EEN155: Övningstentamen 2022 EPE 50p - Lösningsförslag

Uppgift 1 (5p)

En elektrisk laddning Q är jämnt fördelad på en halvcirkel med radien a och centrum i origo. Bestäm det elektriska fältet $\vec{E}$ (storlek och riktning) och potentialen V i origo. Tips: följande representation av den radiella enhetsvektorn kan vara användbar:

(1) $$\hat{r}_c(\phi) = \cos(\phi)\hat{x} + \sin(\phi)\hat{y}$$

Uppgift 2 (5p)

En rektangulär trådslinga med sidorna a och b i xy-planet är belägen i ett magnetfält:

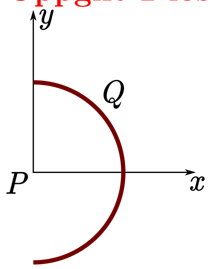
(1) $$\vec{B} = \hat{z}B_0 \sin(\omega t - ky) + \hat{y}B_0 \cos(\omega t)$$

En sida av storlek a ligger på x-axeln. Bestäm den inducerade spänningen i slingan.

Uppgift 3 (5p)

Axeln för två långa koaxiala ledande cylindrar med radierna b respektive c sammanfaller med axeln för en lång rak tråd vars tvärsnitt har radien a, $a < b < c$. Tråden bär en elektrisk ström $2I$ och varje cylinder bär en elektrisk ström I i riktningen motsatt trådens ström. De elektriska strömmarna är tidsoberoende. Tjockleken på cylinderväggarna är mycket mindre än a. Bestäm den magnetiska flödestätheten som en funktion av den radiella koordinaten.

Uppgift 1 lösn.



Potentialen är

(1) $$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\text{halvcirkel}} \frac{\mathrm{d}q}{|\vec{r}-\vec{r}'|},$$

var $\mathrm{d}q = \rho_l \mathrm{d}l' = (Q/\pi a)(a\mathrm{d}\phi')$, $\vec{r} = \vec{0}$, $\vec{r}' = a\hat{r}'_{\mathrm{c}}$, $\phi' : -\pi/2 \to \pi/2$. Därför

(2) $$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\frac{Q}{\pi a}a\mathrm{d}\phi'}{a} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

Elektriska fältet är

(3) $$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\text{halvcirkel}} \frac{\mathrm{d}q(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0\pi a^2}\int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \hat{r}'_{\mathrm{c}}(\phi')\mathrm{d}\phi' \\ &= \frac{-Q}{4\pi^2\epsilon_0 a^2}\int_{\phi'=-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\phi')\hat{x} + \sin(\phi')\hat{y}\mathrm{d}\phi' = \frac{-Q}{2\pi^2\epsilon_0 a^2}\hat{x}\end{aligned}$$

Uppgift 2 lösn.
E.m.k är $V = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$. Vi bestämmer flödet från

$$
\begin{aligned}
\Phi &= \int_{\text{slingans yta}} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{x=0}^{a}\int_{y=0}^{b} (\hat{z}B_0\sin(\omega t - ky) + \hat{y}B_0\cos(\omega t))\cdot\hat{z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\
&= B_0 a\int_{y=0}^{b}\sin(\omega t - ky)\mathrm{d}y = \frac{B_0 a}{k}\left[\cos(\omega t - kb) - \cos(\omega t)\right].
\end{aligned} \tag{4}
$$

Därefter

$$
V = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{B_0 a}{k}\left[\cos(\omega t - kb) - \cos(\omega t)\right]\right) = \frac{B_0 a\omega}{k}\left[\sin(\omega t - kb) - \sin(\omega t)\right]. \tag{5}
$$

Uppgift 3 lösn.
P.g.a. symmetri: $\vec{B} = \hat{\phi}B(r_c)$. Amperes lag, integration över en cirkulär slinga $C(r_c)$ med radien r_c centrerad på axeln:

$$
\oint_{C(r_c)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{\phi=0}^{2\pi} B(r_c)\hat{\phi}\cdot\hat{\phi}r_c\mathrm{d}\phi = 2\pi r_c B(r_c) = \mu_0 I_{\text{encl}} \tag{6}
$$

Elektrisk ström genom ytan på $C(r_c)$ är

$$
I_{\text{encl}} = \begin{cases} \frac{\pi r_c^2}{\pi a^2}2I & r < a \\ 2I & a < r < b \\ I & b < r < c \\ 0 & r > c. \end{cases} \tag{7}
$$

Då blir magnetiska flödestätheten

$$
\vec{B} = \hat{\phi}\frac{\mu_0}{2\pi}\begin{cases} \frac{r_c}{a^2}2I & r < a \\ 2I/r_c & a < r < b \\ I/r_c & b < r < c \\ 0 & r > c. \end{cases} \tag{8}
$$

Uppgift 4 (11p på uppgift)

Ett företag vill tillverka en prototyp-golfbil. En 4 kW's permanentmagnetiserad likströmsmaskin väljs som framdriftsmotor samt ett batteri med spänningen 230 V (anse denna spänning konstant under hela uppgiften). Ψ_m=1 Wb, R_a=1 Ω, L_a=28 mH. Märkspänning och märkvarvtal är 230V och 2000 rpm.

a) Bestäm tomgångsvarvtalet samt momentet när maskinen står still. (2p)

b) Beräkna och rita maskinens momentvarvtalskarakteristika om motorn körs direkt från batteriet. (2p)

c) I testriggen direktstartas maskinen helt olastad med batterispänningen 230 V. Tröghetsmomentet på maskinen är 0.2 kgm^2. Skissa ström och varvtal under starten. Ange viktiga punkter såsom slutvärden på storheterna och ungefärliga toppvärden på de två storheterna. (4p)

d) Maskinen monteras nu in i golfbilen utan omriktare och i ett driftfall (steady state) mäts ankarströmmen till I_a=19.1A. Beräkna maskinens varvtal, tillförd effekt samt förlust i lindningarna. (3p)

Lösningsförslag:

4a) Vid tomgångsdrift råder stationärtillstånd och ankarströmmen är 0. Då gäller

$$U_a = R_a I_a + E_a$$
$$R_a I_a = 0 \Rightarrow$$
$$U_a = E_a = 230V$$

Varvtalet kan nu bestämmas genom

$$E_a = \Psi_m \omega_r \Rightarrow$$
$$\omega_r = \frac{E_a}{\Psi_m} = \frac{230}{1} = 230 rad/s$$
$$n_r = \omega_r \frac{60}{2\pi} = 2196 rpm$$

Stillestånd: Ankarströmmen kan tecknas som

$$I_a = \frac{U_a - E_a}{R_a} = \frac{U_a - \Psi_m \omega_r}{R_a}$$

Momentet kan nu uttryckas som funktion av varvtalet

$$T_e = I_a \Psi_m = \frac{U_a - \Psi_m \omega_r}{R_a} \Psi_m$$

Vid stillastående rotor blir vridmomentet

$$T_e = I_a \Psi_m = \frac{230}{1} 1 = 230 Nm$$

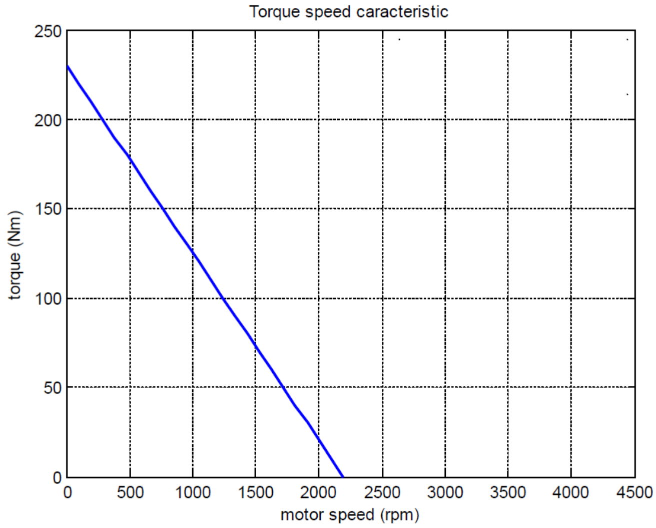
4b) Ankarströmmen kan tecknas som,

$$I_a = \frac{U_a - E_a}{R_a} = \frac{U_a - \Psi_m \omega_r}{R_a}$$

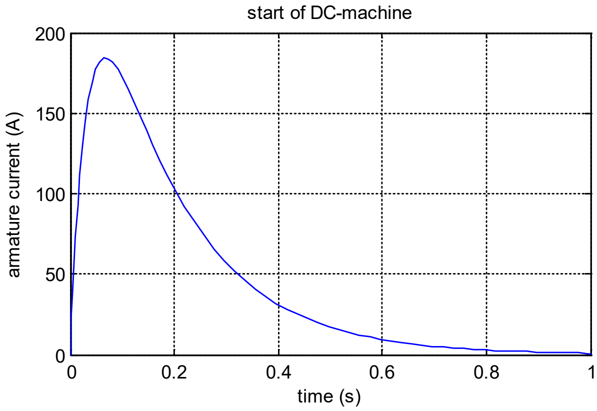
Momentet kan nu uttryckas som funktion av varvtalet

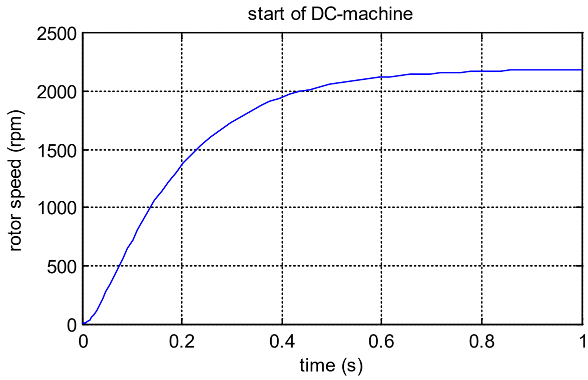
$$T_e = I_a \Psi_m = \frac{U_a - \Psi_m \omega_r}{R_a} \Psi_m$$

Figuren nedan visar moment och varvtalskarakteristiken för nominell fältspänning.



4c)





Slutvärdet på strömmen =0 A, eftersom den är olastad, slutvärde på varvtal U_a/Ψ rad/s. Toppvärde på varvtalet är lika med slutvärdet, toppvärdet på strömmen är något mindre än U_a/R_a.

4d) Den totala elektriska effekten kan beräknas som

$$P_{el} = P_a = U_a I_a = 230 \cdot 19.1 = 4393\ W$$

De elektriska förlusterna i ankarlindningen bestäms enligt

$$P_{loss} = I_a^2 R_a = 19.1^2 \cdot 1 = 365\ W$$

Maskinens varvtal :

och

$$E_a = \Psi_m \omega_r \Rightarrow$$
$$\omega_r = \frac{E_a}{\Psi_m} = \frac{210.9}{1} = 210.9\ rad/s$$
$$n_r = \omega_r \frac{60}{2\pi} = 2014\ rpm$$

Uppgift 5 (8p på uppgift)

För att kunna köra fordonet i uppgift 4 på ett rimligt sätt monteras nu en omriktare in. Man vill kunna köra motorn i intervallet 0-1500 rpm.

a) Välj vilken typ av omriktare som är lämplig. Motivera ditt val. (1p)

b) Maskinen kräver vid ett tillfälle en ankarström på 10 A och en ankarspänning på 100 V (steady state). Du har tillgång till en induktans på 5.7 mH och en kondensator på 470 uF. Det finns även tillgång till dioder och IGBTer. Bestäm switchfrekvensen så att strömripplet i induktansen blir 10 % av dess medelvärde. (alla beräkningar behöver redovisas d.v.s. att bara skriva upp uttrycket för duty-cyclen och strömripplet ger 0 poäng). (5p)

c) Med den uträknade switchfrekvensen och dutycyclen, vilken astström krävs för att hålla omriktaren i CCM (continuous conduction mode).(2p)

<u>Lösningsförslag:</u>

5a) Eftersom spänningen behöver sänkas för alla driftpunkter (strömmen hålls <= märkström) blir en buckomriktare bra.

5b) Dutycyclen D beräknas genom kunskapen att medelspänningen över induktorn är lika med 0 i steady state.

$$V_L = \frac{1}{T}\int_0^T v_L\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{DT} V_d - V_o dt + \frac{1}{T}\int_{DT}^{T} - V_o\,dt$$

$$= \frac{1}{T}(V_d - V_0)(DT) + \frac{1}{T}(T - DT)(-V_0) = V_d D - V_0 = 0 \Rightarrow$$

$$D = \frac{V_0}{V_d} = \frac{100}{230} = 0{,}435$$

induktorns medelström beräknas genom:

$I_L = I_0 = 10A$ eftersom kondensatorn har medelströmmen 0 A i steady state

vi vill således ha en rippelström som är lika med 10% av 10 A = 1A

strömripplet kan räknas ut under tiden 0-DT:

Vi har: $U = L\frac{di}{dt}$. Eftersom spänningen är konstant i detta tidsintervallet kommer strömderivatan vara konstant och $\frac{di}{dt}$ kan skrivas som $\frac{\Delta i}{\Delta t}$. Detta ger:

$$\Delta t = \frac{L*\Delta i}{(U_d - U_o)} = \frac{0.0057\cdot 1}{230-100} = 43{,}8\,us = DT \Rightarrow$$

$$T = \frac{43{,}8us}{D} = 100us$$

$$f_{sw} = \frac{1}{T} = 10kHz$$

5c) För att hålla omriktaren i CCM så måste medelströmmen vara större eller lika med halva rippelströmmen.

Detta ger

$$I_0 \geq \frac{\Delta i}{2} \Rightarrow$$

$$I_0 \geq 0.5A$$

Uppgift 6 (6p på uppgift)

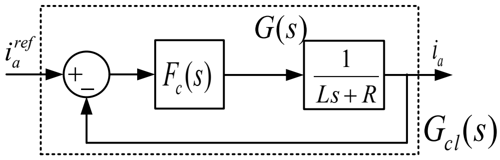
För att styra fordonet används en inre momentregleringsloop som behöver ha en tidskonstant på 20 ms. Vidare behövs en yttre varvtalsregleringsloop med en tidskonstant på 5 sekunder. Fordonets lastande moment kan antas vara proportionellt med varvtalet, med proportionalitetskonstanten B, $T_L = B\omega_r = 0.1\omega_r$ Nm.

a) Härled lämplig ström/momentregulator samt varvtals-regulator, samt ange numeriska värden på ström/moment och varvtalsregulatorn. (Att direkt utan härledning skriva upp uttrycken ger 0 poäng) (3 p)

b) Rita upp ett fullständigt blockschema för likströmsmaskinen inklusive styrningen. Ange mellan varje block vad det är för signal som går där. (Att endast skriva "ekvationsuttryck" för att representera signalerna ger 0 poäng). Någon form av fysikalisk tolkning av signalen erfordras. (3 p)

Lösningsförslag:

6a) När strömregulatorn härleds så betraktas den inducerade spänningen, e_a, som en störning. Utan framkoppling av den, $\hat{e}_a$, så sätts den till 0 vid dimensioneringen av regulatorn. Om framkoppling tas med så antas att den är ideal. I båda fallen tas e_a ej med vid dimensioneringen av regulatorn. Börjar med att rita det förenklade blockschemat för strömregulatorn och den elektriska biten av DC-motorn



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpassfilter med bandbredd $\alpha_c = 1/\tau_c$, detta ger

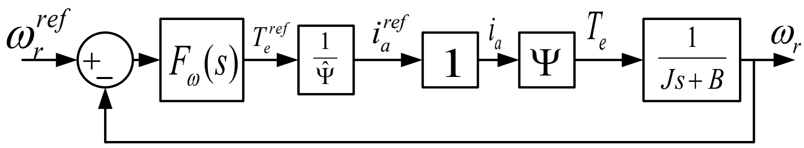
$$\frac{\alpha_c}{s+\alpha_c} = \frac{\alpha_c/s}{1+\alpha_c/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F_c(s)G(s)}{1+F_c(s)G(s)} \quad \Rightarrow$$

$$F_c(s) = \frac{\alpha_c}{s}G^{-1}(s) = \frac{\alpha_c}{s}\left(\hat{L}_a s + \hat{R}_a\right) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \quad \Rightarrow$$

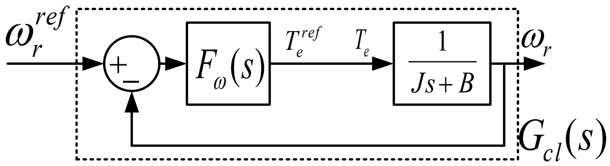
$$K_{pc} = \hat{L}_a\alpha_c = \frac{\hat{L}_a}{\tau_c} = \frac{28\cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^{-3}} = 1.4$$

$$K_{ic} = \hat{R}_a\alpha_c = \frac{\hat{R}_a}{\tau_c} = \frac{1}{20\cdot 10^{-3}} = 50$$

När varvtalsregulatorn härleds antas att strömregulatorn är ideal och eftersom den är mycket snabbare antas att referensströmmen är lika med den faktiska strömmen, dvs. $i_a^{ref} = i_a$. Börjar med att rita det förenklade blockschemat där strömregulatorn och den elektriska delen av likströmsmaskinen har ersatts med ett block med förstärkning 1



Vidare antas att det skattade länkade flödet är lika med maskinens faktiska länkade flöde, $\hat{\Psi} = \Psi$, detta ger



Det slutna systemet designas som ett första ordningens lågpassfilter med bandbredd $\alpha_\omega = 1/\tau_\omega$, detta ger

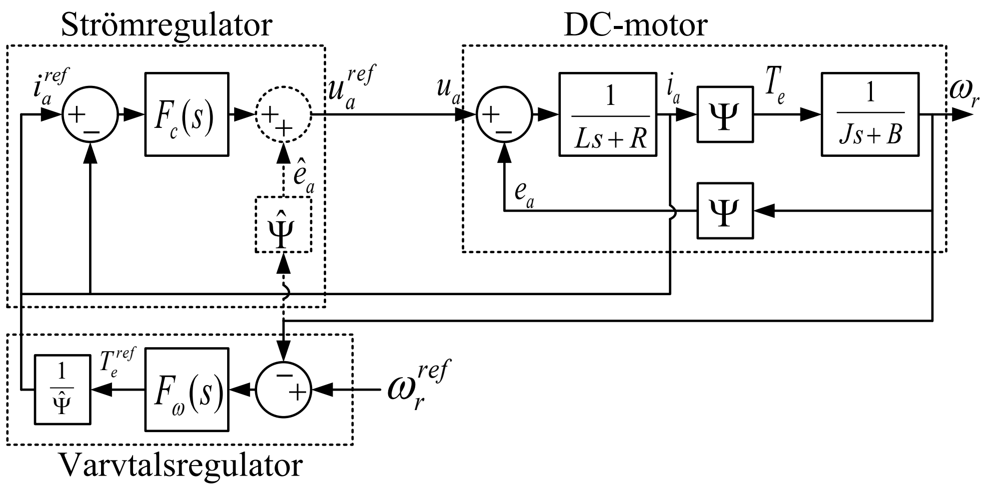
$$\frac{\alpha_\omega}{s+\alpha_\omega} = \frac{\alpha_\omega/s}{1+\alpha_\omega/s} = G_{cl} = \frac{i_a}{i_a^{ref}} = \frac{F_\omega(s)G_\omega(s)}{1+F_\omega(s)G_\omega(s)} \quad \Rightarrow$$

$$F_\omega(s) = \frac{\alpha_\omega}{s}G_\omega^{-1}(s) = \frac{\alpha_\omega}{s}\left(\hat{J}s+\hat{B}\right) = K_{p\omega} + \frac{K_{i\omega}}{s} \quad \Rightarrow$$

$$K_{p\omega} = \hat{J}\alpha_\omega = \frac{\hat{J}}{\tau_\omega} = \frac{0.2}{5} = 0.04$$

$$K_{i\omega} = \hat{B}\alpha_\omega = \frac{\hat{B}}{\tau_\omega} = \frac{0.1}{5} = 0.02$$

6b)



Uppgift 7 (10p på uppgift)

En Y-kopplad 4 kW asynkronmotor är ansluten till en frekvensomformare (omriktare) och driver en ventilationsfläkt. Fläkten kan antas ha ett kvadratiskt lastbeteende enligt $T_L = 7 \cdot 10^{-6} n_m^2$där n_m är det mekaniska varvtalet för asynkronmotorn i RPM. Asynkronmotorns märkdata är V_s=400 V 50 Hz, I_s=9.1 A, n_m=1442 RPM, $\cos\phi = 0.8$ och har följande parametrar vid en statorfrekvens på 50 Hz R_s=1.33 Ω, X_s=2.54 Ω, X_m=42.4 Ω, X'_r=2.54 Ω, R'_r=1.24 Ω.

a) Skissa asynkronmotorns moment varvtals karakteristik (moment på Y-axeln och varvtal på X-axeln) då den matas med 400 V 50 Hz. Skissa även in fläktens moment varvtals karakteristik och markera maskinens synkrona varvtal, märkdrift punkten och arbetspunkten då maskinen driver fläkten. (4p)

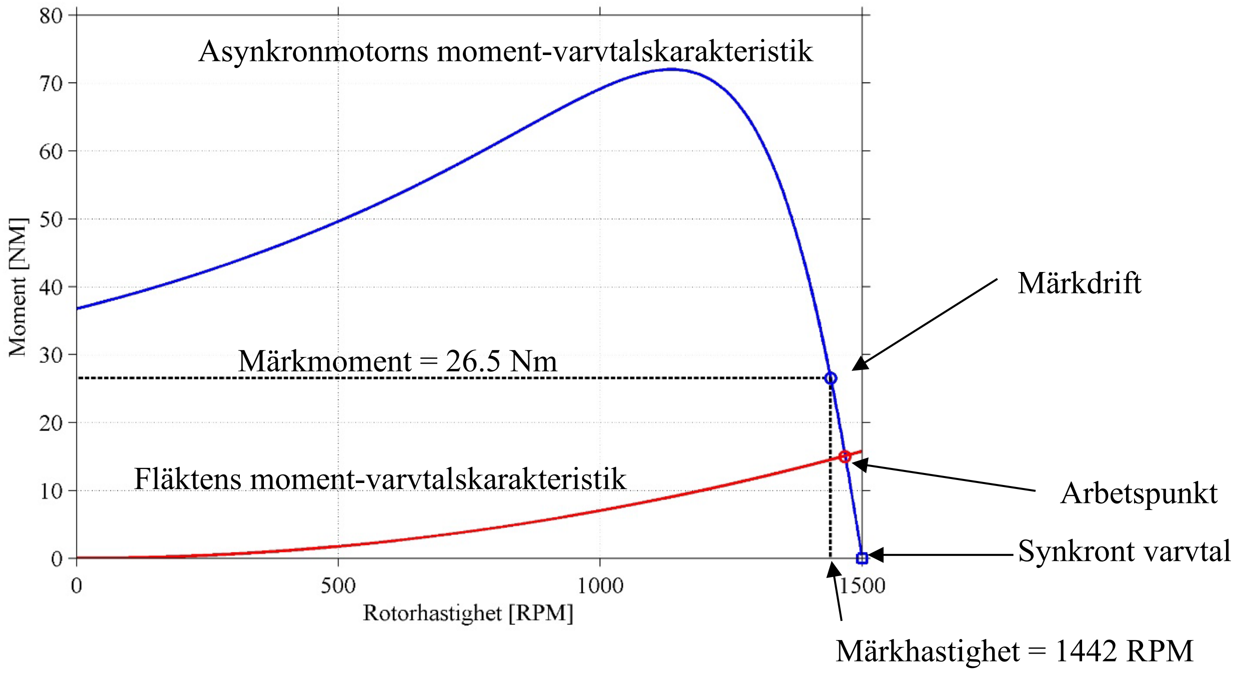
b) Beräkna maskinens varvtal då den driver fläkten och matas med 400 V 50 Hz. (3p)

c) Beräkna aktiv och reaktiv effekt samt effektfaktorn för arbetspunkten i b). Kunde b) ej lösas kan n_m=1470 RPM användas. (3p)

Lösningsförslag:

7a) Motorns märkvarvtal är 1442 RPM vilket ger att motorn måste ha ett polpartal på 2 och ett synkront varvtal på 1500 RPM.

$$T_{\text{dev}} = \frac{P_{\text{dev}}}{\omega_m} = \frac{P_{\text{dev}}}{n_m\frac{\pi}{30}} = \frac{4000}{1442\frac{\pi}{30}} = 26.5\text{Nm}$$



7b) Inom märkdriftsområdet kan asynkronmotorns moment antas vara proportionellt mot eftersläpningen, då moment-varvtalskaraktäristiken kan antas vara linjär

$$T_{\text{dev}} = ks = k\frac{n_s - n_m}{n_s} \quad \text{vet att} \quad T_{\text{dev}}(n_m = 1442) = 26.5 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{T_{\text{dev}}}{\frac{n_s - n_m}{n_s}}$$

$$= \frac{26.5}{\frac{1500 - 1442}{1500}} = 685.3$$

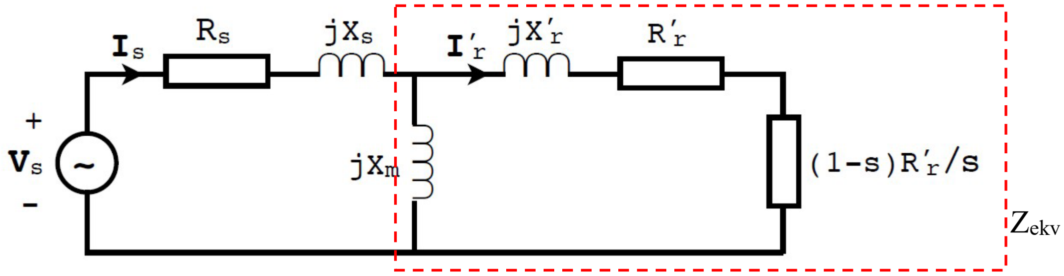
Vid arbetspunkten är

$$T_{\text{dev}} = T_L \quad \Rightarrow \quad k\frac{n_s - n_m}{n_s} = 7\cdot 10^{-6} n_m^2 \quad \Rightarrow \quad n_m^2 + \frac{685.3}{7\cdot 10^{-6} n_s} n_m = \frac{685.3}{7\cdot 10^{-6}} \quad \Rightarrow$$

$$\left(n_m + \frac{685.3}{14\cdot 10^{-6} n_s}\right)^2 = \frac{685.3}{7\cdot 10^{-6}} + \left(\frac{685.3}{14\cdot 10^{-6} n_s}\right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$n_m = -\frac{685.3}{14\cdot 10^{-6} n_s} + \sqrt{\frac{685.3}{7\cdot 10^{-6}} + \left(\frac{685.3}{14\cdot 10^{-6} n_s}\right)^2} = 1467\text{RPM}$$

7c)



Eftersläpningen vid arbetspunkten är $s = \frac{n_s - n_m}{n_s} = \frac{1500-1467}{1500} = 0.022$

Den ekvivalenta impedansen av rotorkretsen och magnetiserings induktans kan beräknas till

$$Z_{\text{ekv}} = \frac{jX_m\left(jX'_r + \frac{R'_r}{s}\right)}{jX_m + jX'_r + \frac{R'_r}{s}} = \frac{-107.7 + j2389.8}{56.36 + j44.94} = \frac{2392\angle 92.6^\circ}{72.1\angle 38.6^\circ} = 33.19\angle 54.0^\circ = 19.5 + j26.85\Omega$$

Totalimpedansen blir

$$Z_{\text{tot}} = R_s + jX_s + Z_{\text{ekv}} = 1.33 + j2.54 + 19.5 + j26.85 = 20.83 + j29.39 = 36.0\angle 54.67^\circ\Omega$$

Statorströmmen beräknas till

$$I_s = \frac{V_s}{Z_{\text{tot}}} = \left\{V_s = \frac{400}{\sqrt{3}}\right\} = \frac{400\angle 0^\circ}{\sqrt{3}36.0\angle 54.67^\circ} = 6.41\angle -54.67^\circ = 3.7 - j5.2\text{A}$$

Aktiv och reaktiv effekt

$$S_s = P_s + jQ_s = 3V_s I_s^* = \sqrt{3}400\cdot(3.7 + j5.2) \quad \Rightarrow$$
$$P_s = 2.57 \text{ kW}$$
$$Q_s = 3.62 \text{ kVAr}$$

Effektfaktorn $cos\,\phi = cos(-54.67^\circ) = 0.58$