Tentamen i Elektriska kretsar och signaler del B, EMI 190

Den 19 december 1997 klockan 8.45-12.45 i vv.

Föreläsare och examinator Jonas Sjöberg, ankn. 1855.

Tentamen består av 5 uppgifter som sammanlagt ger upp till 50 poäng. Svaren ska motiveras och i lösningarna ska alla steg utom triviala beräkningar redovisas.

Preliminära betygsgränser: Godkänt 23 poäng. För de som får 20–22 poäng kan man komplettera med en muntlig tentamen för att bli godkänd. Muntan tar mellan 15 och 30 minuter och består av frågor av mer "förståelse karraktär" samt viss tavelräkning. Om man vill så kan man komma två teknologer samtidigt och ha muntan tillsammans. Intresse för munta skall anmälas senast vid visningen av den skriftliga tentamen.

Inga betyg ges på delkursen. Istället tas meddelvärdet av procentuellt poängantal på de båda delkurserna varpå betyg 3 (40%), 4 (60%) eller 5 (80%) ges.

Lösningar anslås på institutionens anslagstavla på skrivningskvällen.

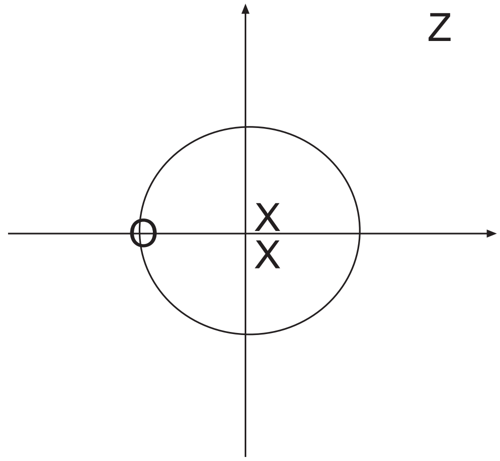
Betygslista anslås senast den 16:e januari på institutionens anslagstavla som finns högst upp i trapphuset vid E-arnas sektionslokal. Då anslås också tid för visningen av tentan.

Skriv namn och personnummer på varje blad. Skriv tydligt! Oläsliga lösningar ger 0 poäng!

Tillåtna hjälpmedel:

- Typgodkänd kalkylator utan färdiga program.
- Beta eller annan matematisk formelsamling.

1. (a) Ett tidsdiskret filter beskrivs av följande pol- nollställeplot (pol:X, nollställe:O).



Ange om filtret är av LP eller HP karraktär! (motivera) [2p]

(b) Betrakta igen filtret i a). Beroende på ditt svar i a), flytta nu så få av polerna och/eller nollstället som möjligt så att man erhåller motsatta typen av filter. [2p]

(c) Ett linjärt tidsinvariant system har impulssvar

$$h(t) = \cos(t)u(t)$$

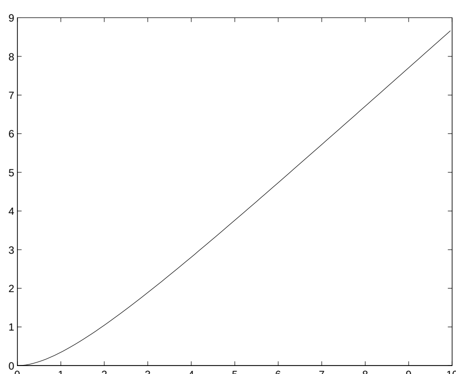
Ange differentialekvationen som beskriver systemet! [2p]

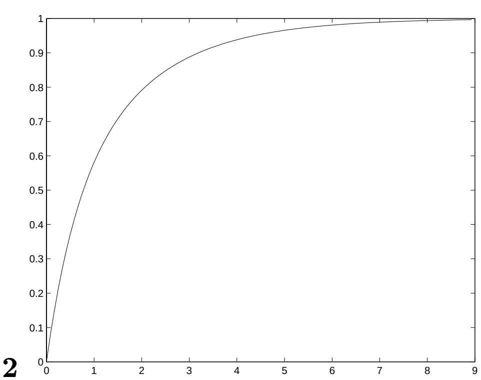
(d) En tidsdiskret signal $x[n]$ har följande egenskap i frekvensdomänen

$$X(e^{j0}) = 0$$

Vad motsvarar detta i tidsdomänen? [2p]

(e) I bilderna nedan återges impuls- och stegsvar från ett linjärt tidsinvariant system. Ange vilket som som är vad! Svaret måste motiveras.

1 

2 

[2p]

2. (a) Konstruera ett 4:e ordningens kausalt FIR filter med linjär fas av LP-karraktär med gränsfrekvensen $\pi/8$. Använd ett rektangulärt fönster. Ange Filterkoefficienterna $b_0, \ldots, b_4$! [5p]

   (b) Vi vill nu bestämma nollställena till filtret i a), men för att uppgiften ska kunna lösas oberoende av eventuella fel i a) så blir uppgiften att hitta nollställena till

$$B(z) = 1 - 3\,z^{-1} + \frac{9\,z^{-2}}{2} - 3\,z^{-3} + z^{-4}$$

   och vi antar att det är polynomet från a). Man vet dessutom att för ett nollställe z_0 gäller $\arg(z_0) = \pi/4$. [5p]

3. Ett linjärt tidsinvariant system ger utsignalen

$$y(t) = \sin(t)e^{-t}u(t)$$

när man skickar in insignalen

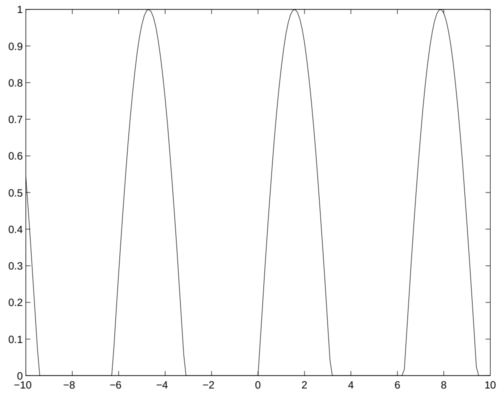
$$x(t) = t\sin(2t)e^{-3t}u(t)$$

och systemet befinner sig i vila vid $t = 0$.

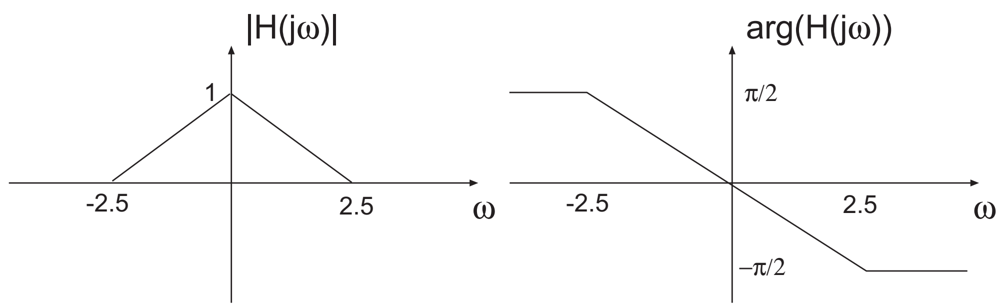
   (a) Ange systemets överföringsfunktion! [5p]

   (b) Vilket slutvärde svänger systemets stegsvar in sig mot? [5p]

4. En sinussignal $\sin(t)$ halvågslikriktas och man erhåller signalen $x(t)$ som ser ut som nedan (endast en del av signalen visas, den har oändlig utsträckning).



Signalen $x(t)$ filtreras genom filtret $H(j\omega)$ som beskrivs med amplitud och fas nedan.



(a) Ange utsignalen $y(t)$ från filtret! [8p]

(b) $y(t)$ samplas med $T = \pi/1.2$, $y[n] = y(T \cdot n)$. Ange DTFT:n, $Y(e^{j\Omega})$, av $y[n]$! [6p]

5. Tidsfördröjningen för ett tidsdiskret filter definieras som

$$D_h = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} nh[n]}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]},$$

(a) Uttryck D_h i frekvensdomänen med hjälp av DTFT $H(e^{j\Omega})$. [3p]

(b) Låt $h[n]$ vara ett filter med linjär fas i passbandet som beskrivs på följande sätt

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j\Omega K} R(\Omega),$$

där $R(\Omega)$ är reel, symmetrisk (dvs $R(\Omega) = R(-\Omega)$) och differentierbar. Beräkna D_h! [3p]

Discrete-time Fourier Transform

Definition

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

Inverse DTFT

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}d\Omega$$

Time domain	Frequency domain
$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(e^{j\Omega}) + bX_2(e^{j\Omega})$
$x[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}X(e^{j\Omega})$
$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\Omega-\Omega_0)})$
$x[-n]$	$X(e^{-j\Omega})$
$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\Omega})$
$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\Omega})}{d\Omega}$
$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(e^{j\Omega})X_2(e^{j\Omega})$
$x_1[n]x_2[n]$	$\frac{1}{2\pi}X_1(e^{j\Omega}) \otimes X_2(e^{j\Omega})$
$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}X(e^{j\Omega}) + \pi X(e^{j0})\delta(\Omega)$

Parseval's relation

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} |X(e^{j\Omega})|^2 d\Omega$$

Relation between the Fourier transform $X_c(j\omega)$ of a continuous signal $x(t)$ and its sampled counterpart $x[n] = x(T \cdot n)$:

$$X(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\omega - k\omega_s))$$

where T is the sampling time and $\omega_s = 2\pi/T$ is the sampling frequency.

Some DTFT transforms

$\delta[n]$	1
$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}} + \pi\delta(\Omega),\ \lvert\Omega\rvert \leq \pi$
$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}} + \pi\delta(\Omega),\ \lvert a\rvert < 1,\ \lvert\Omega\rvert \leq \pi$
1, for all n	$2\pi\delta(\Omega),\ \lvert\Omega\rvert \leq \pi$
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi\delta(\Omega - \Omega_0),\ \lvert\Omega\rvert, \lvert\Omega_0\rvert \leq \pi$