Reglerteknik M3

Tentamen 2003-10-24

Tid: 8:45-12:45 Lokal: M-huset

Kurskod: ERE031
Lärare: Knut Åkesson, tel 0701-749525

Tentamen omfattar 5 uppgifter med totalt 30 poäng, där betyg tre fordrar 12 poäng, betyg fyra 18 poäng och betyg fem 24 poäng. Lösningar och svar till alla uppgifter ska vara klart motiverade.

Tentamenresultat anslås senast den *7 november* på avdelningens anslagstavla samt på kursens hemsida.

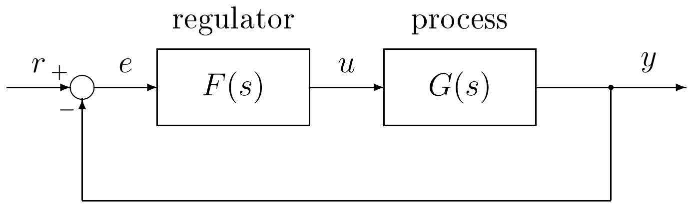
Granskning av rättning sker den *7 och 10 november* kl 12:00-12:30 på avdelningen - rum 5324.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamlingen till Reglerteknikens grunder
- Bodediagram
- Beta och Physics handbook, TEFYMA
- Valfri kalkylator med rensat minne, ej handdator.

Inga anteckningar är tillåtna!

Avdelningen för reglerteknik och automation
Institutionen för signaler och system
Chalmers tekniska högskola



Figur 1: Ett återkopplat system.

1

Betrakta det återkopplade systemet i figur 1. Låt

$$F(s) = K_p$$

och

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+a)(s+b)}.$$

En viktig egenskap hos återkoppling är att man kan stabilisera ett instabilt system, men det är viktigt att komma ihåg att återkoppling också kan göra ett stabilt system instabilt.

a) Bestäm K_p, a och b så att kretsöverföringen $L(s) = F(s)G(s)$ är instabil men det återkopplade systemet är stabilt. Det räcker att svara med ett numeriskt värde på K_p, a och b men ditt förslag måste motiveras.

(2p)

b) Bestäm K_p, a och b så att kretsöverföringen $L(s) = F(s)G(s)$ är stabil men det återkopplade systemet är instabilt. Det räcker att svara med ett numeriskt värde på K_p, a och b men ditt förslag måste motiveras.

(1p)

c) Låt $a = b = -1$. Avgör om det med en P-regulator går att få ett stabilt återkopplat system.

(2p)

2

Betrakta det återkopplade systemet i figur 1. Låt processen vara

$$G(s) = \frac{2}{s+1}e^{-2s}.$$

a) Bestäm en PI-regulator

$$F(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$$

genom att beräkna regulatorparametrar enligt Ziegler-Nichols självsvängningsmetod. Ziegler-Nichols självsvängningsmetod gick ut på att vi ställde in en ren P-regulator och sedan ökade förstärkningen i regulatorn tills systemet precis började självsvänga. Den på detta sätt erhållna regulatorförstärkningen kallas K_0 och den erhållna svängningsperioden T_0. Enligt Ziegler-Nichols regler ska $K_p = 0.45K_0$ och $T_i = 0.85T_0$.

(3p)

b) Avgör om styrning av processen med PI-regulatorn från a)-uppgiften ger ett stabilt återkopplat system. Om stabilt så bestäm även amplitud och fasmarginal.

(3p)

c) Bestäm en PI-regulator så att kretsöverföringen $L(s) = F(s)G(s)$ har överkorsningsfrekvensen $\omega_c = 0.8$ och det återkopplade systemet har fasmarginlen $\varphi_m = 45°$.

(3p)

3

En inverterad pendel placerad på en vagn kan beskrivs av följande olinjära ekvation.

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \omega_0^2 \sin\theta(t) + u(t)\frac{\omega_0^2}{g}\cos\theta(t)$$

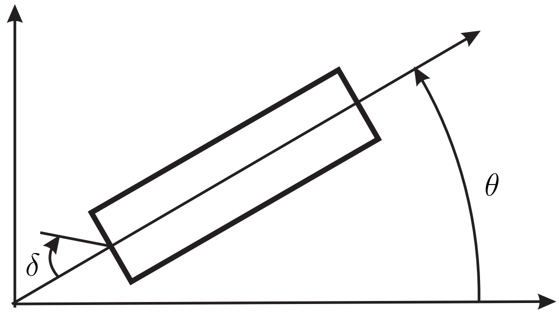
Insignalen är vagnens acceleration $u(t)$ och utsignalen är vinkeln på pendeln $\theta(t)$.

a) Ställ upp systemet på tillståndsform.

