningar på ett återkopplat system påverkar stabilitetsegenskaperna för det återkopplade systemet.

(1p)

2

Betrakta bilen nedan.



a) Bestäm överföringsfunktion från den drivande kraften F till bilens hastighet då F_f är proportionell mot bilens hastighet.

(1p)

b) Bestäm en tillståndsmodell, låt bilens position och hastighet vara tillstånd, från den drivande kraften F till bilens hastighet då F_f är proportionell mot bilens hastighet.

(1p)

c) Om F_f beskriver luftmotståndet så är det mer rimligt att anta att F_f är proportionell mot kvadraten på bilens hastighet. I detta fall kan vi inte prata om överföringsfunktionen från F till bilens hastighet eftersom differentialekvationen som beskriver bilen beteende i detta fall blir olinjär. Härled den olinjära differentialekvationen från F till bilens hastighet och bestäm en en linjär approximation som gäller för avvikelser kring hastigheten v_0 (dvs. linjärisera runt hastigheten v_0 och ange tillståndsmodellen som gäller för små avvikelser runt v_0).

(2p)

3

Vi vill reglera processen

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

med en PI-regulator

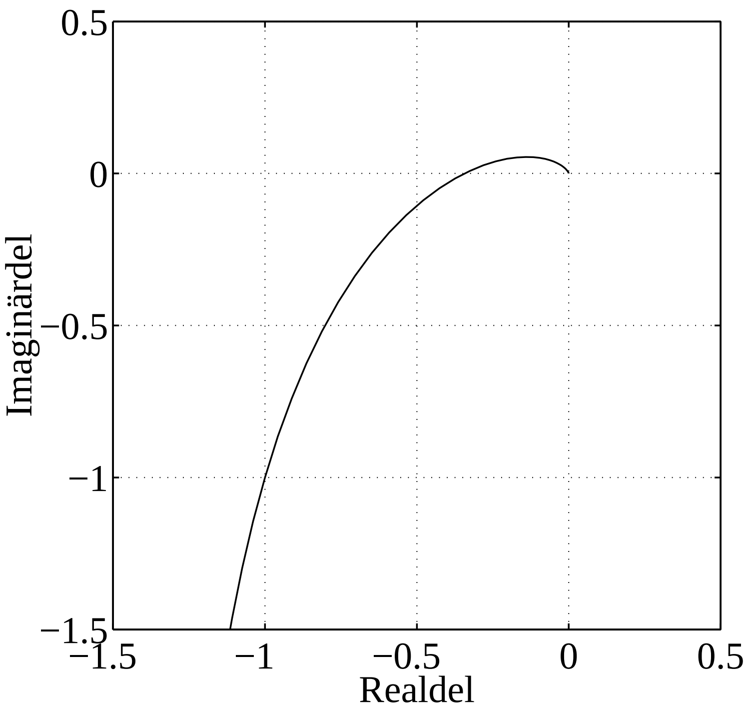
$$F(s) = K(1 + \frac{1}{sT_i}), \qquad K > 0,\ T_i > 0$$

För vilka värden på K och T_i är det återkopplade systemet stabilt?

(3p)

4

Ett stabilt system med nyquistkurva enligt figur återkopplas med en P-regulator $u(t) = K(y_{ref}(t) - y(t))$.



(a) Hur skall K väljas så att amplitudmarginalen ska bli 2?

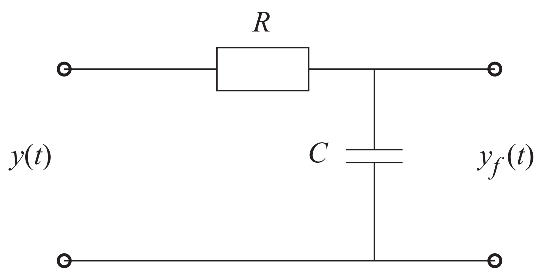
(2p)

(b) Hur skall K väljas för att fasmarginalen ska bli $45°$?

(2p)

5

Ett RC-filter enligt figuren nedan är ett enkelt sätt att filtrera bort brus i en analog mätsignal.

