

1. a) Begränsad mätid – det ger automatiskt ett tidsfönster.
 b) $|H(j\omega)| = 1$. Fasutjämning.
 c) Laplacetransformen omvandlar differentialekvationer till algebraiska ekvationer vilka kan vara lättare att lösa. Generellt ska man välja den lättaste metoden. Design av filter och regulatorer och vissa analyser görs oftast lättare i Laplace-domänen.
 d) $H(z) = \frac{z^{-2}}{1-2.5z^{-1}+z^{-2}}$, $0.5 < |z| < 2$. En pol utanför enhetscirkeln: instabilt.
 e) Grundfrekvens $\omega_0 = 1.5$ rad/s (med amplitud 0) + övertoner: periodisk. $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi/1.5$
2. a: 4. Första ordningens differentialekvation.
 b: 1. Alla frekvenser förstärks lika mycket, endast fasen ändras. Dvs höga frekvenser dämpas ej och stegsvaret "hoppar" till ett med en gång. Komplexa poler ger oscillativ insvägning.
 c: 3. Nollställe i höger halvplan: startar åt fel håll. Komplexa poler: oscillationer.
 d: 5. Som c men utan oscillationer.
 e: 2. Nollställe i origo ger lågfrekvensförstärkning 0. Komplexa poler ger insvägning.
 f: 6. Som i a, men 0.5 polen längsammare.
3. a)

$$y(t) = e^{-6} \left(e^{-2(t-3)} \frac{\sin(3-t)}{4} + \frac{\sin(3(t-3))}{12} \right) u(t-3)$$

- b) $e^{-6} \left(\frac{\sin(3(t-3))}{12} \right) u(t-3)$
 c) $\frac{d^2}{dt^2} y(t) + 4 \frac{d}{dt} y(t) + 5y(t) = e^{-6} x(t-3)$
4. a) HP filter med gränsfrekvens $\pi - \omega_{LP}$.
 b) BS filter med gränsfrekvenser $\pi - \omega_2$ och $\pi - \omega_1$.
5. a)

$$\begin{aligned} x[n - \tau_g] &= \hat{x}_{LP}[n] + \hat{x}_{HP}[n] = \mathcal{L}^{-1}(H_{LP}(z)X(z) + (z^{-L} - H_{LP}(z))X(z)) = \\ &\quad \mathcal{L}^{-1}(z^{-L} X(z)) = x[n - L] \end{aligned}$$

Alltså $L = \tau_g$, grupplöptiden för $H_{LP}(z)$. $H_{LP}(z) = z^{-M/2} \tilde{H}_{LP}(z)$, där $\tilde{H}_{LP}(z)$ är symmetrisk kring origo (och icke-kausal). Då blir $\tilde{H}_{LP}(e^{i\Omega})$ reel och $\arg H_{LP}(e^{i\Omega}) = \arg e^{i\Omega M/2} \tilde{H}_{LP}(e^{i\Omega}) = \arg e^{i\Omega M/2}$, alltså $\tau_g = M/2$ och $L = M/2$.

- b) Visas på samma sätt som i a).