(2p)

b) Systemet har två jämviktspunkter, en då pendeln står rakt upp, $\theta = 0$, och en då pendeln hänger rakt ner, $\theta = \pi$. Linearisera runt jämviktspunkten $\theta = 0$.

(3p)



Figur 2: Fartyg med bäring $\theta(t)$ och roderutslag $\delta(t)$.

4

I en artikel från 1922 studerade den rysk-amerikanske forskaren Minorsky riktningsstyrning av fartyg. Modellen som användes för att beskriva ett fartyg för en given hastighet var

$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + D\frac{d\theta(t)}{dt} = K\delta(t) + M_d(t)$$

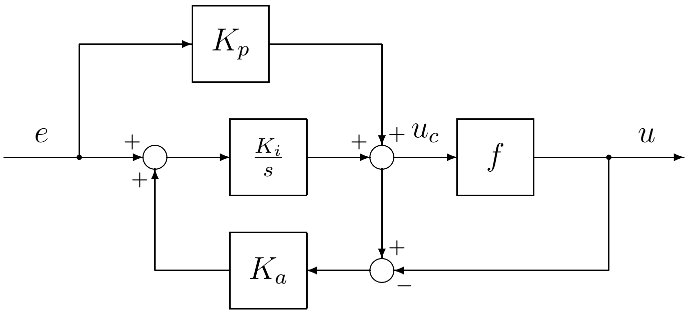
där $\theta(t)$ är bäringen, $\delta(t)$ är roderutslaget och $M_d(t)$ beskriver störande moment pga vågor, strömmar och vind, se figur 2. Genom att mäta bäringen kunde man använda en regulator för att automatiskt ställa ut lämpliga roderutslag. I artikeln gjordes också en indelning av regulatorer i olika klasser enligt nedan.

$$\text{I.}\quad \delta(t) = -k_1\theta(t) - k_2\frac{d\theta(t)}{dt} - k_3\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$\text{II.}\quad \frac{d\delta(t)}{dt} = -k_1\theta(t) - k_2\frac{d\theta(t)}{dt} - k_3\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$\text{III.}\quad \frac{d^2\delta(t)}{dt} = -k_1\theta(t) - k_2\frac{d\theta(t)}{dt} - k_3\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

a) Rita ett blockdiagram över det återkopplade systemet ovan. Representera regulatordynamiken med ett block och fartygsdynamiken med ett block. Du behöver inte ange hur överföringsfunktionerna ser ut men det ska klart framgå vad som är in- resp. utsignal från varje block. Glöm inte att ange var processtörningen kommer in i blockdiagramet. (2p)



Figur 3: Implementering av en antiwindup-funktion för en PI-regulator. f är en olinjär funktion som modellerar begränsningen på styrsignalen som går att styr ut.

b) För lastfartyget M/S Kongo bestämdes parametrarna $\frac{K}{J} = 0.0016$ Hz^2 och $\frac{D}{J} = 0.0059$ Hz. Använd en regulator av typ I för att styra fartyget. Sätt $k_3 = 0$ och bestäm k_1 och k_2 så att det återkopplade systemet får det karaktäristiska polynomet $s^2 + 0.028s + 0.0004$.

(2p)

c) Vilken av regulatorklasserna ovan svarar mot det som vi idag kallar en PID-regulator? Motivera!

(2p)

5

I figur 3 finns ett förslag på hur man kan implementera en antiwindup-funktion för en PI-regulator. Funktionen f är en olinjär funktion som modellerar begränsningen på styrsignalen, f beskrivs av

$$f(u_c) = \begin{cases} u_{max} & \text{då} \quad u_c > u_{max} \\ u_c & \text{då} \quad u_{min} \leq u_c \leq u_{max} \\ u_{min} & \text{då} \quad u_c < u_{min} \end{cases}$$

där u_{min} och u_{max} är två konstanter som beskriver den största resp. minsta styrsignal som regulatorn kan styra ut.

a) Bestäm överföringsfunktionen från e till u då $u_{min} \leq u_c \leq u_{max}$.

(2p)

b) Bestäm K_a som funktion av K_p och K_i, då $u_c > u_{max}$, så att överföringsfunktionen från e till u_c blir stabil.