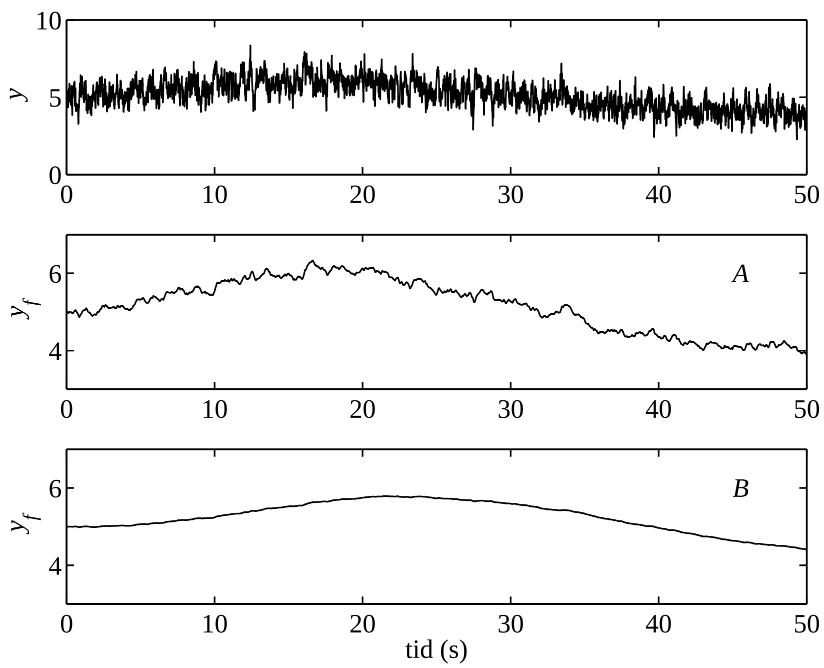


a) Bestäm överföringsfunktionen från givarsignal y till filtrerad signal y_f. (2p)

b) Vi har en resistans $R = 1000$ kΩ och två olika kondensatorer: en med $C = 10$ μF och en med $C = 1$ μF. I figuren nedan visas den ofiltrerade signalen y och de filtrerade signalerna för de två kapacitanserna. Vilken kapacitans (10 eller 1 μF) hör ihop med vilken plot (A eller B)?

Motivera kortfattat ditt svar!

(2p)



6

En process har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2-s}{s(1+s)^2}$$

a) Rita ett bodediagram (amplitud och fasdiagram) för processen G. (3p)

b) Bestäm parametrarna hos en PD-regulator

$$F_{PD}(s) = K_p \frac{1+s\tau_d}{1+s\tau_d/b}$$

för processen sådan att systemets fasmarginal blir minst 50° vid överkorsningsfrekvensen 0.5 radianer/sekund. (3p)

c) Enligt designspecifikationen i b)-uppgiften så är kravet att man ska ha en viss fasmarginal och överkorsningsfrekvens. Bestäm den maximala dödtiden som vi skulle kunna ha i kretsöverföringen innan det återkopplade systemet blir instabilt. Notera, att du kan lösa denna uppgift utan att ha löst b)-uppgiften. (2p)

d) För att implementera regulatorn i en dator behöver vi tidsdiskretisera regulatorn ovan eftersom datorn bara läser av felet $e(t)$ och beräknar styrsignalen $u(t)$ vid diskreta samplingstidpunkter. Vi betecknar med samplingsintervallet h och väljer $h = 1$ sekund. Bestäm en differensekvation som är en god approximation av den tidskontinuerliga PD-regulatorn ovan. Ledning: Ett enkelt sätt att göra en tidsdiskretapproximation av en tidsderivata är

$$\dot{f}(t) \approx \frac{f(t) - f(t-h)}{h}.$$

Om du inte löst b) uppgiften så kan du använda

$$F_{PD}(s) = \frac{1}{5}\frac{1+3s}{1+s}.$$

(3p)

Lycka till!

①

a/ Ja (lågfrekvensförstärkningen ökar)

b/ Nej (I-delen har negativ fasvridning för alla frekvenser)

c/ Ja (från 10% till 90%, dvs rena dödtiden påverkar inte)

d/ Nej
Frankopplingen påverkar inte hur nämnaren ser ut i det återkopplade systemet

2 a) Låt $x(t)$ var bilens position.

$$m \cdot \ddot{x}(t) = F(t) - b \cdot \dot{x}(t)$$

Inför $v(t) = \dot{x}(t)$, d.v.s $v(t)$ är bilens hastighet

$$m\dot{v}(t) = F(t) - b\,v(t)$$

$$(ms + b)V(s) = F(s)$$

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + b}$$

b) Inför $\begin{cases} x_1(t) = x(t) \\ x_2(t) = v(t) = \dot{x}(t) \end{cases}$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \dot{x}(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \ddot{x}(t) = \frac{1}{m}F(t) - \frac{b}{m}\dot{x}(t) = \frac{1}{m}F(t) - \frac{b}{m}x_2(t) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}}_{B} F(t)$$

$$v(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

(2)

c/ Låt $F_f(t) = b \cdot v^2(t)$

Dynamiken beskrivs av

$$m\dot{v}(t) = F(t) - b v^2(t)$$

Linjärisera kring $v(t) = v_0$

Skriv på olinjär tillståndsform

$$\dot{v}(t) = -\frac{b}{m} v^2(t) + \frac{1}{m} F(t) \equiv f(t)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} = -\frac{2b}{m} v(t). \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial f}{\partial v}\right|_{(v_0, F_0)} = -\frac{2b}{m} v_0$$

$$\frac{\partial f}{\partial F} = \frac{1}{m} \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\partial f}{\partial F}\right|_{(v_0, F_0)} = \frac{1}{m}$$ (Oberoende av F_0)

$\Rightarrow$

$$\underline{\underline{\Delta \dot{v}(t) = -\frac{2b}{m} v_0 \cdot \Delta v(t) + \frac{1}{m} \Delta F(t)}}$$

3/ Stabilt då $G_{ry}(s) = \frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}$ har alla poler i VHP.

$$1 + G(s)F(s) = 1 + \frac{K(sT_i + 1)}{sT_i} \cdot \frac{1}{s^2+2s+2}$$

Polerna ges av $1+G(s)F(s)=0 \Rightarrow$

$$s^3 T_i + 2s^2 T_i + (2T_i + KT_i)s + K = 0$$

Routh-Hurwitz

s^3	T_i	$T_i(2+K)$	0
s^2	$2T_i$	K	0
s^1	c_0	0	
s^0	K		

Stabilt omm $c_0 = \frac{2T_i^2(2+K) - KT_i}{2T_i} > 0$

$$4T_i + 2KT_i - K > 0$$

$$K > 0,\quad T_i > 0 \Rightarrow \underline{T_i > \frac{K}{2(2+K)} > 0}$$

4/ Processen : G (ges av Nyquistkurvan)

Regulator : K

$$L(j\omega) = KG(j\omega) = \{\text{polär form}\} = \underbrace{K|G(j\omega)|}_{\text{avstånd till origo}} e^{\overbrace{j\arg G(j\omega)}^{\text{fas}}}$$

$\therefore$ För varje frekvens ω kan K bara påverka avståndet till origo och ej fasen.

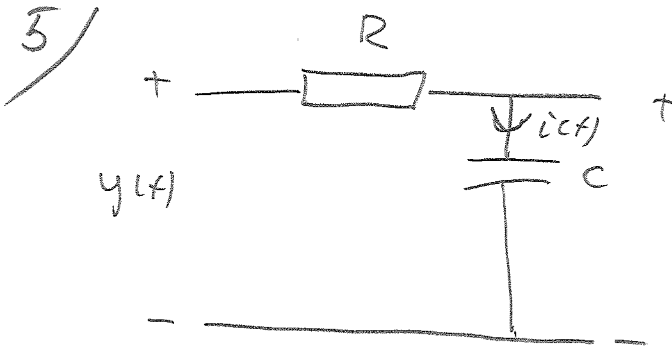
a/ $$A_m = \frac{1}{|L(j\omega_\pi)|} = \frac{1}{K|G(j\omega_\pi)|} = 2$$

$$K = \frac{1}{2|G(j\omega_\pi)|} = \frac{1}{2(14/40)} = \underline{\underline{1.43}}$$

läs i figuren då negativa reella axeln korsas.

b/ Vi ser att $G(j\omega)$ passerar genom punkten $(-1, -1)$ som ger vinkeln till negativa real-axeln $\varphi = 45°$. Kalla frekvensen där detta sker för ω_c. Med $K = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71$ blir då $\varphi_m = 180° + \underline{\angle KG(j\omega_c)} = 45°$

5/



a/ $y = R \cdot i + y_f \Rightarrow i = \dfrac{y - y_f}{R}$

$$\dot{y}_f = \frac{1}{C} i = \frac{1}{RC}(y - y_f)$$

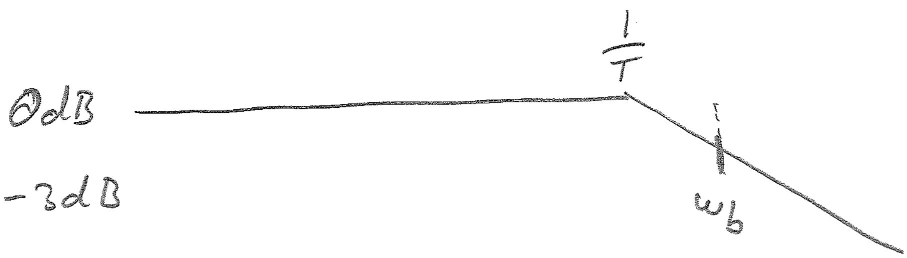
Laplace

$$s Y_f(s) = \frac{1}{RC}(Y - Y_f)$$

$$G(s) = \frac{Y}{Y_f} = \underline{\underline{\frac{1}{1 + sRC}}}$$

b/ Filtret har tidskonstant $T = RC$

större $C \Rightarrow$ större tidskonst $\Rightarrow$ lägre bandbredd.

