Lösningar till tentamen Elektriska kretsar och Signaler del B, EMI190 (D2), 010831

1\. a) Efter lågpassfiltret finns endast frekvenserna 2 och 4 kHz kvar. Signalen samplas med f_s = 5 kHz. Detta ger vikning kring $f_s/2$ = 2.5 kHz. Samma amplitudspektrum som i uppgiften erhålls.

b) Högsta frekvensen i signalen: f = 4Hz. $\frac{f_s}{2} \geq 4Hz \quad \Rightarrow \quad f_s \geq 8Hz$. Minsta samplingsfrekvens: 8 Hz.

2\. a)

$$Y(z) = 2 \cdot \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0.5}, \qquad X(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z}{z-0.5}, \qquad X_2(z) = \frac{z}{z-0.2}$$

$$Y_2(z) = H(z)X_2(z) = \frac{z^2}{(z-0.2)(z-0.5)}$$

$$\frac{Y_2(z)}{z} = \frac{z}{(z-0.2)(z-0.5)} = \{\text{partialbråksuppdelning}\} =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{z-0.5} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{z-0.2}$$

$$y[n] = \frac{5}{3} \cdot 0.5^n u[n] - \frac{2}{3} \cdot 0.2^n u[n]$$

b) Stabilt, ty polen z = 0.5 ligger innanför enhetscirkeln

3\. 1 – e, 2 – g, 3 – a, 4 – b.

4\. a) $\omega_0 = 2\pi 10^3$. $y(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin\omega_0 t - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\omega_0 t)}{4n^2 - 1}$

Medelvärde för x(t) = 0. (sinus); Medelvärde för $y(t) = \frac{1}{\pi}$.

b)

$$P_{y(t)} = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} \sin^2 \frac{2\pi}{T} t dt = \frac{1}{4}$$

$$P_{grundton} = \frac{1}{2}\frac{1}{2^2} = \frac{1}{8}$$

$$P_{medel} = \frac{1}{\pi^2}$$

$$THD = \frac{P_{övertoner}}{P_{grundton}} = \frac{P_{y(t)} - P_{medel} - P_{grundton}}{P_{grundton}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{8}} \approx 0.184 = -14dB$$

5. a)

$$G(s) = \frac{V(s)}{F_{motor}(s)} = \frac{1}{ms+b}$$

b)

$$F_{motor}(s) = \frac{1}{h}\left(\frac{1-e^{sh}}{s}\right)$$

$$V(s) = F_{motor}(s) \cdot G(s) = \frac{1}{h}\left(\frac{1-e^{sh}}{s}\right) \cdot \frac{1}{ms+b} = \frac{1}{h}\left(\frac{1}{s(s+0.25)} - \frac{1}{s(s+0.25)}e^{-sh}\right)$$

Invers Laplacetransform och förskjutningsregeln ger

$$v(t) = \frac{1}{h}\left(4\left(1-e^{-0.25t}\right) \cdot u(t) - 4\left(1-e^{-0.25(t-h)}\right) \cdot u(t-h)\right)$$

där $u(t)$ är Heavisides stegfunktion.