(3p)

1/ $L = \frac{K_p(s-2)}{(s+a)(s+b)}$ Polerna ges av $1+L=0 \Rightarrow (s+a)(s+b)+K_p(s-2)=0$

$\Rightarrow s^2 + (a+b+K_p)s + ab - 2K_p = 0$

Routh-Hurwitz:

$s^2: \quad 1 \quad ab-2K_p$

$s^1: \quad a+b+K_p \quad 0$

$s^0: \quad ab-2K_p$

Stabilt då:

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+K_p > 0 \\ ab-2K_p > 0 \end{cases}$

a) L instabil, $\frac{L}{1+L}$ stabil

$a=-1, \; b=10 \quad \Rightarrow \begin{cases} K_p > -9 \\ K_p < -5 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=10 \\ K_p=-6 \end{cases}$

$\boxed{\text{instabilt } L \quad \text{stabilt } \frac{L}{1+L}}$

b/ L stabil, $\frac{L}{1+L}$ instabil

$a=b=1 \quad \Rightarrow \begin{cases} K_p > -2 \\ K_p < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ K_p=1 \end{cases}$

↑ för stabilitet

$\boxed{\text{stabilt } L \quad \text{instabilt } \frac{L}{1+L}}$

c/ $a=b=-1$

$\Rightarrow \begin{cases} K_p > 2 \\ K_p < \frac{1}{2} \end{cases}$ Motstridiga krav $\Rightarrow$ ej möjligt.

2/a/ $|G(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}}$ $\quad \arg G(j\omega) = -2\omega\frac{180}{\pi} - \arctan(\omega)$

$\omega_\pi: \arg G(j\omega_\pi) = -180° \Rightarrow -2\omega_\pi \cdot \frac{180}{\pi} - \arctan(\omega_\pi) = -180°$

Löses numeriskt eller mha bodediagram $\Rightarrow \omega_\pi = 1{,}14$

$A_m = \frac{1}{|G(j\omega_\pi)|} = 0{,}76 \quad \Rightarrow \begin{cases} K_0 = A_m = 0{,}76 \\ T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = 5{,}49 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} K_p = 0{,}45K_0 = 0.34 \\ T_i = 0.85T_0 = 4.67 \end{cases} \quad \Rightarrow F_{PI} = 0{,}34\left(1 + \frac{1}{4{,}67s}\right)$

b) $L(s) = F_{PI}(s)G(s) = \frac{3{,}19s + 0{,}69}{4{,}67s(s+1)} e^{-2s} = 0{,}15\frac{(1+4{,}67s)}{s(s+1)} e^{-2s}$

$\arg L(j\omega) = -90° + \arctan(4{,}67\omega) - \arctan(\omega) - 2\omega \cdot \frac{180}{\pi}$

w	arg L
0.1	−82°
0.3	−86°
0,6	−119°
1,0	−172°
1,1	−185°

Rita bode $\Rightarrow \begin{cases} A_m = 2 \\ \varphi_m = 99° \end{cases}$ dvs stabilt system

2c) $w_c = 0{,}8,\quad \varphi_m = 45°$

$L = F \cdot G \Rightarrow |F| = \frac{|L|}{|G|}, \quad \arg F = \arg L - \arg G$

$$\begin{cases} |L(jw_c)| = 1 \\ \arg L(jw_c) = -180° + 45° = -135° \end{cases}$$

$|G(jw_c)| = \frac{2}{\sqrt{1+0{,}8^2}} \approx 1{,}56 \qquad \arg G(jw_c) \approx -130°$

$$\Rightarrow \begin{cases} |F(jw_c)| = \frac{1}{|G(jw_c)|} \approx 0.64 \\ \arg F(jw_c) = -135 - (-130°) = -5° \end{cases}$$

$F_{PI} = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{1+T_i s}{T_i s}\right) \Rightarrow \begin{cases} \arg F_{PI}(jw) = -90° - \arctan(T_i w) \\ |F_{PI}(jw)| = \frac{K_p\sqrt{1+(T_i w)^2}}{T_i w} \end{cases}$

$\arg F_{PI}(jw_c) = -5° \Rightarrow T_i \approx 14{,}3$

$|F(jw_c)| \approx 0{,}64 \xRightarrow{T_i = 14{,}3} K_p = 0{,}64 \qquad \Rightarrow F_{PI} = 0.64\left(1 + \frac{1}{14{,}3s}\right)$

3) $\ddot{\theta} = w_0^2 \sin\theta + u(t)\frac{w_0^2}{g}\cos\theta$

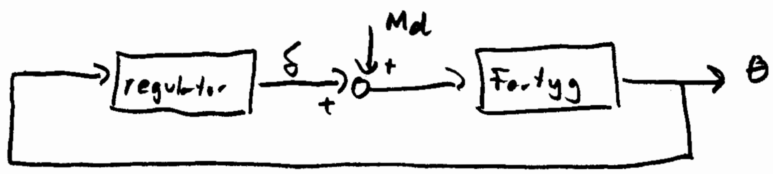
a) Ansätt $x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{\theta}$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = w_0^2 \sin x_1 + u(t)\frac{w_0^2}{g}\cos x_1 \\ y = x_1 \end{cases}$$

b) Linjärisera kring $\theta = 0$. $\begin{cases} \dot{x}_1 = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{cases}$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ w_0^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \frac{\partial f}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{w_0^2}{g} \end{bmatrix} \quad C = \frac{\partial g}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4) a)



b) $\begin{cases} J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = K\delta + Md & \text{Process} \\ \delta = -k_1\theta - k_2\dot{\theta} - k_3\ddot{\theta} & \text{Regulator} \end{cases}$

$k_3 = 0$. Sätt in ekv för regulatorn i processen

$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = K(-k_1\theta - k_2\dot{\theta}) + Md \Rightarrow \frac{\theta(s)}{Md(s)} = \frac{1}{s^2 + \left(\frac{D+Kk_2}{J}\right)s + \frac{Kk_1}{J}}$

$s^2 + \left(\frac{D+Kk_2}{J}\right)s + \frac{Kk_1}{J} = s^2 + 0{,}028s + 0{,}0004$

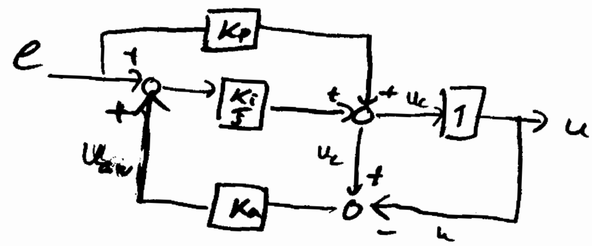
$\frac{D}{J}$ och $\frac{K}{J}$ kända $\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0{,}25 \\ k_2 = 14 \end{cases}$

c) $F_{PID} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \cdot s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}$

Laplace av typ II $\Rightarrow s\delta(s) = -k_1\theta(s) - k_2 s\theta(s) - k_3 s^2\theta(s)$

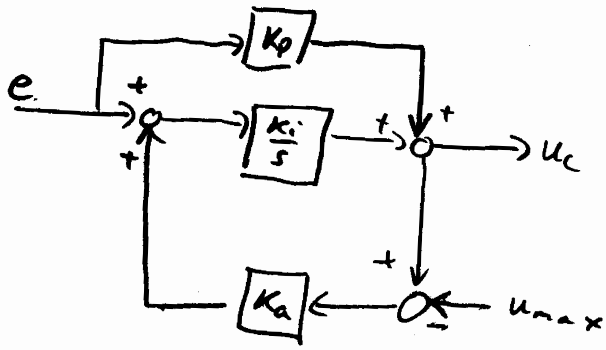
$\Rightarrow F_{II}(s) = -\frac{k_1 - k_2 s - k_3 s^2}{s}$, Dvs typ II är en PID-regulator

5/ a) $u = u_c$



$u_c = u \Rightarrow u_{aw} = 0 \Rightarrow u = K_p \cdot e + \frac{K_i}{s} \cdot e = \underline{\underline{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \cdot e}}$

b/ $u = u_{max}$



$$u_c = K_p \cdot e + \frac{K_i}{s}\left(e + K_a\left(u_c - u_{max}\right)\right)$$