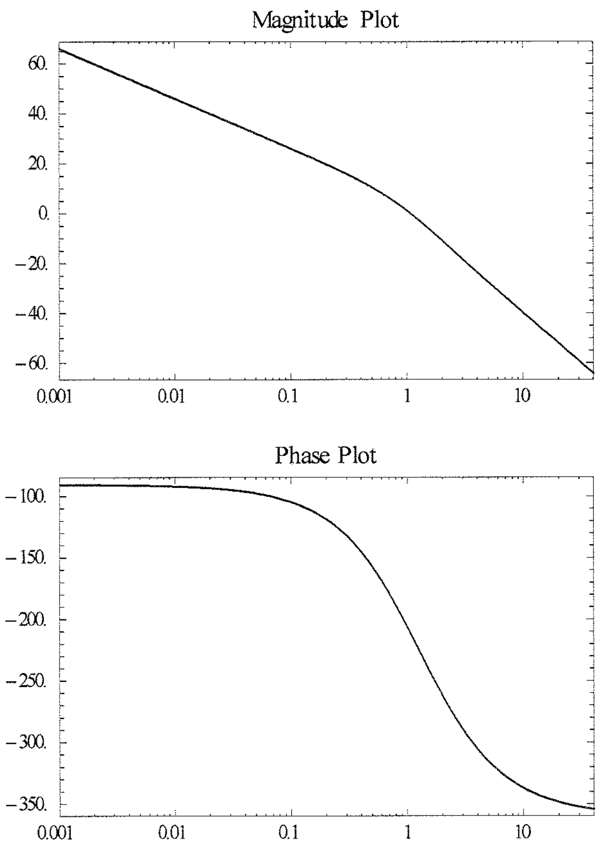


$\Rightarrow$ Filtrera bort mer högfrekvent mätbrus.

$\therefore$ B $\Leftrightarrow$ $C = 10$

A $\Leftrightarrow$ $C = 1$

6a)


Magnitude Plot
60.
40.
20.
0.
−20.
−40.
−60.
0.001
0.01
0.1
1
10
Phase Plot
−100.
−150.
−200.
−250.
−300.
−350.
0.001
0.01
0.1
1
10

6/

b/ $\varphi_m = 50°$, $\omega_c = 0{,}5$ rad/s.

$$|G(i\omega)| = \frac{\sqrt{4+\omega^2}}{\omega(1+\omega^2)}$$

$$|G(i\omega_c)| \approx 3{,}3$$

$$\arg G(i\omega) = -90° - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - 2\arctan(\omega)$$

$\arg G(i\omega_c) \approx -157°$ $\Rightarrow$ Då vi ska ha $50°$ fasmarginal så behöver fasen lyftas $27° = \varphi_{max}$

$$b = \frac{1+\sin(\varphi_{max})}{1-\sin(\varphi_{max})} = 2.7$$

$$\tau_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c} \approx 3{,}3$$

$$K_p = \frac{1}{|G(i\omega_c)|\sqrt{b}} = 0{,}19$$

$$F_{PD}(s) = 0{,}19\,\frac{1+3{,}3s}{1+1{,}2s}$$

c/ Dödtid: $e^{-sL} \Rightarrow \arg e^{-sL} = -L\cdot\omega$

Då $\omega = \omega_c = 0{,}5$ så medför dödtiden $-L\cdot 0.5\cdot\frac{180}{\pi}$ extra grader fasvridning. Vi har $\varphi_m = 50°$ $\Rightarrow$

$L\cdot 0.5\cdot\frac{180°}{\pi} = 50° \Rightarrow L = 1.7$ sekunder. (maximal dödtid innan instabilitet).

d)

$$U(s) = K_p \frac{1 + s\tau_d}{1 + s\tau_d/b} \cdot E(s)$$

$$(1 + s\tau_d/b)\,U(s) = K_p(1 + s\tau_d)\,E(s)$$

$$u(t) + \tau_d/b \cdot \dot{u}(t) = K_p \cdot e(t) + s\tau_d \cdot K_p \cdot \dot{e}(t)$$

Låt $\dot{u}(t) = \frac{u(t) - u(t-h)}{h}$ och $\dot{e}(t) \approx \frac{e(t) - e(t-h)}{h}$

Inför $h = 1s$.

$$u(t) + \tau_d/b\,(u(k) - u(k-1)) = K_p e(k) + s\tau_d \cdot K_p\left(\frac{e(k) - e(k-1)}{h}\right)$$