

EEN155: Övningstentamen 2022 EPE (50p)

Tillåtna hjälpmedel:

(indexeringar och markeringar är tillåtna i Formelsamling samt tabellverk):

- **Formelsamling: endast den som bifogas denna tentamenstes**
- Tabellverk: Physics Handbook, Mathematics Handbook
- Chalmersgodkänd räknare

Uppgift 1 (5p)

En elektrisk laddning Q är jämnt fördelad på en halvcirkel med radien a och centrum i origo. Bestäm det elektriska fältet \vec{E} (storlek och riktning) och potentialen V i origo. Tips: följande representation av den radiella enhetsvektorn kan vara användbar:

$$(1) \quad \hat{r}_c(\phi) = \cos(\phi)\hat{x} + \sin(\phi)\hat{y}$$

Uppgift 2 (5p)

En rektangulär trådslinga med sidorna a och b i xy -planet är belägen i ett magnetfält:

$$(2) \quad \vec{B} = \hat{z}B_0 \sin(\omega t - ky) + \hat{y}B_0 \cos(\omega t)$$

En sida av storlek a ligger på x -axeln. Bestäm den inducerade spänningen i slingan.

Uppgift 3 (5p)

Axeln för två långa koaxiala ledande cylindrar med radierna b respektive c sammanfaller med axeln för en lång rak tråd vars tvärsnitt har radien a , $a < b < c$. Tråden bär en elektrisk ström $2I$ och varje cylinder bär en elektrisk ström I i riktningen motsatt trådens ström. De elektriska strömmarna är tidsberoende. Tjockleken på cylinderväggarna är mycket mindre än a . Bestäm den magnetiska flödestätheten som en funktion av den radiella koordinaten.

Uppgift 4 (11p på uppgift)

Ett företag vill tillverka en prototyp-golfbil. En 4 kW's permanentmagnetiserad likströmsmaskin väljs som framdriftsmotor samt ett batteri med spänningen 230 V (anse denna spänning konstant under hela uppgiften). $\Psi_m=1$ Wb, $R_a=1$ Ω , $L_a=28$ mH. Märkspänning och märkvarvtal är 230V och 2000 rpm.

- Bestäm tomgångsvarvtalet samt momentet när maskinen står still. (2p)
- Beräkna och rita maskinens momentvarvtalskaraktistika om motorn körs direkt från batteriet. (2p)
- I testriggen direktstartas maskinen helt olastad med batterispänningen 230 V. Tröghetsmomentet på maskinen är 0.2 kgm². Skissa ström och varvtal under starten. Ange viktiga punkter såsom slutvärden på storheterna och ungefärliga toppvärden på de två storheterna. (4p)
- Maskinen monteras nu in i golfbilen utan omriktare och i ett driftfall (steady state) mäts ankarströmmen till $I_a=19.1$ A. Beräkna maskinens varvtal, tillförd effekt samt förlust i lindningarna. (3p)

Uppgift 5 (8p på uppgift)

För att kunna köra fordonet i uppgift 4 på ett rimligt sätt monteras nu en omriktare in. Man vill kunna köra motorn i intervallet 0-1500 rpm.

- Välj vilken typ av omriktare som är lämplig. Motivera ditt val. (1p)
- Maskinen kräver vid ett tillfälle en ankarström på 10 A och en ankarspänning på 100 V (steady state). Du har tillgång till en induktans på 5.7 mH och en kondensator på 470 μ F. Det finns även tillgång till dioder och IGBTer. Bestäm switchfrekvensen så att strömriplet i induktansen blir 10 % av dess medelvärde. (alla beräkningar samt eventuellt nödvändiga härledningar behöver redovisas d.v.s. att bara skriva upp uttrycket för duty-cyclen och strömriplet ger 0 poäng). (5p)
- Med den uträknade switchfrekvensen och dutycyclen, vilken lastström krävs för att hålla omriktaren i CCM (continuous conduction mode). (2p)

Uppgift 6 (6p på uppgift)

För att styra fordonet används en inre momentregleringsloop som behöver ha en tidskonstant på 20 ms. Vidare behövs en yttre varvtalsregleringsloop med en tidskonstant på 5 sekunder. Fordonets lastande moment kan antas vara proportionellt med varvtalet, med proportionalitetskonstanten B , $T_L = B\omega_r = 0.1\omega_r$ Nm.

- Härled lämplig ström/momentregulator samt varvtals-regulator, samt ange numeriska värden på ström/moment och varvtalsregulatorn. (Att direkt utan härledning skriva upp uttrycken ger 0 poäng) (3 p)
- Rita upp ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen inklusive styrningen. Ange mellan varje block vad det är för signal som går där. (Att endast skriva "ekvationsuttryck" för att representera signalerna ger 0 poäng). Någon form av fysikalisk tolkning av signalen erfordras. (3 p)

Uppgift 7 (10p på uppgift)

En Y-kopplad 4 kW asynkronmotor är ansluten till en frekvensomformare (omriktare) och driver en ventilationsfläkt. Fläkten kan antas ha ett kvadratisk lastbeteende enligt $T_L = 7 \cdot 10^{-6} n_m^2$ där n_m är det mekaniska varvtalet för asynkronmotorn i RPM. Asynkronmotorns märkdata är $V_s=400$ V 50 Hz, $I_s=9.1$ A, $n_m=1442$ RPM, $\cos \phi = 0.8$ och har följande parametrar vid en statorfrekvens på 50 Hz $R_s=1.33 \Omega$, $X_s=2.54 \Omega$, $X_m=42.4 \Omega$, $X'_r=2.54 \Omega$, $R'_r=1.24 \Omega$.

- Skissa asynkronmotorns moment varvtals karakteristik (moment på Y-axeln och varvtal på X-axeln) då den matas med 400 V 50 Hz. Skissa även in fläktens moment varvtals karakteristik och markera maskinens synkrona varvtal, märkdrift punkten och arbetspunkten då maskinen driver fläkten. (4p)
- Beräkna maskinens varvtal då den driver fläkten och matas med 400 V 50 Hz. (3p)
- Beräkna aktiv och reaktiv effekt samt effektfaktorn för arbetspunkten i b). Kunde b) ej lösas kan $n_m=1470$ RPM användas. (3p)

EEN155 Formelsamling

Differential Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Integral Maxwell's Equations

$$\begin{aligned}\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} &= \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} & \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} &= 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} & \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 I_{\text{enc}} + \epsilon_0 \mu_0 \oint \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}\end{aligned}$$

Induced voltage - electromotive force

$$\mathcal{V} = \underbrace{\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}}_{\text{Transformer emf}} = - \underbrace{\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}}_{\text{Movement emf}} + \underbrace{\oint_C \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}}_{\text{Movement emf}}$$

Electrostatics

The Electric Field

Coulomb's Law:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^2} \hat{\mathbf{R}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

The Electric Field:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} \quad \mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (\Phi \text{ electric potential})$$

Electric Field due to discrete point charges:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{R_i^2} \hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

Electric Field due to a continuous charge distribution:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (\text{volume charge}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dS' \quad (\text{surface charge}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dl' \quad (\text{line charge})\end{aligned}$$

Electric Potential

$$\Phi(b) - \Phi(a) = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Potential due to a localized charge distribution:

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_V(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (\text{volume charge}) \\ \Phi(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\rho_S(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \quad (\text{surface charge})\end{aligned}$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\rho_L(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dl' \quad (\text{line charge})$$

Electric Potential

Work and Energy in Electrostatics

Energy stored in a point charge distribution: (Φ is potential)

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \Phi(\mathbf{r}_i)$$

Energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') dV'$$

Total energy of a continuous charge distribution:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\text{all space}} E^2(\mathbf{r}') dV'$$

Conductors

$\mathbf{E} = \mathbf{0}$ inside a conductor.

Electric Field immediately outside a conductor:

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$

Surface charge:

$$\rho_s = -\epsilon_0 \frac{\partial \Phi}{\partial n}$$

Capacitors:

$$\begin{aligned}Q &= C\Phi \\ W &= \frac{1}{2} C\Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q\Phi\end{aligned}$$

Potentials

Laplace's Equation:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Electric Dipole

Dipole Moment:

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{r}'_i = \int \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') dV$$

Electric Dipole Potential (at origin):

$$\Phi_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Electric Fields in Matter

Bound Charges:

$$\rho_s = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad \rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

The Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{f,\text{enc}}$$

Linear Dielectrics

Polarization:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

Electric Displacement:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

Energy in a Dielectric System:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\text{all space}} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV$$

Magnetostatics

Lorentz Force Law:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Currents:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$$

Biot-Savart Law:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} dl' = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Magnetic Vector Potential

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{where} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Vector Potential Poisson's Equation:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

Vector Potential when $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{0}$ at infinity:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dV = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV$$

Dipole momentum of a current loop:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Magnetic Dipole Moment for a vector area \mathbf{a} :

$$\mathbf{m} = I \int d\mathbf{S} = I \mathbf{a}$$

Magnetic Fields in Matter

Bound Currents:

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad \mathbf{J}_s = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_f$$

Linear Media

Magnetization in linear media:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

Auxiliary Field:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H} = \mu\mathbf{H}$$

Volume bound current:

$$\mathbf{J}_b = \chi_m \mathbf{J}$$

Boundary Conditions

Tangential components:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (\mathbf{J}_s \text{ surface current})$$

Normal components:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (\rho_s \text{ surface charge})$$

Vector Derivatives

Cartesian

$$d\mathbf{l} = dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}}, \quad dV = dx dy dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{y}} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta v_\phi) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial v_r}{\sin \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

Laplace:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

$\nabla^2 f =$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Cylindrical

$$dV = \rho d\rho d\phi dz$$

Gradient:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}$$

Divergence:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Curl:

$$\nabla \times \mathbf{v} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} - \frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right] \hat{\boldsymbol{\rho}} + \left[\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho} \right] \hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho v_\phi) - \frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{\mathbf{z}}$$

Laplace:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Fundamental Theorems

Fundamental Theorem of Line Integrals:

$$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\mathbf{l} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$$

Divergence Theorem:

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{A}) dV = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

Stoke's Theorem:

$$\int (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

Vector Identities

$$\nabla \cdot \left(\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \right) = 4\pi \delta^3(R)$$

$$\nabla \left(\frac{1}{R} \right) = -\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R}$$

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x)$$

Spherical Coordinates

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \cos \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{r}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \cos \theta \hat{\mathbf{r}} - \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right)$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \hat{\mathbf{z}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

Cylindrical Coordinates

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \cos \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} - \sin \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \sin \phi \hat{\boldsymbol{\rho}} + \cos \phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/x)$$

$$z = z$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{z}}$$

FORMELSAMLING

Elektriska drivsystem EEN155

©Eva Palmberg
Institutionen för Elektroteknik
Chalmers tekniska högskola

2022

Innehåll

1	Symbolsamling	2
1.1	Referenser	2
1.2	Aktiva krets-element	2
1.3	Passiva ideala element	2
1.4	Resistanslösa anslutningar	2
2	Formelsamling	4
2.1	Ström, spänning, effekt, energi, potential	4
2.2	Ohms lag, resistans, konduktans	4
2.3	Kirchhoffs lagar, spännings- och strömdelning	4
2.4	Mask- och nodanalys. Cramers regel	5
2.5	Ekvivalenta tvåpoler. Anpassning	5
2.6	Kapacitans och induktans	5
2.7	Transienter, tidskonstanter	6
2.8	Komplexa spänningar; impedans	6
2.9	Effekt, komplex effekt, effektivvärde, anpassning	6
2.10	Symmetriska trefassystem	7
2.11	Ideal transformator	8
2.12	Magnetfält. Inducerad spänning	8
2.13	Kraftelektronik, Spänningsomriktare, Likriktare	8
2.13.1	Ideal diod och transistor som brytare	8
2.13.2	Likriktare	9
2.13.3	Spänningsomriktare. Buck- resp. Boostomriktare	9
2.14	Maskiner	9
2.14.1	Likströmsmaskiner	9
2.14.2	Växelströmsmaskiner, asynkronmaskin	10

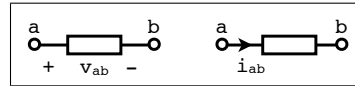
Kompletterande delar

- Relaterat till regelring
- Växelströmsmaskin – 3-fas Permanentmagnetiserad synkronmaskin
- Effekt för stationär växelspanning – med RMS-värden
- Space vectors

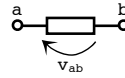
1 Symbolsamling

1.1 Referenser

Spänning v och ström i : $+v - ; \rightarrow i$



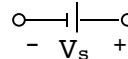
(Hambley använder ibland en pil med $+$ vid pilspetsen som referens för spänning.)



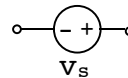
(Physics Handbook har en pil med $-$ vid pilspetsen som referens för spänning)

1.2 Aktiva ideala kretselement

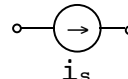
Likspänningskälla



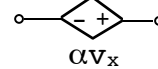
Oberoende spänningskälla



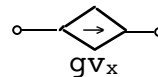
Oberoende strömkälla



Beroende spänningskälla



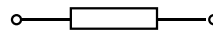
Beroende strömkälla




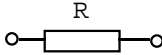
En beroende källa styrs av en spänning eller ström någonstans i kretsen, t.ex. en spänning v_x för figurerna ovan.

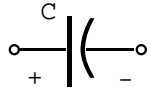
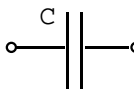
1.3 Passiva ideala element


Allmänt kretselement



Kretselementen R, C och L:

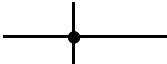

Resistans  eller 


Kapacitans  eller 


Induktans 

1.4 Resistanslösa ledningar och anslutningar

Anslutningspunkt 

Kontaktpunkt  eller 

Korsning utan kontakt 

Anslutning till jord 

2 Formelsamling

2.1 Ström, spänning, effekt, energi, potential

Ström $i = dq/dt$ $q =$ laddning

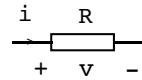
Spänning $v = dw/dq$ $w =$ energi

Effekt $p = v \cdot i = dw/dt$

Spänning $v = v_A - v_B =$ potentialskillnad; $v_A, v_B =$ potential

2.2 Ohms lag, resistans, konduktans – linjära kretsar –

Ohms lag $\begin{cases} v = R i \\ i = G v \end{cases}$



Resistans R

Konduktans $G = 1/R$

Resistans för homogen rak ledare med längden L , tvärsnittsytan A och resistiviteten ρ :
 $R = \rho L/A$.

Effekt i resistans $p = Ri^2 = v^2/R$

2.3 Kirchhoffs lagar, spännings- och strömdelning

Kirchhoffs strömlag, KCL: $\sum_k i_k = 0$ i en nod;

Kirchhoffs spänningslag, KVL: $\sum_k v_k = 0$ i en slinga

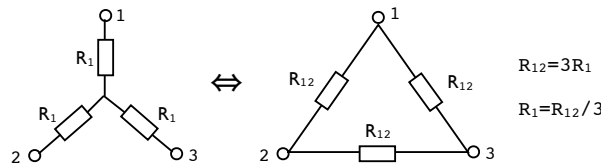
Seriekopplade resistanser: $R_s = \sum_n R_n$

Parallellkopplade resistanser: $G_p = \sum_n G_n$

eller med R : $\frac{1}{R_p} = \sum_n \frac{1}{R_n}$

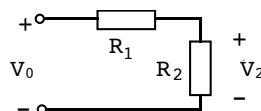
specialfall $n=2$: två parallella resistanser: $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Stjärn-triangeltransformationen ($Y-\Delta$) och omvänt: specialfall: 3 lika resistanser



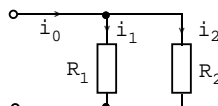
Spänningsdelning

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$



Strömdelning

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_0$$



2.4 Mask- och nodanalys. Cramers regel

Maskanalys: matrisekvation $\boxed{\mathbf{Ri} = \mathbf{V}_s}$

\mathbf{R} = maskresistansmatris, \mathbf{i} = maskströmvektor, \mathbf{V}_s = spänningskällevектор

Element i resistansmatrisen: $r_{11} = \sum R$ i maska 1; $r_{12} = r_{21} = -\sum R$ gemensamma för maska 1 och 2; o.s.v.

Nodanalys: matrisekvation $\boxed{\mathbf{GV} = \mathbf{I}_s}$

\mathbf{G} = nodkonduktansmatris, \mathbf{V} = nodspänningsvektor, \mathbf{I}_s = strömkällevектор

Element i konduktansmatrisen: $g_{11} = \sum G$ i grenar anslutna till nod 1;

$g_{12} = g_{21} = -\sum G$ anslutna direkt mellan nod 1 och nod 2; o.s.v.

Cramers regel – lösning av matrisekvation:

$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$; med lösningen $x_k = \Delta_k / \Delta$,

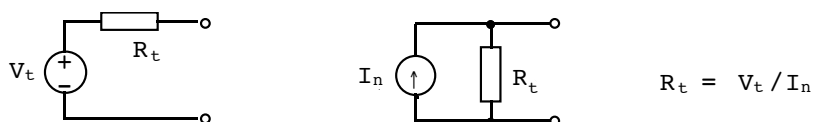
där Δ = determinanten av \mathbf{A} och Δ_k = determinanten av \mathbf{A} med kolumn k utbytt mot \mathbf{b} .

Determinant av 2x2-matris: $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

3x3-matris:

$$\Delta = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{23}a_{32}a_{11} + a_{33}a_{21}a_{12})$$

2.5 Ekvivalenta tvåpoler. Anpassning



Thévenins respektive Nortons ekvivalenta tvåpol

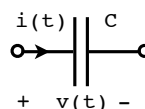
V_t = **tomgångsspänning**; I_n = **kortslutningsström**

Anpassning: $R_L = R_t$ (rent resistiva kretsar)

2.6 Kapacitans och induktans

Kapacitans C: ström-spänningsberoende $\boxed{i(t) = Cdv/dt}$

lagrad **energi** $w_C = \frac{1}{2} C v^2(t)$

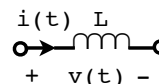


Parallell- resp. seriekopplade kapacitanser utan begynnelseenergi (= begynnelsepänningar):

$$C_p = \sum_n C_n ; \quad \frac{1}{C_s} = \sum_n \frac{1}{C_n}$$

Induktans L: ström-spänningsberoende $\boxed{v(t) = Ldi/dt}$

lagrad **energi** $w_L = \frac{1}{2} L i^2(t)$



Parallell- resp. seriekopplade induktanser utan begynnelseenergi (=begynnelseströmmar):

$$\frac{1}{L_p} = \sum_n \frac{1}{L_n} ; \quad L_s = \sum_n L_n$$

2.7 Transienter, tidskonstanter

Första ordningens kretsar med tidskonstanta källor

KVL, KCL leder till inhomogena differentialekvationer för v eller i av formen

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} v(t) = \frac{V_0}{\tau} \quad \text{med } V_0 = \text{konst och } \tau = \text{en tidskonstant}$$

Ansätt lösningen $v(t) = k_1 + k_2 e^{-t/\tau}$

k_1 och k_2 är konstanter som bestäms ur diff.ekv. och begynnelsevillkor.

k_1 = partikulär lösning – **stationär lösning**

$k_2 e^{-t/\tau}$ = lösning till homogena diff.ekv. – **transient lösning**

Specialfall: RC-kretsen: $\tau = RC$; RL-kretsen: $\tau = L/R$

2.8 Stationärtillstånd. Komplexa spänningar, strömmar, impedans

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) = \text{Re}\{V e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{V_m e^{j(\omega t + \theta_v)}\}$$

där den komplexa spänningen $V = V_m e^{j\theta_v}$ komplexa toppvärden

$$\omega = 2\pi f; \quad \omega = \text{vinkelfrekvens, } f = \text{frekvens}$$

$$\text{impedans } Z = V/I = R + jX; \quad \text{admittans } Y = 1/Z = G + jB;$$

där R = resistans, X = reaktans, G = konduktans, B = susceptans

Speciellt för resistans R : $Z = R$ induktans L : $Z = j\omega L$ kapacitans C : $Z = 1/j\omega C$

OBS! Formlerna i avsnitt 2.3, 2.4, 2.5 gäller för motsvarande komplexa storheter V, I, Z, Y .

$c = a + jb$ rektangulär form; $c^* = a - jb$ komplexkonjugerat;

$c = |c| e^{j\theta} = |c| \angle \theta$ polär form; $j = \sqrt{-1}$

där beloppet $|c| = \sqrt{cc^*} = \sqrt{a^2 + b^2}$ och vinkeln $\theta = \arctan(b/a)$

2.9 Effekt, komplex effekt, effektivvärde, anpassning

Ögonblicksvärde (momentanvärde) av effekt $p(t) = v(t)i(t)$

medeleffekt, aktiv effekt $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$; T = periodtiden

speciellt för sinusformad växelström $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

där θ_v = spänningens fasvinkel, θ_i = strömmens fasvinkel

Komplex effekt $S = P + jQ = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + j \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i)$

där P = aktiv effekt och Q = reaktiv effekt; $*$ = komplexkonjugat

Skenbar effekt $|S| = \frac{1}{2} V_m I_m$

effektfaktor $\cos(\theta_v - \theta_i)$

induktiv last $\theta_v - \theta_i > 0$; (lagging i Hambley)

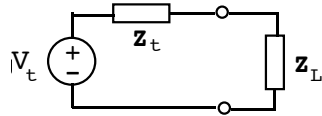
kapacitiv last $\theta_v - \theta_i < 0$; (leading i Hambley)

Effektivvärde, (rms)

$$I_{\text{eff}} = I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt} \quad (\text{rms} = \text{root mean square})$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m \quad \text{för sinusformad växelström}$$

Anpassning



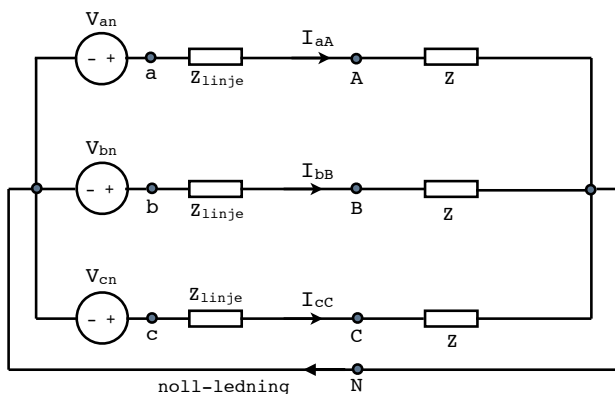
Maximal effekt P_L i belastningen Z_L för

- 1/ $Z_L = Z_t^*$ om $Z_L = R_L + jX_L$ kan väljas fritt; * = komplexkonjugat
- 2/ $Z_L = R_L = |Z_t|$ om enbart $|Z_L|$ kan varieras

Andra fall av anpassning: Teckna P_L och kolla villkoren för $P_{L\text{max}}$!

2.10 Symmetriska trefassystem

(Generatorspänningarna symmetriska, faserna impedansmässigt lika)
Y-kopplade generatorer V_{an} , V_{bn} och V_{cn} och laster Z i figuren nedan.



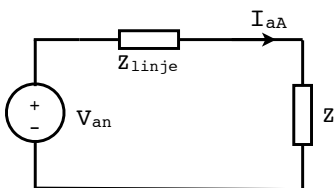
Symmetrisk trefasspänning - positiv fasföljd abc, komplexa toppvärden:

$$V_{an} = V e^{j0^\circ}; \quad V_{bn} = V e^{-j120^\circ}; \quad V_{cn} = V e^{j120^\circ}; \quad \text{faspänningar}$$

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V\sqrt{3} e^{j30^\circ}; \quad V_{bc} = \dots; \quad V_{ca} = \dots; \quad \text{huvudspänningar}$$

$$I_{aA}, I_{bB}, I_{cC}; \quad \text{linjeströmmar}$$

Ekvivalent enfaskrets till kretsen ovan:

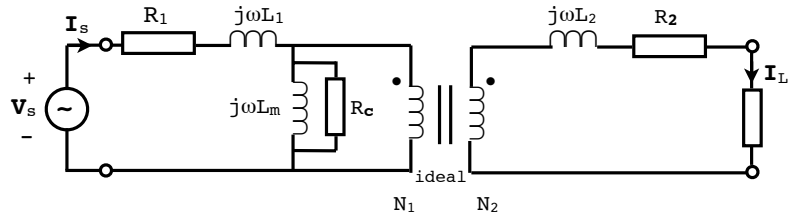
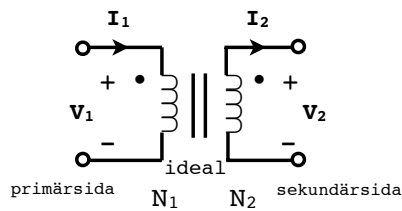


Effekt till de tre belastningarna Z :

$$P = 3 \frac{1}{2} \text{Re}\{Z\} |I_{aA}|^2$$

Transformering av Deltakopplad last till ekvivalent Y: se stjärn-triangeltransformationen för resistanser, avsnitt 2.3!

2.11 Ideal transformator resp. mer realistisk modell



$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}; \quad N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0; \quad (\text{ideal transformator})$$

omsättningsstal $n = N_1/N_2$ (definieras ibland som N_2/N_1)

impedanstransformering till primärsidan $Z'_L = (N_1/N_2)^2 Z_L$ (ideal transformator)

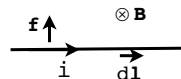
2.12 Magnetfält. Inducerad spänning

Magnetfält B på avståndet r från lång rak **strömförande ledare** med strömmen I :

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r};$$

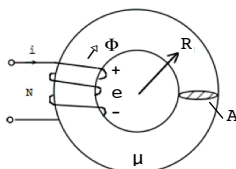
Kraft f på **strömförande ledare**, med strömmen i och längden ℓ i ett (yttre) magnetfält B :

$$f = \int idl \times B;$$



Speciellt för
homogent $B \perp i$
: $f = Bi\ell$

B i **toroid** med kärna av magnetiskt material (μ), medelradie R , tvärsnittsytta A , lindad med N st varv med ström i :



$$B = \mu Ni / 2\pi R; \quad \phi \approx BA;$$

Inducerad spänning i lindningen: $e = Nd\phi/dt$;

$$\text{Reluktans } \mathcal{R} = \ell / \mu A = 2\pi R / \mu A;$$

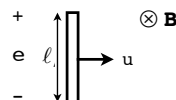
$$\Rightarrow \phi = Ni / \mathcal{R}$$

$$\text{Induktans } L = N\phi / i = N^2 / \mathcal{R}$$

Rak **ledare** med längden ℓ rör sig **med hastigheten u** vinkelrätt mot ett magnetfält B :

Inducerad spänning i ledaren

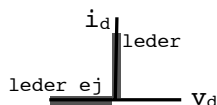
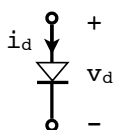
$$e = Blu;$$



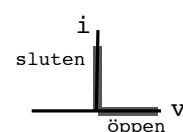
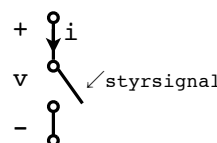
2.13 Kraftelektronik. Spänningsomriktare. Likriktare

2.13.1 Ideal diod och transistor som brytare

Ideal diod:

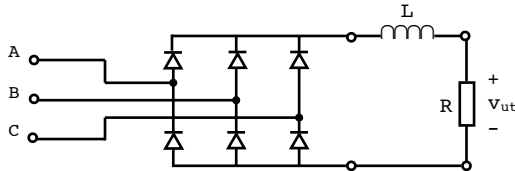
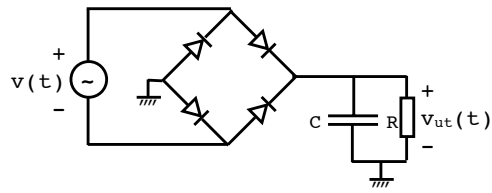
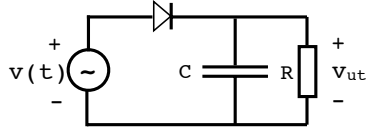


Ideal transistor som brytare:



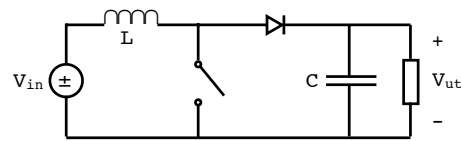
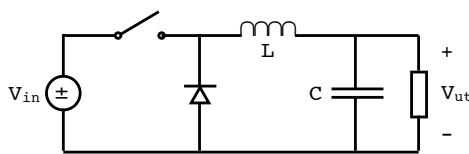
2.13.2 Likriktare

Likriktarkopplingar:



Trefaslikriktare

2.13.3 Spänningsomriktare. Buck-resp. Boostomriktare

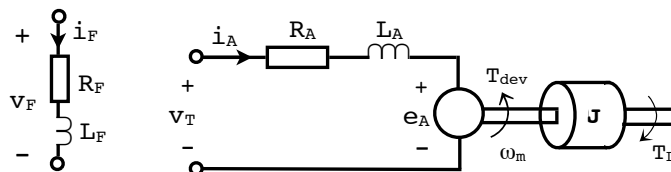


Speciellt för stationärtillstånd: $v_{L,av}$ och $i_{C,av} = 0$. (av =tidsmedelvärde)

2.14 Maskiner

Horse power: 1 hp (UK, US) = 745,5 W; (Metrisk) hästkraft: 1 hk = 735,5 W

2.14.1 Likströmsmaskiner



Dynamisk ekvivalent krets för separatmagnetiserad likströmsmaskin.

$P_{dev} = P_{rot} + P_L$. P_{dev} = mekanisk effekt, P_L = effekt till lasten. P_{rot} = rotationsförluster.

Inducerad spänning $e_A = K\phi\omega_m = \lambda\omega_m$

Vridmoment $T_{dev} = K\phi i_A = \lambda i_A$,

där ω_m = motorns vinkelhastighet; i_A = ankarström; i_F = fältström; ϕ = magnetiskt flöde; $\lambda = K\phi = K_2 i_F$ = länkat flöde; K och K_2 konstanter.

Mekanisk effekt $P_{dev} = \omega_m T_{dev}$; **Verkningsgrad** $\eta = P_{out}/P_{in} \cdot 100\%$.

Varvtalsekvationen $J d\omega_m/dt = T_{dev} - T_L$; J = tröghetsmoment, T_L = lastens vridmoment. (T_L kan t.e.x. bero som $b\omega_m$, där b är en konst.)

Speciellt vid start $\omega_m = 0$; speciellt vid tomgång $i_A = 0$.

Speciellt vid stationärtillstånd: konstanta strömmar.

2.14.2 Växelströmsmaskiner: 3-fas asynkronmaskin

asynkronmaskin = induktionsmaskin

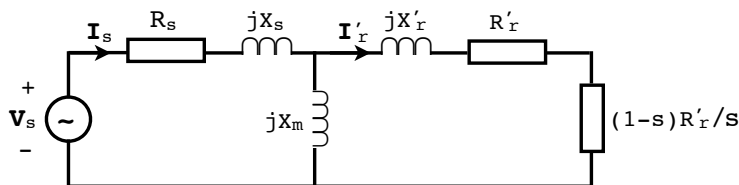
Samband mellan vinkel i **elektriska grader** θ_e och **mekaniska grader** θ_m : $\theta_e = (P/2) \theta_m$;

Synkron vinkelhastighet $\omega_s = \omega_s(P/2)$; **synkront varvtal** (rpm) $n_s = 60 f/(P/2)$;
 P =antal poler; f =nätfrekvens; $\omega = 2\pi f$ = nätvinkelfrekvens

Eftersläpning $s = (\omega_s - \omega_m)/\omega_s = (n_s - n_m)/n_s$; n_m = rotorns varvtal;

släpvinkelfrekvens $\omega_{slip} = s \omega$;

Ekvivalent krets för en fas av asynkronmotorn med rotorstorheter transformerade till statorkretsen (vinkelfrekvens ω):



För amplituderna V_s och I_s gäller dessa samband:

Delta-kopplad motor: $V_s = V_{huvudsp}$; $I_{linje} = I_s \sqrt{3}$. Y-kopplad motor: $V_s = V_{huvudsp}/\sqrt{3}$;
 $I_{linje} = I_s$.

Luftgapseffekt $P_{ag} = 3R'_r |I'_r|^2 / s$ (med komplexa effektivvärden)

Mekanisk effekt $P_{dev} = 3R'_r |I'_r|^2 (1 - s) / s$;

Vridmoment $T_{dev} = KB_r B_{total} \sin \delta$; $T_{dev} = P_{dev} / \omega_m$;

K är en konstant. B_r och B_{total} är amplituderna av rotorfältet resp. totala B-fältet.

δ = **momentvinkeln** = fasvinkeln (i el grader) mellan fälten.

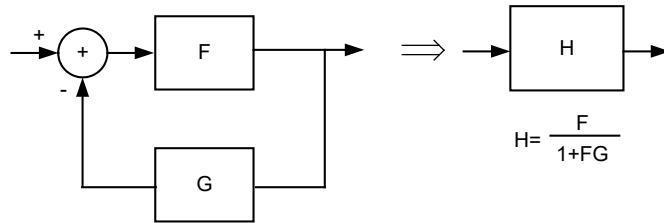
Verkningsgrad $\eta = P_{out} / P_{in} \cdot 100 \%$

Speciellt vid start ($s=1$) **startmoment** $T_{start} = P_{ag} / \omega_s$;

Komplettering av formelsamling till EEN155 2022

Relaterat till reglering

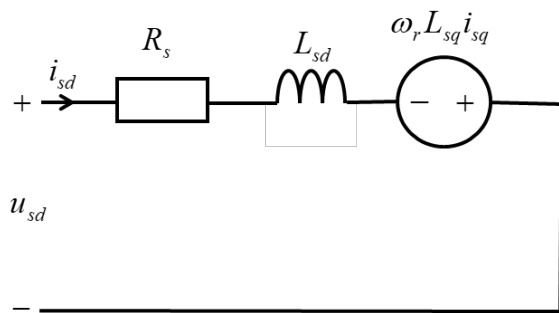
Block manipulation regel:



Överföringsfunktionen för ett första ordningens system med förstärkning 1 skrivs

$$H = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \text{ tidskonstanten kan beräknas som } \tau = \frac{1}{\alpha} \text{ och stigtiden } t_r = \frac{\ln(9)}{\alpha}$$

Växelströmsmaskin – 3-fas Permanentmagnetiserad synkronmaskin



Ekvivalent dynamiskt kretsschema för PMSM dq-modell

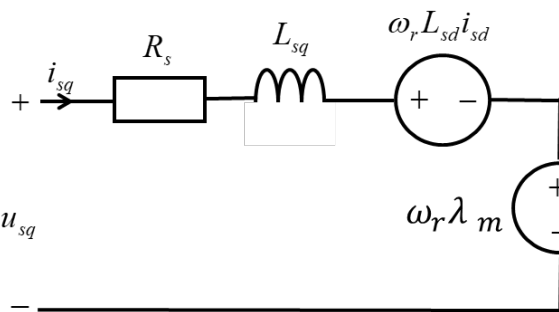
$$\underline{u}_s \text{ dq-stator-spänning} = u_{sd} + j u_{sq}$$

$$\underline{i}_s \text{ dq-stator-ström} = i_{sd} + j i_{sq}$$

R_s stator-resistans

L_{sd} stator-induktans in d-riktning

L_{sq} stator-induktans in q-riktning



ψ_m länkat flöde från magnet

$$\omega_1 \text{ statorspänningens vinkelfrekvens} = 2\pi f_s$$

$$\omega_r \text{ elektrisk rotor vinkelfrekvens [rad/s]} = \Omega_r n_p$$

$$\Omega_r \text{ mekanisk rotor vinkelfrekvens [rad/s]}$$

$$n_s \text{ mekanisk synkron hastighet [RPM]} = \frac{60f_s}{n_p}$$

$$n_r \text{ mekanisk rotorhastighet [RPM]} = \frac{30}{\pi} \Omega_r$$

$$\omega_1 = \omega_r \text{ and } n_s = n_r$$

n_p polpartal

Utvecklat vridmoment:

$$T_e = \frac{3n_p}{2} (\psi_m i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq})$$

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_L$$

Utvecklad effekt: $P_e = T_e \Omega_r = T_e \frac{\omega_r}{n_p}$

Stator effekt: $P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\underline{u}_s \underline{i}_s^*\} = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq})$

Stator lindnings(koppar)förluster: $P_{cu1} = \frac{3}{2} R_s |\underline{i}_s|^2$

MTPA = Maximum Torque Per Ampere

Effekt för stationär växelspanning – med RMS-värden

$$|S| = |U||I| = U_{RMS}I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ [VA]}$$

$$P = |S| \cos(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \cos(\varphi) \text{ [W]}$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = \cos^{-1} \frac{P}{|S|} = \sin^{-1} \frac{Q}{|S|} = \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ [rad]}$$

$$Q = |S| \sin(\varphi) = U_{RMS}I_{RMS} \sin(\varphi) \text{ [VAr]}$$

$$Z = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{|U|}{|I|} = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}}$$

$$R = |Z| \cos(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \cos(\varphi)$$

$$U = ZI$$

$$\varphi = \cos^{-1} \frac{R}{|Z|} = \sin^{-1} \frac{X}{|Z|} = \tan^{-1} \frac{X}{R} = \theta_v - \theta_i$$

$$X = |Z| \sin(\varphi) = \frac{U_{RMS}}{I_{RMS}} \sin(\varphi)$$

För ett rent resistivt element

$$P = U_{RMS}I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{R} = RI_{RMS}^2$$

$$Q = 0$$

För ett rent induktivt element

$$P = 0$$

$$Q = U_{RMS}I_{RMS} = \frac{U_{RMS}^2}{X_L} = X_L I_{RMS}^2$$

För ett rent kapacitivt element

$$P = 0$$

$$Q = -U_{RMS}I_{RMS} = -\frac{U_{RMS}^2}{X_C} = -X_C I_{RMS}^2$$

Space vectors

Three-phase to two-phase transformation, stationary system (Amplitude invariant scaling)

Transforming the 3-phase quantity s_a, s_b, s_c to $\alpha\beta$

$$\underline{s}^s = \frac{2}{3} (s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{j\frac{4\pi}{3}}) = s_\alpha + js_\beta$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix}$$

Transforming the $\alpha\beta$ quantity \underline{s}^s to 3-phase s_a, s_b, s_c

$$\begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

$\alpha\beta$ to dq transformation, rotating system

Transforming the $\alpha\beta$ quantity, \underline{s}^s , to the dq-system, \underline{s}

$$\underline{s} = s_d + js_q = \underline{s}^s e^{-j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix}$$

Transforming the dq-quantity, \underline{s} , to the $\alpha\beta$ -system

$$\underline{s}^s = s_\alpha + js_\beta = \underline{s} e^{j\theta}$$

$$\begin{bmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_d \\ s_q \end{bmatrix}$$

The transformation angle, θ , is selected so that the rotor flux is oriented in the d-direction, aligned with d.

The instantaneous power in three-phase can be calculated as

$$p(t) = (u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t)) = \frac{3}{2} (u_\alpha(t)i_\alpha(t) + u_\beta(t)i_\beta(t)) = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u}^s \underline{i}^{s*}\} = \frac{3}{2} \text{Re}\{\underline{u} \underline{i}^*\}$$