Tentamen i Elektriska kretsar och signaler del B, EMI 190

Den 18 april 1998 klockan 8.45-12.45 i mg.

Föreläsare och examinator Jonas Sjöberg, ankn. 1855.

Tentamen består av 5 uppgifter som sammanlagt ger upp till 50 poäng. Svaren ska motiveras och i lösningarna ska alla steg utom triviala beräkningar redovisas.

Preliminära betygsgränser: Godkänt 23 poäng. För de som får 20–22 poäng kan man komplettera med en muntlig tentamen för att bli godkänd. Muntan tar mellan 15 och 30 minuter och består av frågor av mer förståelse karraktär" samt viss tavelräkning. Om man vill så kan man komma två teknologer samtidigt och ha muntan tillsammans. Intresse för munta skall anmälas senast vid visningen av den skriftliga tentamen.

Preliminära betygsgränser: 23 poäng (3:a), 30 poäng (4:a), 40 poäng (5:a).

Lösningar anslås på institutionens anslagstavla högst upp i trapphuset vid E-arnas sektionslokal på skrivningskvällen.

Betygslista anslås senast den 22:a april på institutionens anslagstavla som finns högst upp i trapphuset vid E-arnas sektionslokal.

Visning av tentan den 23:e april i institutionen för signaler och system:s bibliotek på våning 6 i ED-huset klockan 12:30-13:00.

Skriv namn och personnummer på varje blad. Skriv tydligt! Oläsliga lösningar ger 0 poäng!

Tillåtna hjälpmedel:

- Typgodkänd kalkylator utan färdiga program.
- Beta eller annan matematisk formelsamling.

1. (a) Skickar man en tidsdiskret signal genom en D/A (digital till analog) omvandlare och en högtalare hör man ljud över ett väldefinierad frekvensområde. I vårt problem antar vi att omvandlaren arbetar med en frekvens på 8 kHz. Om vår tidsdiskreta signal, som skickas genom omvandlaren, ges av $y[n] = 44\cos(0.1\pi n + 0.3\pi)$ vilken analog frekvens i Hz hör man? [2p]

   (b) Om $(x * h)(t) = y(t)$ vad blir svaret till $x(t-1) * h(t+1)$? [2p]

   (c) Visa att följande relation gäller för Fouriertransformen

$$\frac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega X(j\omega)$$

[2p]

   (d) Vad finns det för anledning att använda olika fönsterfunktioner i olika typer av problem? Vad skiljer de olika observationsfönstren åt?

[2p]

   (e) Ange följande funktion i tidsdomänen

$$X(s) = \frac{2s+1}{s^2+5s+6}$$

där $\text{Re}(s) > -2$!

[2p]

---

2. F Noskberg jr som inte läst kursen elektriska kretsar och signaler tänker använda ett digitalt filter för att filtrera en tidskontinuerlig signal som innehåller frekvenserna 4, 7 och 11 kHz. Det digitala filtret kan antas vara ett idealt högpassfilter med gränsfrekvensen $\Omega = 0.3\pi$ rad. Av misstag ställs sampelfrekvensen f_s in på 5 kHz i stället för 30 kHz och dessutom användes inget förfilter.

   (a) Bestäm vilka frekvenser junior skulle fått från systemet om $f_s = 30$ kHz hade använts? [5p]

   (b) Vilka frekvenser erhålls då $f_s = 5$ kHz används? [5p]

---

3. Ett system beskrivs av impulssvaret

$$h[n] = 13(3)^{2-n} \quad \text{för } n \geq 0, \quad h[n] = 0 \quad \text{annars.}$$

   (a) Om

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

bestäm utsignalen $y[n]$ och dess slutvärde $y[\infty]$, [6p]

   (b) samt om

$$x[n] = \sin(n\pi/5), \quad \forall n$$

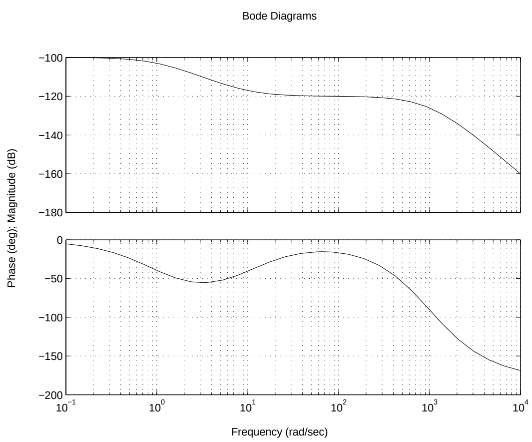
bestäm också här utsignalen $y[n]$. [4p]

4. I figurerna nedan visas Fouriertransformen av två signaler som bodeplottar. Ge en uppskattning av överföringsfunktionen $G(s)$ med antagandet att $G(s)$ bara har reella pol- och nollställen samt att

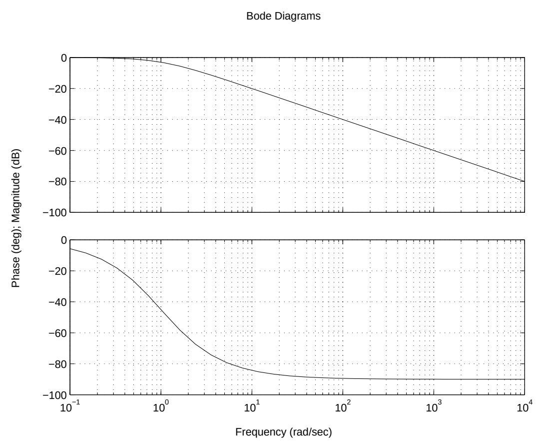
   (a) signal 1 är insignal och signal 2 är utsignal till $G(s)$. [4p]

   (b) signal 2 är insignal och signal 1 är utsignal till $G(s)$. [4p]

   (c) Vilket av svaren i a) och b) är troligast i en verklig situation? [2p]



1



2

5. Utsignalen $y[n]$ till ett kausalt system som exciteras med insignalen

$$x[n] = \delta[n] - 0.7\,\delta[n-1] + 0.1\,\delta[n-2]$$

ges av

$$y[n] = \delta[n] + 0.7\,\delta[n-1]$$

Bestäm systemets

   (a) differensekvation [5p]

   (b) impulssvar $h[n]$ [5p]

Discrete-time Fourier Transform

Definition

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

Inverse DTFT

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}d\Omega$$

Time domain	Frequency domain
$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(e^{j\Omega}) + bX_2(e^{j\Omega})$
$x[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}X(e^{j\Omega})$
$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\Omega-\Omega_0)})$
$x[-n]$	$X(e^{-j\Omega})$
$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\Omega})$
$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\Omega})}{d\Omega}$
$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(e^{j\Omega})X_2(e^{j\Omega})$
$x_1[n]x_2[n]$	$\frac{1}{2\pi}X_1(e^{j\Omega}) \otimes X_2(e^{j\Omega})$
$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}X(e^{j\Omega}) + \pi X(e^{j0})\delta(\Omega)$

Parseval's relation

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} |X(e^{j\Omega})|^2 d\Omega$$

Relation between the Fourier transform $X_c(j\omega)$ of a continuous signal $x(t)$ and its sampled counterpart $x[n] = x(T \cdot n)$:

$$X(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_s))$$

where T is the sampling time and $\omega_s = 2\pi/T$ is the sampling frequency.

Some DTFT transforms

$\delta[n]$	1
$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}} + \pi\delta(\Omega)$, $\lvert\Omega\rvert \leq \pi$
$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}} + \pi\delta(\Omega)$, $\lvert a\rvert < 1$, $\lvert\Omega\rvert \leq \pi$
1, for all n	$2\pi\delta(\Omega)$, $\lvert\Omega\rvert \leq \pi$
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi\delta(\Omega - \Omega_0)$, $\lvert\Omega\rvert, \lvert\Omega_0\rvert \leq \pi$