1

En elektrisk krets har överföringsfunktion

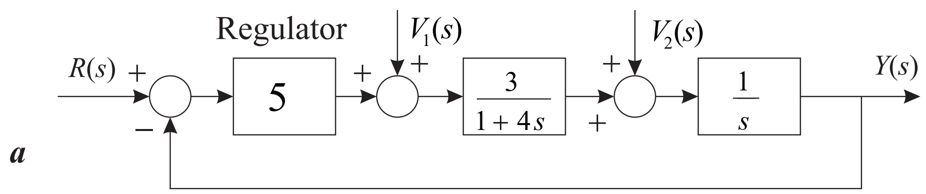
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_1 C_2 s)}$$

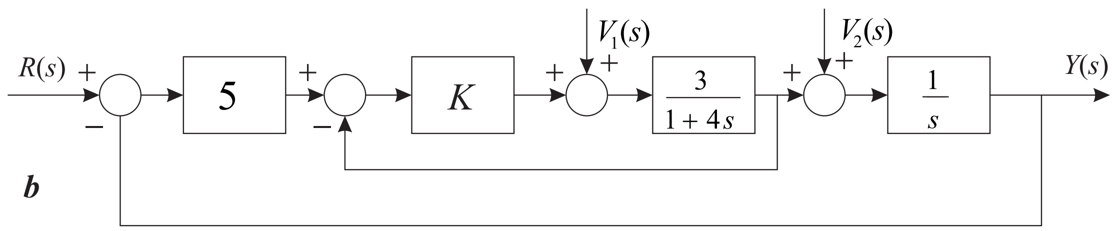
R_i och C_i betecknar konstanter för olika motstånd och kondensatorer. Beräkna $y(0) = \lim_{t\to 0} y(t)$ vid steg $u(t) = \sigma(t)$.

(2p)

2

Betrakta följande mekaniska länk med två störningskällor, V_1 och V_2, som regleras med hjälp av en P-regulator (figur a). Det visar sig speciellt att störningen V_1 kan få rätt så stora värden och man inför därför en kaskadreglering enligt nedan (figur b).





För vilka inställningar av K minskar systemets kvarstående fel e_{v1} efter en stegstörning i V_1? Du kan förutsätta att systemet är stabilt för alla $K \geq 0$.

(3p)

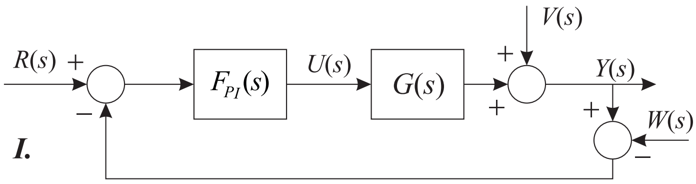
3

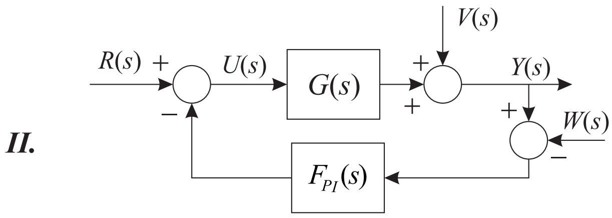
Betrakta nedanstående två reglersystem med samma PI-regulator. Låt

$$G(s) = \frac{1}{s+4} \quad \text{och} \quad F_{PI}(s) = 1 + \frac{4}{s}$$

(a) Rita i olika Bodediagram de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionerna $\frac{U(s)}{W(s)}$, $\frac{Y(s)}{V(s)}$ och $\frac{Y(s)}{R(s)}$ för båda implementeringar ($I.$ och $II.$). Jämför motsvarande kurvor från de båda implementeringarna i samma Bodediagram.

(5p)





(b) Jämför dessa två implementeringar med avseende på servobeteende (följning av lågfrekventa referenssignaler), störningskompensering till följd av störningar $v(t)$ och styrsignalaktivitet till följd av högrekvent mätbrus $w(t)$.

(3p)

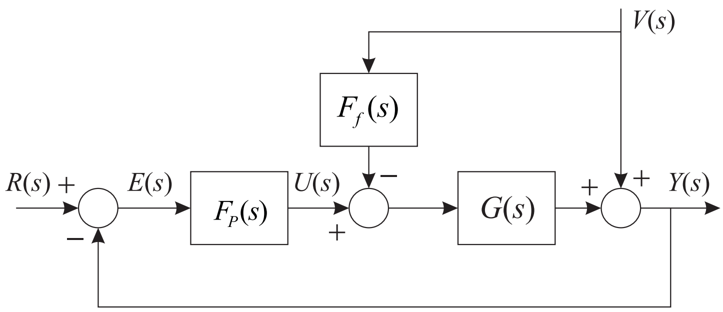
4

Betrakta nedanstående reglersystem där störningen $v(t)$ är mätbar och

$$G(s) = \frac{2-s}{(s+1)(s+3)}$$

Det återkopplade systemet regleras med en P-regulator

$$F_P(s) = K_p$$



(a) Bestäm K_p så att det återkopplade system får en stabil dubbelpol i a. Var hamnar dubbelpolen?

(3p)

(b) Vad är lågfrekvensförstärkningen hos $G(s)$?

(1p)

(c) För vilket konstant $F_f(s) = K_f$ blir det kvarstående fel efter en stegstörning $v(t) = \sigma(t)$ lika med noll?

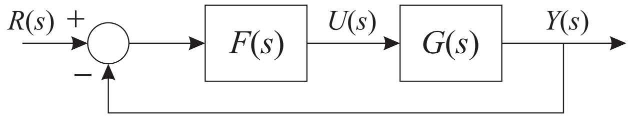
(3p)

5

Betrakta det öppna systemet

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{8}{(s+1)^3}$$

Systemet återkopplas enligt figuren nedan, där $F(s)$ representerar regulatorn.

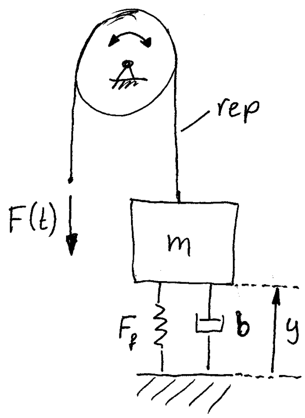


Bestäm PIPD-regulator så att det återkopplade systemet har en fasmarginal $\phi_m = 40°$ vid $\omega_c = 0.5\omega_{\pi,proc}$ och en $K_\infty = \frac{16}{|G(0)|}$. $K_\infty = K_i \tau \beta$.

(4p)

6

Betrakta följande mekaniska process. Den avspända längden av den olinjära fjädern betecknas med l_0 och dess fjäderkraft beräknas som $F_f = k\sqrt{l - l_0}$. Massans position är $y = l_0$ när fjädern är avspänd. Repet antas vara helt oelastiskt, dämparen är proportionell mot hastigheten och trissan antas vara friktionsfri.



(a) Ställ upp en tillståndsmodell för processen. Välj lämpliga tillstånd. $F(t)$ är insignal och $y(t)$ utsignal.

(2p)

(b) Kraften F varierar med små avvikelser kring en stationär arbetspunkt F_0, d.v.s. $F(t) = F_0 + \Delta F(t)$. Beräkna massans läge y_0 i arbetspunkten.

(1p)

(c) Linjärisera tillståndsmodellen för små avvikelser från arbetspunkten (F_0, y_0).

(3p)

Omtenta 020115

1.

$$y(0) = \lim_{t \to 0} y(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot Y(s) = \lim_{s \to \infty} \frac{1 - R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_1 C_2 s)}$$

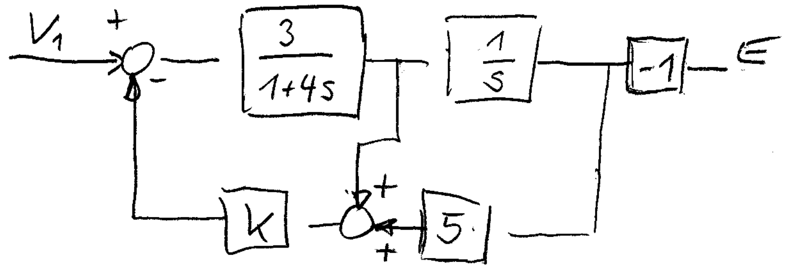
$$= \frac{-\cancel{R_1} R_2 \cancel{C_1} \cancel{C_2}}{R_1^{\cancel{2}} \cancel{C_1} \cancel{C_2}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

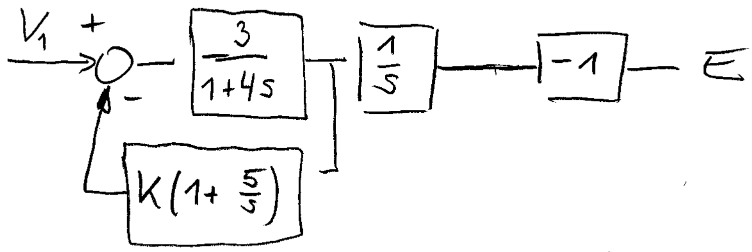
2. a)

$$\frac{E}{V_1} = \frac{-\frac{3}{s(1+4s)}}{1 + \frac{15}{s(1+4s)}} = -\frac{3}{s(1+4s)+15}$$

$$e_\infty = \lim_{s \to 0} \left(-\frac{3}{s(1+4s)+15} \right) = -\frac{3}{15}$$

b:





$$\frac{E}{V_1} = -\frac{\frac{3}{1+4s}}{1 + \frac{3K(5+s)}{s(1+4s)}} \cdot \frac{1}{s} = -\frac{3}{s(1+4s) + 3K(5+s)}$$

$$e_\infty = -\frac{3}{15K} \quad \Longrightarrow \text{förbättring då } K \geq 1$$

3. a) I. $L(s) = \frac{1}{s}$ $F_{PI} = \frac{s+4}{s}$

$$\frac{U}{W} = \frac{F_{PI}}{1+L} = \frac{\frac{s+4}{s}}{1+\frac{1}{s}} = \frac{s+4}{s+1} = \frac{4(1+0{,}25s)}{1+s}$$

$$\frac{Y}{V} = \frac{1}{1+L} = \frac{1}{1+\frac{1}{s}} = \frac{s}{s+1}$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{L}{1+L} = \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}} = \frac{1}{1+s}$$

II

$$\frac{U}{W} = \frac{F_{PI}}{1+L} = \frac{4(1+0{,}25s)}{1+s}$$

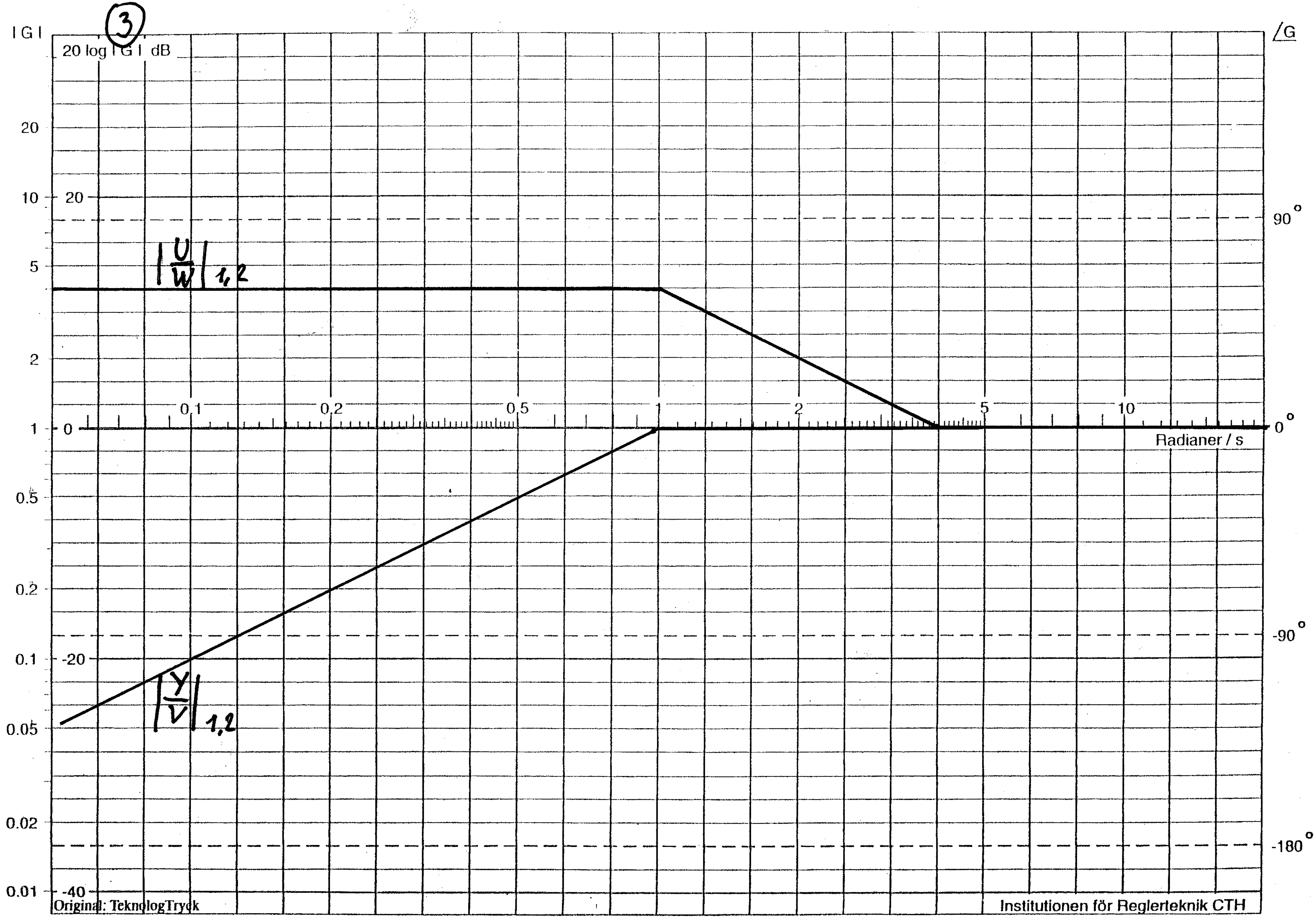
$$\frac{Y}{V} = \frac{1}{1+L} = \frac{s}{s+1}$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{G}{1+L} = \frac{\frac{1}{s+4}}{1+\frac{1}{s}} = \frac{\frac{1}{s+4}}{\frac{1+s}{s}} = \frac{s}{4(1+s)(1+0{,}25s)}$$

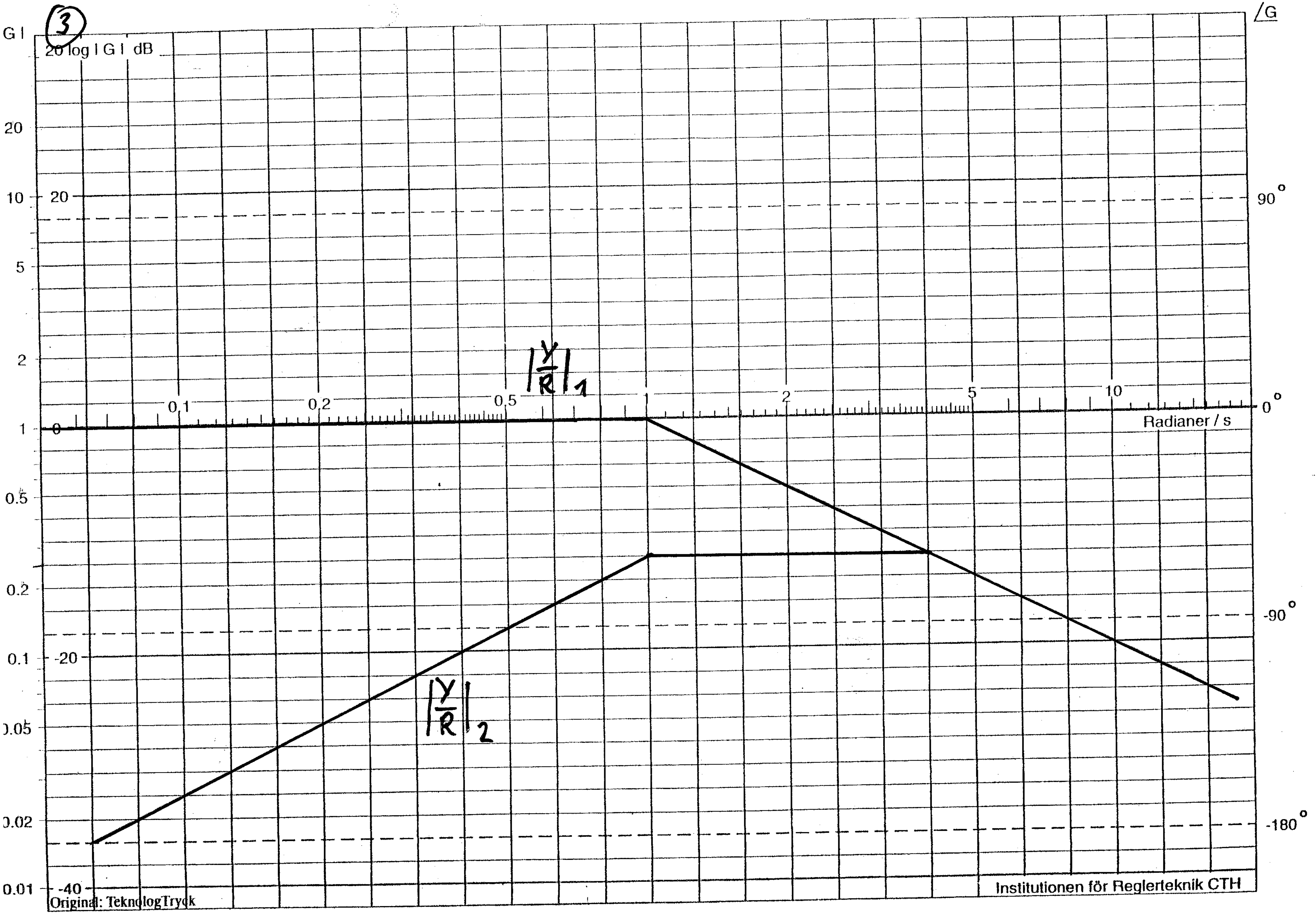
b) • störningskompensering av V - samma

• Ws inverkan på styrsignalen - samma

• PI i återkoppling har inte förmågan att följa LF börvärdesändringar.



3
|G|
20 log |G| dB
/G
20
10
20
90°
5
$\left|\frac{U}{W}\right|_{1,2}$
2
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
1
0
0°
Radianer / s
0.5
0.2
-90°
0.1
-20
$\left|\frac{Y}{V}\right|_{1,2}$
0.05
0.02
-180°
0.01
-40
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH



3
G |
20 log | G | dB
/G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
90°
0°
-90°
-180°
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
$\left|\frac{Y}{R}\right|_1$
$\left|\frac{Y}{R}\right|_2$
Institutionen för Reglerteknik CTH
Original: TeknologTryck

4. a) kar ekv: $K_p(2-s) + (s+1)(s+3) = (s-a)^2$

$$s^2 + s(4-K_p) + 2K_p + 3 = s^2 - 2as + a^2$$

$$4 - K_p = -2a \qquad a = \frac{K_p}{2} - 2$$

$$2K_p + 3 = a^2$$

$$2K_p + 3 = \frac{K_p^2}{4} - 2K_p + 4$$

$$\frac{K_p^2}{4} - 4K_p + 1 = 0$$

b) $G(0) = \frac{2}{3}$

c) $1 - F_f G = 0$ då $s \to 0$

$$F_f = K_f = \frac{1}{G(0)} = \frac{3}{2}$$

5. $G(s) = \frac{8}{(s+1)^3}$

$\omega_{\pi,proc}$: $\quad -3 \arctan \omega_{\pi,proc} = -180$

$\rightarrow \omega_{\pi,proc} = 1,73$

$\rightarrow \omega_c = 0,865$

$G(0) = 8 \Rightarrow K_\infty = 2$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{8}{(1+\omega_c^2)^{3/2}} = 3,46 \qquad K_\infty \cdot |G(j\omega_c)| = 6,92$$

$$\varphi_G(\omega_c) = -3 \arctan \omega_c = -122,6^\circ$$

$\varphi_F(\omega_c) = -17{,}4^\circ$

$$\rightarrow \beta = 14{,}2$$

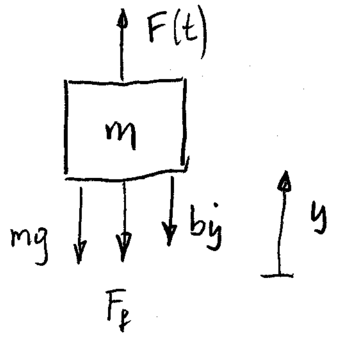
$$\omega_c \tau = 0{,}8 \Rightarrow \tau = 0{,}92$$

$$K_\infty = K_i \frac{\tau^{\cancel{2}}}{\frac{\cancel{\tau}}{\beta}} = K_i \tau \beta$$

$$\rightarrow K_i = \frac{K_\infty}{\tau \beta} = 0{,}15$$

$$F_{PIPD} = 0{,}15 \frac{(1+0{,}92s)^2}{s\left(1+s\frac{0{,}92}{14{,}2}\right)}$$

6.



$$m\ddot{y} = F(t) - mg - k\sqrt{y-l_0} - b\dot{y}$$

a) $x_1 = y$ $\qquad \dot{x}_1 = x_2$

$x_2 = \dot{y}$ $\qquad \dot{x}_2 = \frac{1}{m}\left[u - mg - k\sqrt{x_1 - l_0} - b x_2\right] = f_2$

$u = F(t)$ $\qquad y = x_1$

b) AP: $F_0 - mg - k\sqrt{y_0 - l_0} = 0$

$$y_0 = \left[\frac{1}{k}(F_0 - mg)\right]^2 + l_0$$

c) $\left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{AP} = -\frac{k}{m}\frac{1}{2}(y_0 - l_0)^{-\frac{1}{2}} = -K_1$ $\qquad \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{AP} = -b/m$

$\Delta\dot{x}_1 = \Delta x_2$ $\qquad \Delta\dot{x}_2 = -K_1 \Delta x_1 - \frac{b}{m}\Delta x_2 + \frac{1}{m} u$