Reglerteknik M3

Tentamen 021025

Tid: 9:00-13:00, Lokal: M-huset

Lärare: Michael Tittus, tel 0733-970037; Mattias Henriksson, tel 3714

Tentamen omfattar 30 poäng, där betyg tre fordrar 12 poäng, betyg fyra 18 poäng och betyg fem 24 poäng.

Tentamenresultat anslås senast den *11 november* på avdelningens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den *11 och 12 november* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik
- Bode diagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook
- Valfri kalkylator

Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik och automation
Chalmers tekniska högskola

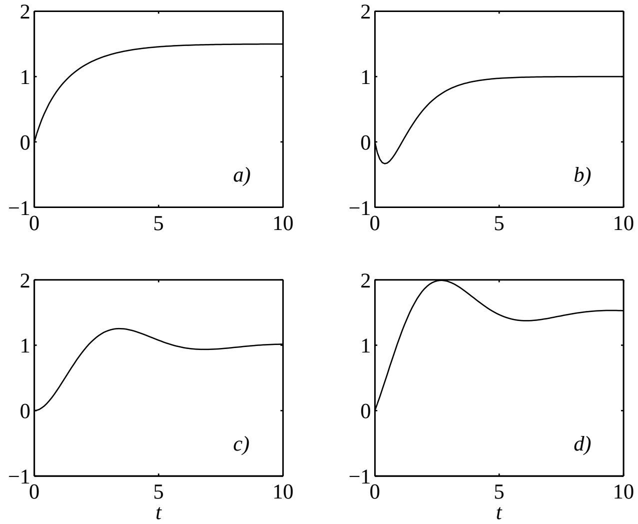
1

Para ihop överföringsfunktionerna

$$G_1 = 2\frac{1-s}{(2+s)(1+s)} \qquad G_2 = \frac{1.5+s}{(1+0.5s)(1+1.5s)}$$
$$G_3 = \frac{1.5+s}{1+0.8s+s^2} \qquad G_4 = \frac{1}{1+0.8s+s^2}$$

med stegsvaren a) till d) nedan! (Kort motivering krävs!)

(3p)



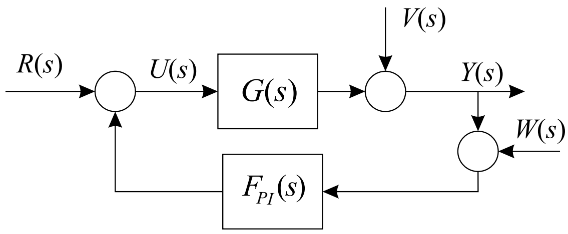
2

Hur stort blir det kvarstående fel efter en stegformad störning $v(t) = \sigma(t)$ för nedanstående reglersystem? $r(t) = w(t) = 0$. Kom ihåg att reglerfelet beräknas som $e(t) = r(t) - y(t)$.

Låt

$$G(s) = \frac{1}{s+6} \quad \text{och} \quad F(s) = 5\frac{3+5s}{s}$$

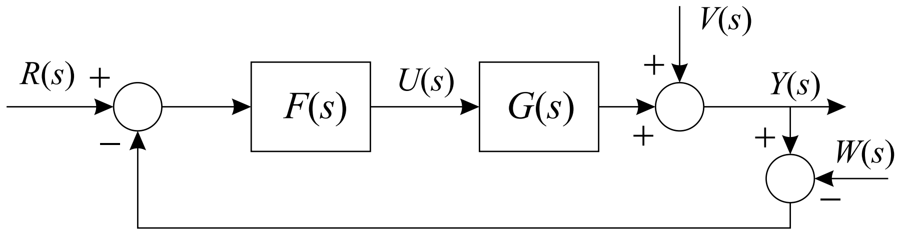
(2p)



3

Betrakta nedanstående reglersystem som är utsatt för två separata insignaler, ett börvärde $r(t) = \sin(0.7t)$ och en stegformad processtörning $v(t) = \sigma(t)$ $(w(t) = 0)$. Utgår ifrån att

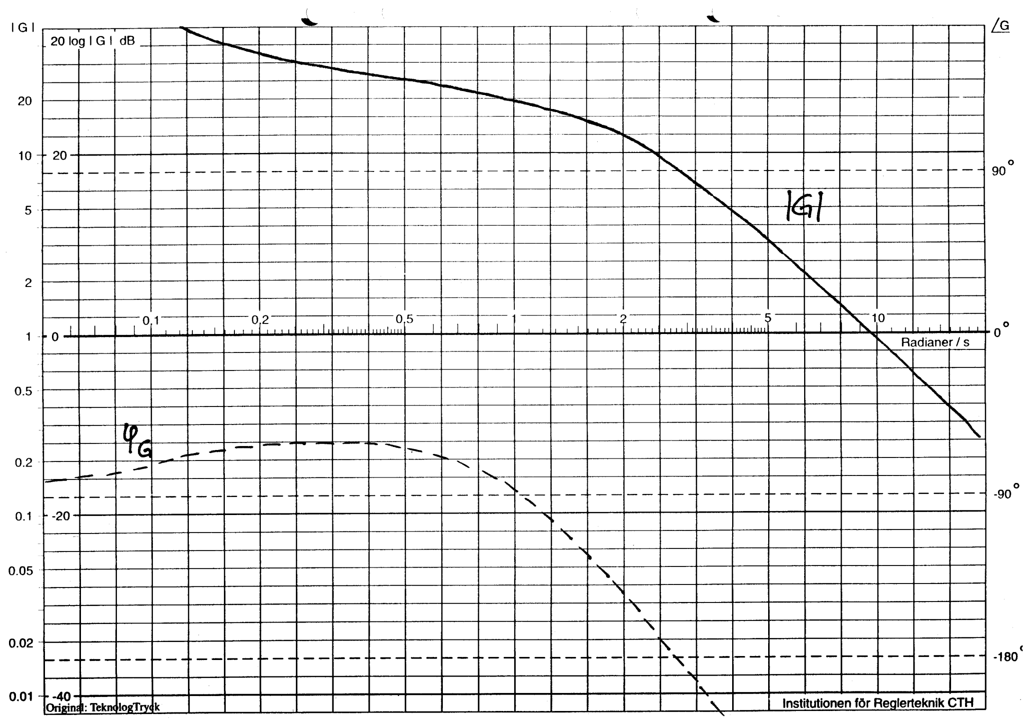
$$G(s) = \frac{4}{3+s} \quad \text{och} \quad F(s) = 3 + \frac{0.5}{s}$$



Vad blir den stationära utsignalen $y(t)$ när alla transienterna har dött ut? (3p)

4

I figuren definieras en industriell process G med hjälp av sin Bodediagram.



a. Dimensionera en P-regulator så att det återkopplade systemet får en fasmarginal av $\varphi_m = 45°$. Vad blir processens ω_c i detta fall? (2p)

b. Dimensionera nu en regulator som ger det återkopplade systemet samma fasmarginal som i uppgift a. men ett ω_c som är $1,5$ gånger så stort som i uppgift a. (I fall du inte har löst uppgift a. kan du anta ett önskat $\omega_c = 2,7$ radianer/sekund.)

(3p)

5

Av en industriell process känner vi till den asymptotiska amplitudkurvan och fasvinkeln vid $\omega = 2,9$ rad/sek, d.v.s. $\varphi_G(2,9) = -184°$ (asymptotiska amplitudkurvan se bifogat Bodediagram). Alla processens poler och nollställen är reella och ligger i vänstra halvplanet. Processens antas ha en dödtid.

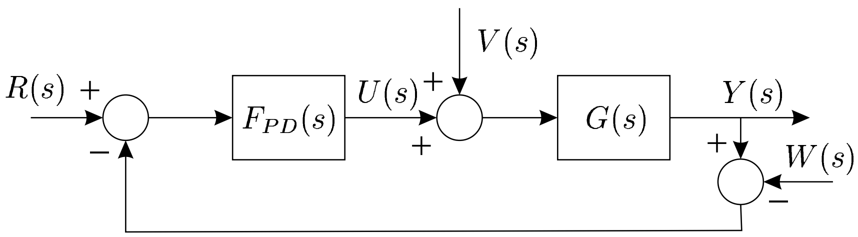
Bestäm processens överföringsfunktion $G(s)$ och komplettera dess Bodediagram med amplitud- och faskurvan.

(4p)

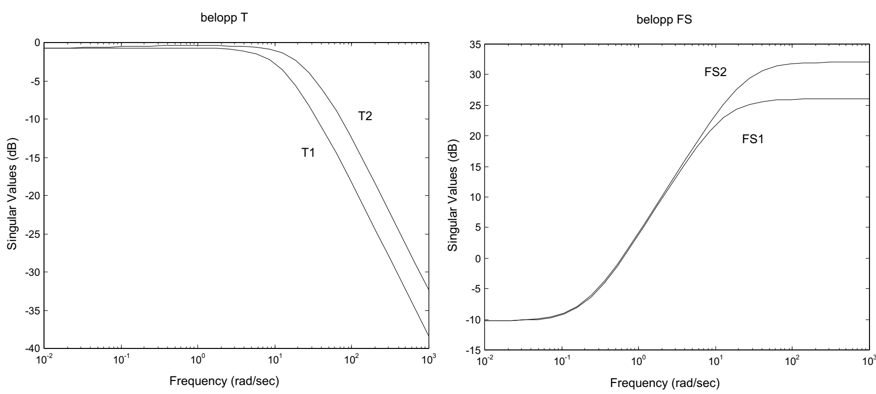
6

Betrakta nedanstående reglersystem med PD-regulator. Låt

$$G(s) = \frac{3}{(1+5s)} \quad \text{och} \quad F_{PD}(s) = 4\frac{1+T_d s}{1+s}$$



Du ska jämföra systemet vid två olika regulatorinställningar: $T_d^I = 5$ och $T_d^{II} = 10$. Nedanför har $|T|$ och $|FS|$ för dessa två fall plottats.



(a) Rita passande asymptotiska amplitudkurvorna för att kunna jämföra de två regulatorinställningars förmåga att kompensera för lågfrekventa störningar.

(3p)

(b) Kommentera utgående från de ritade amplitudkurvorna hur T_d påverkar reglersystemets

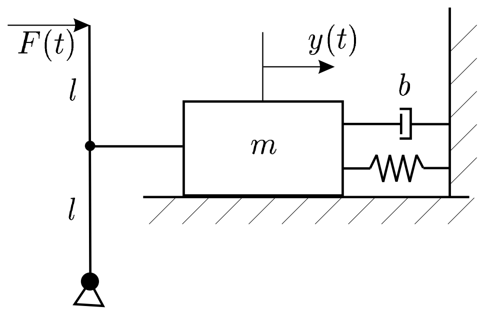
- bandbredd,
- styrsignalaktivitet,
- känslighet för högfrekventa mätbrus,
- dämpning,
- kvarstående fel efter börvärdessteg,
- känslighet för lågfrekventa processtörningar.

Kommentera även vilken information som hämtas från vilken amplitudkurva.

(3p)

7

Betrakta följande mekaniska system (se figuren). Dämpningen är proportionell mot hastigheten och fjädern är olinjär där fjäderkraften F_k kan beskrivas av $F_k = k_1 y^3 + k_2 y$. Då fjädern är i viloläge, är $y = 0$. Massan antas glida friktionsfritt på en platta och den vertikala stången där kraften angriper har en längd av $2l$ där l antas vara stort. Med detta kan vi anta att stången står hela tiden ungefär vertikalt.



a. Ställ upp en olinjär tillståndsmodell för systemet. Välj passande tillståndsvariabler.

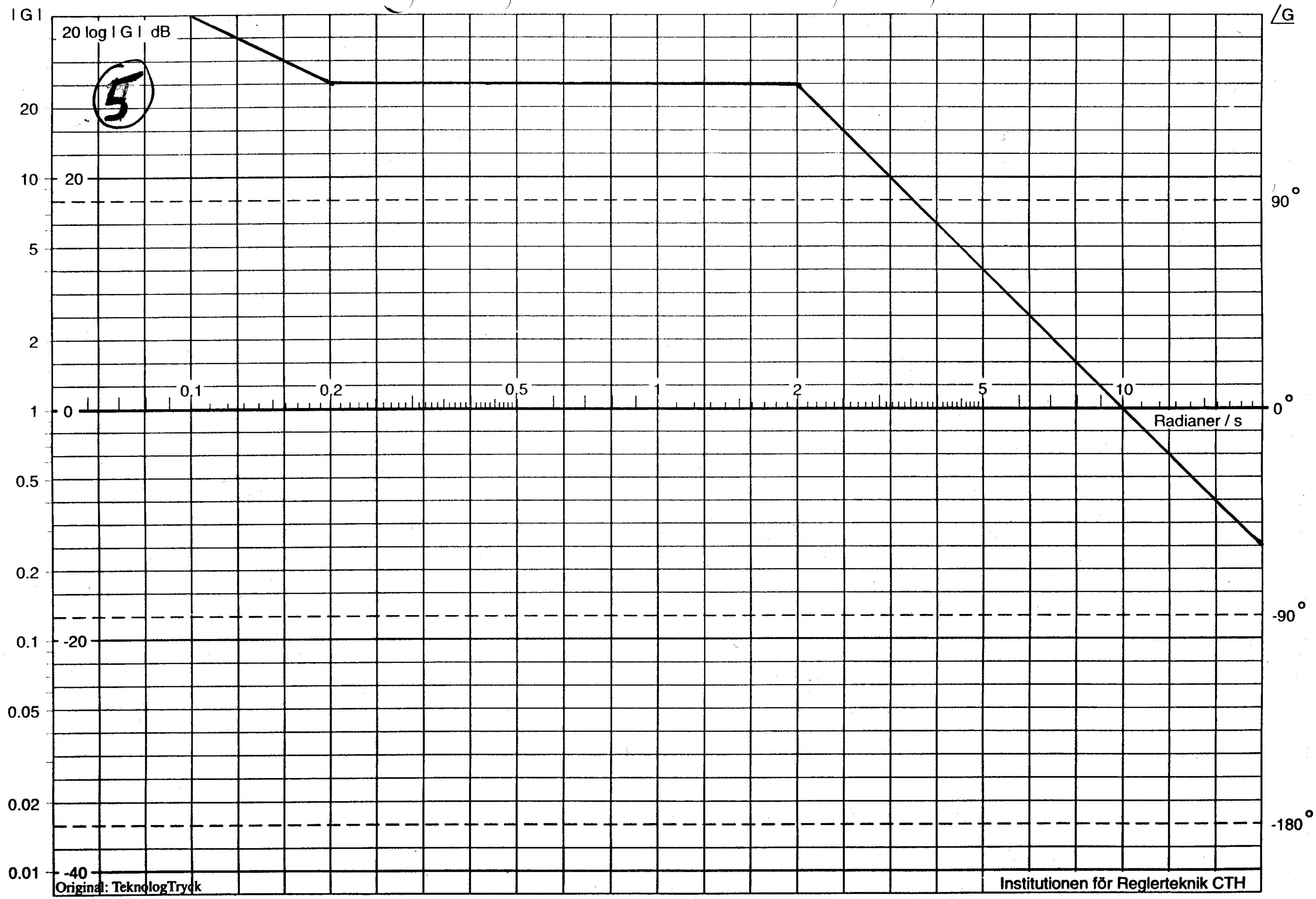
(2p)

b. Linjärisera systemet kring en arbetspunkt då $F(t) = 0$. Vi antar att $F(t)$ varierar endast lite kring arbetspunkten.

(3p)

c. Skriv den linjära tillståndsmodellen i matrisform och bestäm dess poler.

(2p)



| G |
20 log | G | dB
5
20
10
20
5
2
1
0
0.5
0.2
0.1
-20
0.05
0.02
0.01
-40
0,1
0,2
0,5
1
2
5
10
Radianer / s
/G
90°
0°
-90°
-180°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

25 okt. 2002 CTH M3

1) G_1 – b nollst. i HHP, LF-först 1

G_2 – a reella poler, LF-först 1,5

G_3 – d komplexa poler, LF-först 1,5

G_4 – c LF först 1, komplexa poler

2) inget kvarst. fel, ty PI-regulator

Alt. $G_{vy} = S(s) = \dfrac{1}{1+\dfrac{5(3+5s)}{s(s+6)}} = \dfrac{s(s+6)}{s(s+6)+5(3+5s)}$

$$e_v = r(t) - y(t) = \lim_{t\to\infty}(-y(t)) = \lim_{s\to 0}\left(-\cancel{s}\, G_{vy}(s)\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right) =$$

$$G_{vy}(0) = 0$$

3) $v(t) = \sigma(t)$ inverkan dör ut, ty PI-reglering

$$\rightarrow\ y(t) = |G_{ry}(0{,}7j)|\sin(0{,}7t + \varphi_{G_{ry}}(0{,}7j))$$

$$L_1(s) = \frac{4(3s+0{,}5)}{s(3+s)}$$

$$G_{ry}(s) = \frac{4(3s+0{,}5)}{s^2+15s+2} \qquad G_{ry}(j\omega) = \frac{4(3j\omega+0{,}5)}{-\omega^2+15j\omega+2}$$

$$|G_{ry}(0{,}7j)| = \frac{4\sqrt{9\omega^2+0{,}5^2}}{\sqrt{(2-\omega^2)^2+(15^2\omega^2)}} = 0{,}814$$

$$\varphi_{G_{ry}}(0{,}7j) = \operatorname{atan}\frac{3\omega}{0{,}5} - \operatorname{atan}\frac{15\omega}{2-\omega^2} = \underline{-5{,}21^\circ} =$$

$$\approx -0{,}1 \text{ rad}$$

4) a) $K_p = -23 \text{ dB} = 0{,}0708$

$\omega_c = \sim 1{,}8$ rad/sek

b) $\omega_c = 1{,}5 \cdot 1{,}8 = 2{,}7$ rad/sek

$\varphi_m = 45°$

$|G(i\omega_c)| = 18{,}5 \text{ dB} = 8{,}41$

$\varphi_G(\omega_c) = -174°$

$\rightarrow \varphi_F(\omega_c) = +39° \Rightarrow$ PD-regulator

$\beta = 4{,}6$

$\omega_c = \frac{\sqrt{\beta}}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{\beta}}{\omega_c} = 0{,}79$

$K_p \sqrt{\beta} \cdot |G(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)| \sqrt{\beta}} = 0{,}055$

$$F_{PD} = 0{,}055 \frac{1 + 0{,}79s}{1 + \frac{0{,}79}{4{,}6} s}$$

5. $G(s) = \frac{5(1+5s)}{(1+0{,}5s)^2} e^{-Ls}$

$\varphi_G = \operatorname{atan} 5\omega - 2 \operatorname{atan} 0{,}5\omega - L\omega \frac{180}{\pi} = -184°$ för $\omega = 2{,}9$

$L = 0{,}96$

6) a) I $T_d = 5$

$$L_1(s) = \frac{12}{1+s} \qquad S_1(s) = \frac{1}{1+L} = \frac{1+s}{s+13} =$$

$$= \frac{\frac{1}{13}(1+s)}{(1+\frac{1}{13}s)}$$

II $T_d = 10$

$$L_2(s) = \frac{12(1+10s)}{(1+5s)(1+s)}$$

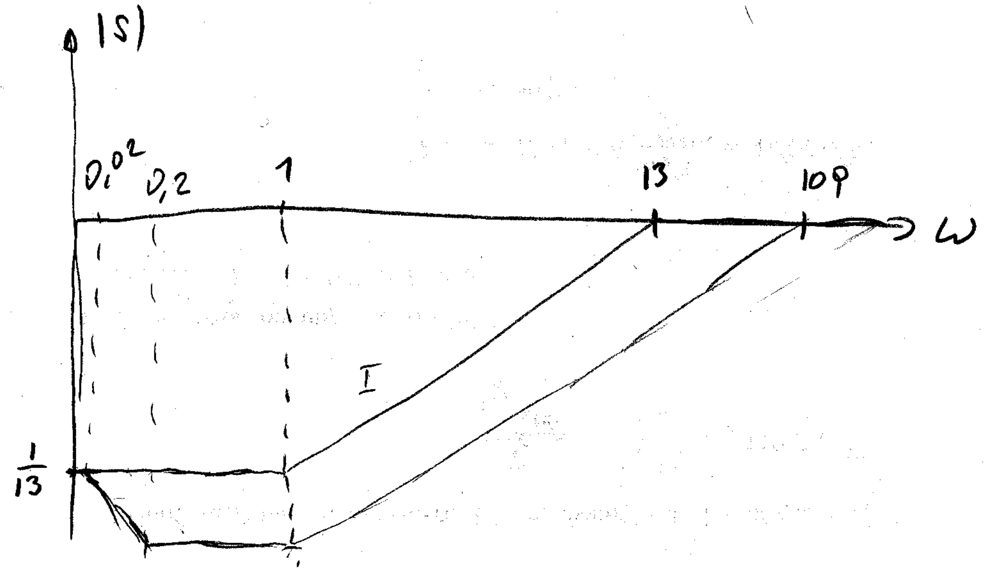
$$S_2(s) = \frac{(1+s)(1+5s)}{5s^2+6s+1+12+120s} =$$

$$= \frac{(1+s)(1+5s)\ \frac{1}{13}}{1+\frac{126}{13}s+\frac{5}{13}s^2} = \frac{\frac{1}{13}(1+s)(1+5s)}{1+\underset{\uparrow\ \zeta>1}{42s}+0{,}385s^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{13}(1+s)(1+5s)}{(1+\frac{1}{109}s)(1+\frac{1}{0{,}02}s)}$$

brytfrekvenser:

ω_b: 1 ↗ 0,2 ↗ 109 ↘ 0,02 ↘



b) $T_d \nearrow$: högre bandbredd

högre styrsignal

känsligare för mätbrus

mindre dämpning $(\max |T|)$

samma kvarst. fel (samma $|T|_{LF}$)

samma känslighet för mycket små frekvenser

men bättre vid LF processtörningar

7/a) $m\ddot{y} = -b\dot{y} - k_1 y^3 - k_2 y + 2F$

tillstånd: $x_1 = y$

$x_2 = \dot{y}$

$u = F$

b) $\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}\left[-bx_2 - k_1 x_1^3 - k_2 x_1 + 2u\right] = f_2(x_1, x_2, u)$

AP: $F(t) = 0 \Rightarrow y = y_0 = 0$

$\Delta \dot{x}_1 = \Delta x_2$

$\Delta \dot{x}_2 = \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{AP} \Delta x_1 + \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{AP} \Delta x_2 + \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{AP} \Delta u$

$\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{AP} = \frac{-3k_1 x_{10}^2 - k_2}{m} = -\frac{k_2}{m}$

$\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{AP} = -\frac{b}{m}$

$\left.\frac{\partial f_2}{\partial u}\right|_{AP} = \frac{2}{m}$

c)

$$\Delta \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_2}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \Delta x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{m} \end{bmatrix} \Delta u$$

poler

$$\det\left(sI - A\right) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k_2}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix} = 0$$

$$s^2 + \frac{b}{m} s + \frac{k_2}{m} = 0$$

$$s_{1,2} = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4m^2} - \frac{k_2}{m}}$$