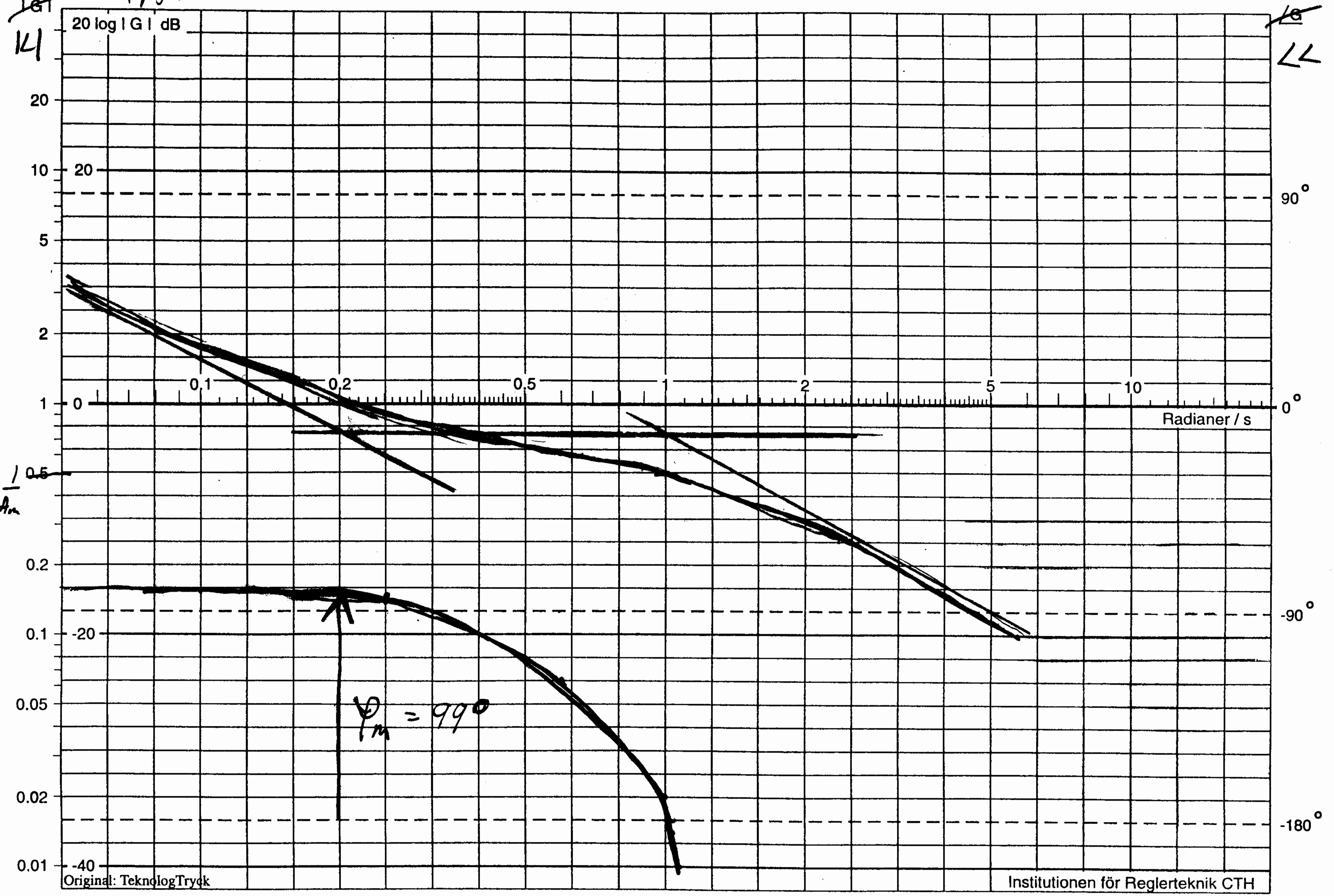
$$\left(1 - \frac{K_i K_a}{s}\right) u_c = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \cdot e - \frac{K_a \cdot K_i}{s} \cdot u_{max}$$

$$u_c = \frac{K_p + \frac{K_i}{s}}{1 - \frac{K_i K_a}{s}} \cdot e - \frac{\frac{K_a K_i}{s}}{1 - \frac{K_i K_a}{s}} \cdot u_{max}$$

$$u_c = \underbrace{\frac{K_p s + K_i}{s - K_i K_a}}_{G_{eu_c}} \cdot e - \frac{K_a K_i}{s - K_i K_a} \cdot u_{max}$$

stabil då $\underline{\underline{K_i K_a < 0}}$

Uppgift 2b



|G|
20 log | G | dB
20
10
20
5
2
1
0
0.5
$\frac{1}{A_m}$
0.2
0.1
-20
0.05
0.02
0.01
-40
0,1
0,2
0,5
1
2
5
10
Radianer / s
∠G
90°
0°
-90°
-180°
$\varphi_m = 99°$
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH