Reglerteknik M3

(Kurs nr ERE 031)

Tentamen 011027

Tid: förmiddag Lokal: M-huset

Lärare: Michael Tittus

Tentamen omfattar 30 poäng, där betyg tre fordrar 12 poäng, betyg fyra 18 poäng och betyg fem 24 poäng.

Tentamenresultat anslås senast den *10 januari* på avdelningens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den *10 och 11 januari* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik
- Bode diagram
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook
- Typgodkänd kalkylator

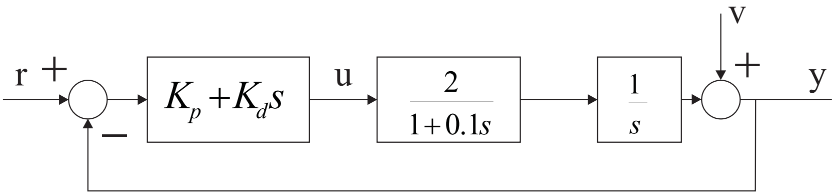
Lycka till!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik och automation
Chalmers tekniska högskola

1

Studera systemet med PD-regulatorn i figur 1 och bestäm kvarstående felet som funktion av K_p och K_d efter en stegformad börvärdesändring.

(2p)



Figur 1: PD-regulator

2

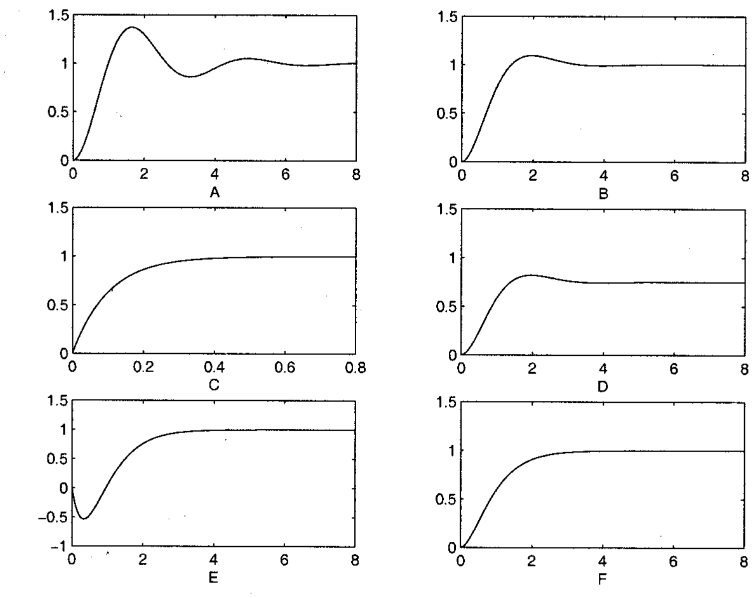
Är det återkopplade system med kretsöverföringen $L(s) = \frac{2(1-2s)}{s^2+2s+1}$ stabilt? Om ja, hur stor är amplitudmarginalen?

(2p)

3

Para ihop vart och ett av stegsvaren i figuren med en av nedanstående överföringsfunktioner. Motivera!

(3p)



$$I. \quad G(s) = \frac{10}{s+10} \qquad II. \quad G(s) = \frac{4}{s^2+1.2s+4}$$

$$III. \quad G(s) = \frac{0.1}{s+0.1} \qquad IV. \quad G(s) = \frac{4}{s^2+2.4s+4}$$

$$V. \quad G(s) = \frac{4(-s+1)}{s^2+2s+4} \qquad VI. \quad G(s) = \frac{3}{s^2+2.4s+4}$$

$$VII. \quad G(s) = \frac{4(s+1)}{s^2+2s+4} \qquad VIII. \quad G(s) = \frac{4}{s^2+4s+4}$$

4

Ett tanksystem bestående av två tankar (se figur 2) ska modelleras. Insignalerna är flödet q_{in} in i tank 1 och den variabla förbrukningen q_{ut}. Flödet mellan tankarna följer Bernoullis lag.

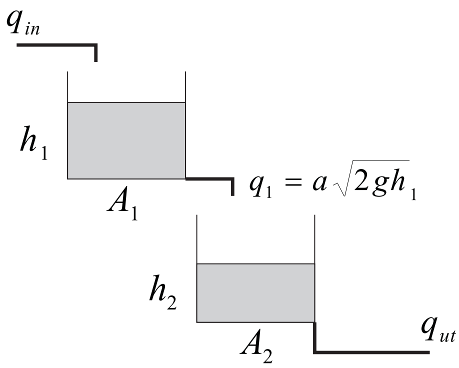
Vi utgår ifrån att tankarnas tvärsnittsareor A_1 och A_2 är givna, såsom även konstanten a antas vara känd.

(a) Ställ upp en tillståndsmodell för systemet med q_{in} och q_{ut} som insignaler och båda tanknivåarna h_1 och h_2 som utsignaler.

(2p)

(b) Linjärisera tillståndsmodellen kring en godtycklig arbetspunkt $(q_{in}, q_{ut}, h_1, h_2) = (q_{in}^0, q_{ut}^0, h_1^0, h_2^0)$.

(3p)



Figur 2: Tanksystemet

5

Den asymptotiska amplitudkurvan för en industriell process har ritats i det bifogade Bodediagrammet. Processen antas har endast reella poler och nollställen i vänstra halvplanet och en dödtid på 0.2 sekunder.

OBS: Uppgift (c) kan lösas oberoende av (b).

(a) Bestäm processens överföringsfunktion samt rita verkliga amplitud- och faskurvan (glöm inte dödtiden!)

Har du inte löst uppgift (a) så kan du för uppgifterna (b) och (c) anta att $G(s) = \frac{2}{s+0.5}e^{-0.2s}$.

(3p)

(b) Designa en PI-regulator $F_{PI} = K_i \frac{1+T_i s}{s}$ genom att välja T_i så att processens långsammaste tidskonstant förkortas bort. Välj K_i så att det återkopplade systemet har en amplitudmarginal $A_m = 2.5$. Vad blir fasmarginalen i detta fall.

(3p)

(c) Dimensionera en PI-regulator som ger fasmarginal $\varphi_m = 45°$ och som har ett $\omega_c = 0.35\omega_{\pi,proc}$, där $\omega_{\pi,proc}$ betecknar processens självsvängningsfrekvens. Vilken PI-regulator (från uppgift (b) eller (c)) är bäst om man vill minimera $J_V = \frac{1}{K_i}$?

(4p)

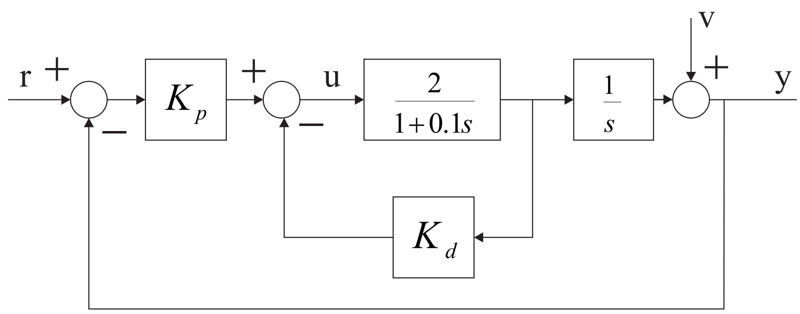
6

I denna uppgift ska en traditionell, idealisk PD-regulator jämföras med en intern återföring för ett positionsservo som ges av överföringsfunktionen $G(s) = \frac{2}{s(1+0.1s)}$.

OBS: Uppgift (c) kan göras även om du inte har lyckats med uppgift (a).

(a) Bestäm regulatorparametrarna K_p och K_d för en intern återföring (se figur 3) så att det slutna systemet får en dubbelpol i $s = -q$.

(2p)



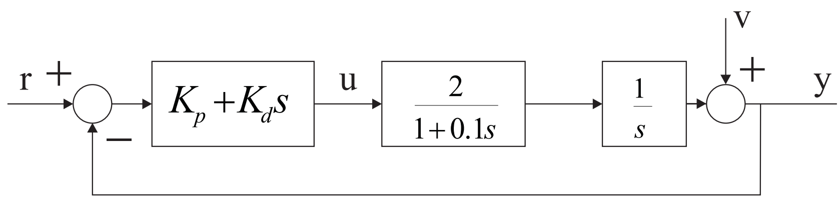
Figur 3: Reglersystem med intern återföring

(b) Välj q så att $K_p = 5$ och beräkna även K_d för denna polplacering.

(1p)

(c) Processen ska även regleras med en idealisk PD-regulator ($F_{PD} = K_p + K_d s$) med samma parameterinställning som i (b) (se figur 4). Det är känt att den interna återföringen ger ett reglersystem som är mindre känslig för mätstörningar. Jämför dessa två regulatorers förmåga att kompensera lågfrekventa processtörningar $v(t)$ genom att rita asymptoterna på lämpliga amplitudkurvor. Kommentera.

(5p)



Figur 4: Reglersystem med idealisk PD-regulator

Har du inte löst uppgift (a) så kan du välja $K_p = 5$ och $K_d = 0.5$.

Reglertenta okt 2001

1) $G_{re}(s) = \frac{1}{1+L}$ $L = \frac{2(K_p + K_d s)}{s(1+0{,}1s)}$

$$G_{re} = \frac{s(1+0{,}1s)}{s(1+0{,}1s) + 2(K_p + K_d s)}$$

$$e_\infty = \lim_{s \to 0} s \cdot G_{re} R(s) = G_{re}(0) = 0$$

$\rightarrow$ Integration i $L(s)$!

2) $L(s) = \frac{2(1-2s)}{s^2+2s+1}$

$1 + L = 0$

$$s^2 + 2s + 1 + 2(1-2s) = 0$$
$$s^2 - 2s + 3 = 0$$

$\uparrow$

instabilt

3) A – II D – VI

B – IV E – V

C – I F – VIII

4)

a) $A_1 \dot{h}_1 = q_{in} - a\sqrt{2gh_1}$

$A_2 \dot{h}_2 = a\sqrt{2gh_1} - q_{out}$

$x_1 = h_1 \qquad u_1 = q_{in}$

$x_2 = h_2 \qquad u_2 = q_{out}$

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{A_1}\left[u_1 - a\sqrt{2gx_1}\right] = f_1$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{A_2}\left[a\sqrt{2gx_1} - u_2\right] = f_2$$

b)

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{1}{A_1}\left[-\frac{1}{\cancel{2}}a\,(2gx_1)^{-\frac{1}{2}}\cdot\cancel{2}g\right] = -\frac{ag}{A_1\sqrt{2gh_1^{\circ}}} = -k_1$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial u_1} = \frac{1}{A_1}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{1}{A_2}\left[a\frac{1}{\cancel{2}}(2gx_1)^{-\frac{1}{2}}\cdot\cancel{2}g\right] = \frac{ag}{A_2\sqrt{2gh_1^{\circ}}} = k_1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u_2} = -\frac{1}{A_2}$$

$$\Delta\dot{x}_1 = -k_1\Delta x_1 + \frac{1}{A_1}\Delta u_1$$

$$\Delta\dot{x}_2 = k_1\Delta x_1 - \frac{1}{A_2}\Delta u_2$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ k_1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{A_2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

5 a) $G(s) = \frac{4}{(1+2s)^2} e^{-0{,}2s}$

$\varphi_G = -2\, \text{atan}(2\omega) - 0{,}2\omega \frac{180}{\pi}$

b) $F_{PI} = K_i \frac{1+2s}{s} \Rightarrow L(s) = \frac{4K_i}{s(1+2s)} e^{-0{,}2s}$

$\varphi_L(s) = -90 - \text{atan}\, 2\omega - 0{,}2\omega \frac{180}{\pi} = -180$

$\omega_\pi = \frac{\pi}{180 \cdot 0{,}2}\left[90 - \text{atan}\, 2\omega\right]$

$\omega_\pi = 1{,}55$

$|L(j\omega_\pi)| = \frac{4K_i}{\omega_\pi \sqrt{1+4\omega_\pi^2}} = \frac{1}{2{,}5}$

$\Rightarrow K_i = \frac{\omega_\pi \sqrt{1+4\omega_\pi^2}}{10} = 0{,}5$

$F_{PI} = 0{,}5 \frac{1+2s}{s}$ 17,2 $\varphi_m = 17°$!!!

c) $F_{PI} = K_i \frac{1+T_i s}{s}$

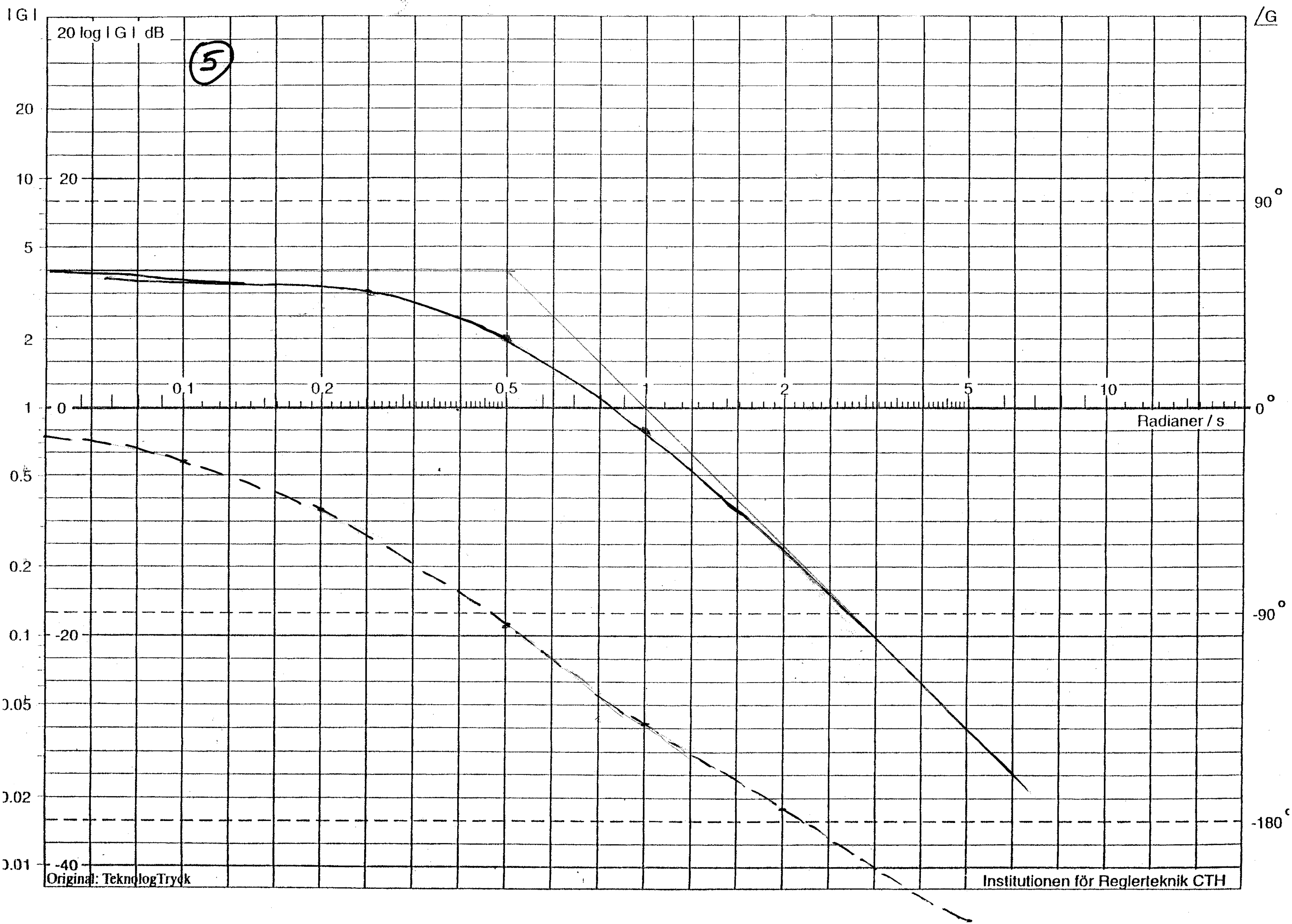
$\omega_c = 0{,}35\, \omega_{\pi,\text{proc}} = 0{,}35 \cdot 2{,}22 = 0{,}78$

$|G(j\omega_c)| \approx 1\text{dB} = 1{,}17$

$\varphi_G(\omega_c) = -123{,}4° \Rightarrow \varphi_F(\omega_c) = -11{,}6°$

$T_i\omega_c = 4{,}9 \rightarrow T_i = \frac{5}{0{,}79} = 6{,}28$

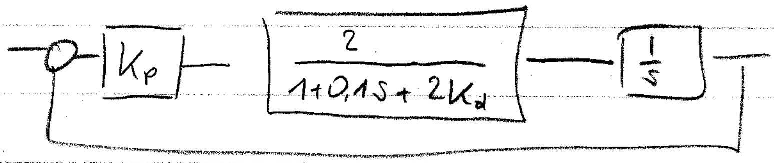
$\frac{K_i |G(j\omega_c)|}{\omega_c} = 0{,}2 \qquad K_i = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}78}{1{,}17} = 0{,}133$



|G|
20 log |G| dB
5
20
10
20
5
2
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
1
0
0°
Radianer / s
0.5
0.2
0.1
-20
0.05
0.02
0.01
-40
90°
-90°
-180°
/G
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

5.

a) $G_{ry}(s) = \,?$



$$G_{ry} = \frac{2K_p}{0{,}1s^2 + (2K_d+1)s + 2K_p} = \frac{20K_p}{s^2 + (20K_d+10)s + 20K_p}$$

$$s^2 + (20K_d+10)s + 20K_p = (s+q)^2 = s^2 + 2qs + q^2$$

$$\rightarrow K_p = \frac{q^2}{20} \qquad K_d = \frac{2q-10}{20}$$

b) $q^2 = 20 \cdot 5 = 100$

$q = 10 \qquad\qquad K_d = 0{,}5 \qquad K_p = 5$

c) $G_{vy} = S(s) = \frac{1}{1+L}$

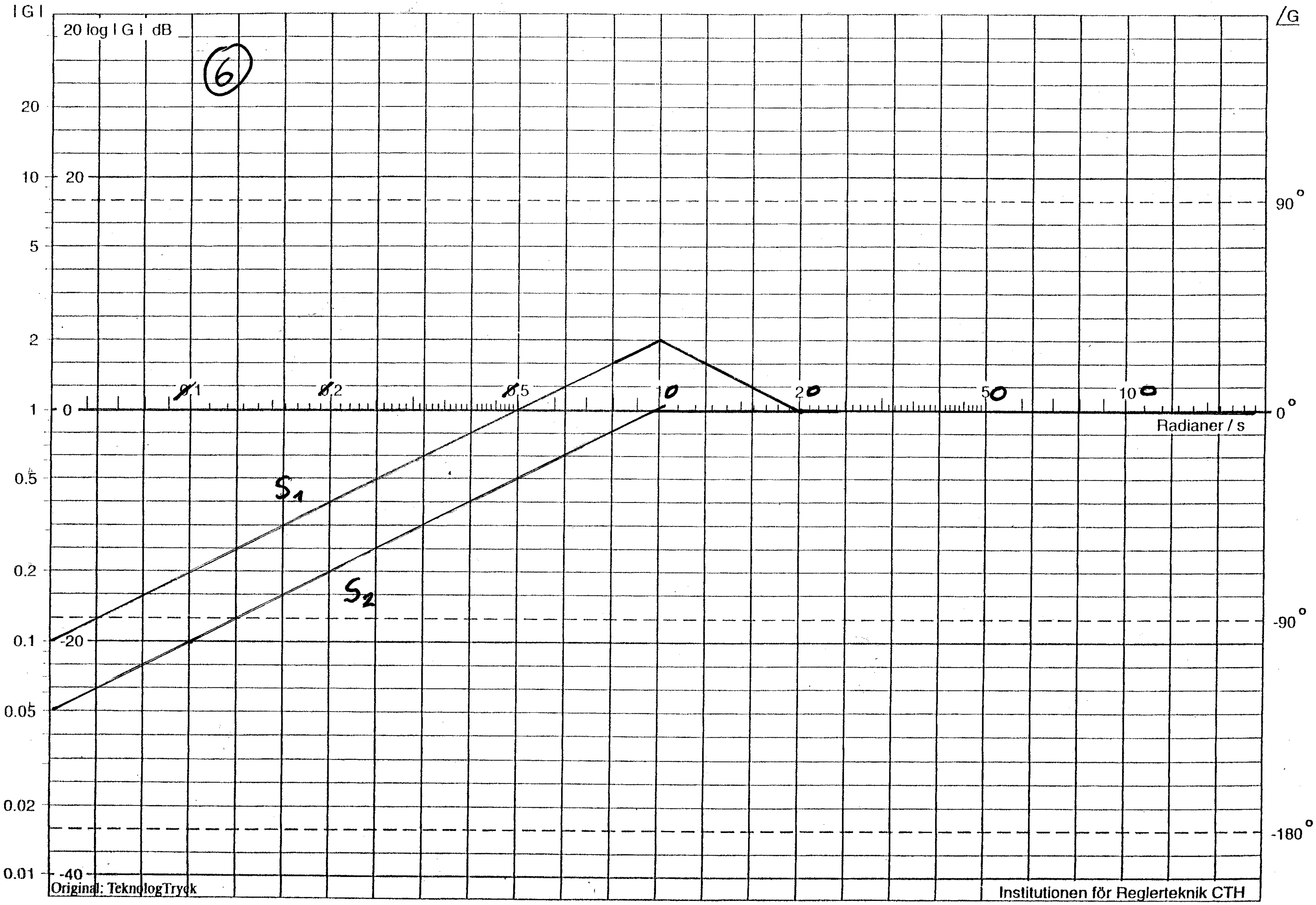
$$\text{I} \quad S_1(s) = \frac{1}{1+\frac{10}{s(1+0{,}1s+1)}} = \frac{s(0{,}1s+2)}{0{,}1s^2+2s+10} = \frac{s(0{,}01s+0{,}2)}{1+0{,}2s+0{,}01s^2} =$$

$$= \frac{0{,}2s(1+0{,}05s)}{1+0{,}2s+0{,}01s^2} \qquad \omega_b \quad 20 \nearrow \quad 10 \text{ dB}$$

ideal $\quad \text{II.} \quad L_2 = \frac{10+s}{s(1+0.1s)} = \frac{10(1+0{,}1s)}{s(1+0{,}1s)} = \frac{10}{s}$

$$S_2(s) = \frac{1}{1+L_2} = \frac{0{,}1s}{1+0{,}1s} \qquad \omega_b \quad 10 \searrow$$

$\Rightarrow$ ideal PD kompenserar LF-störningar bättre



(6)
|G|
20 log |G| dB
/G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
90°
0°
-90°
-180°
1
2
5
10
20
50
100
Radianer / s
S1
S2
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH