Tentamen

EEM076 Elektriska Kretsar och Fält

Examinator: Eric Earley

09 oktober 2021 kl. 14:00 – 18:00, Maskin

Förfrågningar: Eric Earley, phone: +46 079 341 5260

Lösningar: laddas upp på Canvas efter tentamen

Resultat: Rapporteras in i Ladok

Granskning: torsdag 21 oktober kl. 14.00-15.00, på Zoom.

Länk ska skickas på Canvas.

Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Formelsamling: ett ensidigt A4 papper med egna, handskrivna anteckningar. Formelsamlingen får ej innehålla lösta exempel

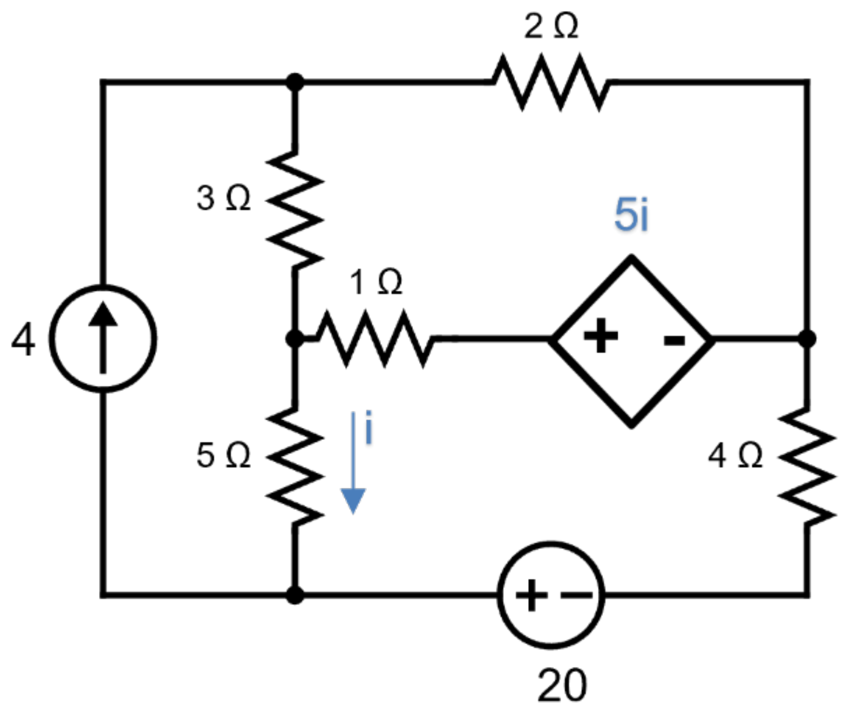
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11	11.5-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Betyg rundas uppåt till närmaste halvpoäng.

Lycka till!

Question 1: DC circuit analysis (*3p*)



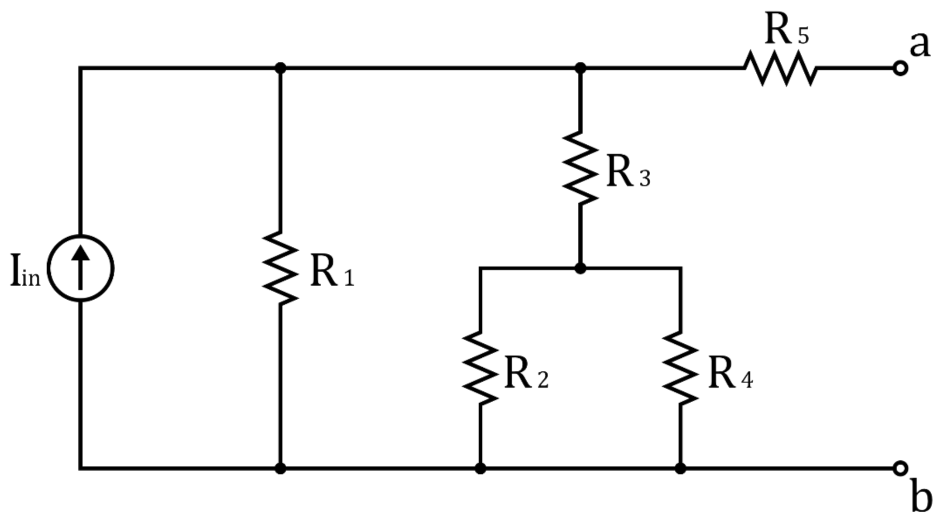
[SV] Kretsen ovan har en kombination av beroende och oberoende källor

a) Hitta i genom att använda superposition
b) Beräkna den totala energiförbrukningen av kretsen

[EN] The circuit above has a combination of dependent and independent sources

a) Find i using superposition
b) Calculate the total power consumption of the circuit

Question 2: Thévenin Equivalents (*3p*)

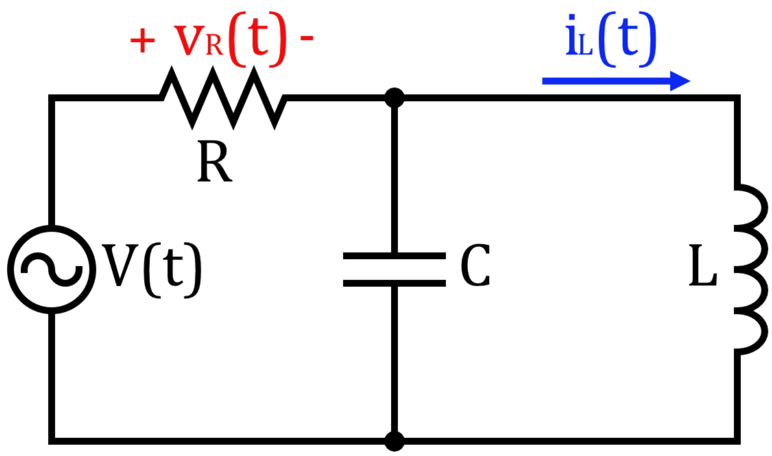


I_{in}	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
125 mA	160 Ω	90 Ω	100 Ω	180 Ω	20 Ω

[SV] En likströmskrets i form av en tvåpol visas ovan. Ta fram Thevenin ekvivalenta kretsen med avseende på polerna a och b.

[EN] A DC circuit in the form of a two-pole circuit is shown above. Develop Thevenin's equivalent for the circuit with respect to poles a and b.

Question 3: AC Circuit Analysis (*3p*)

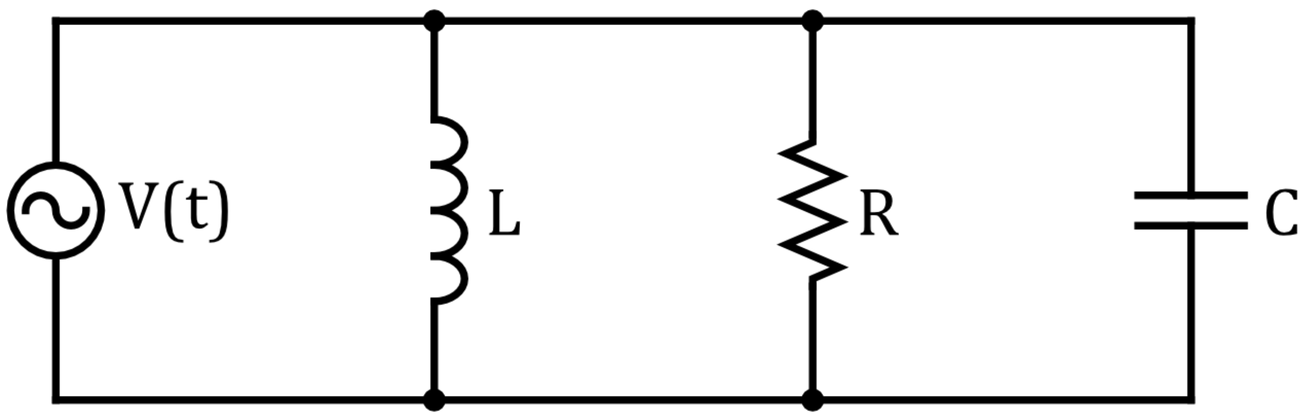


V(t)	R	C	L
5cos(1000*t* - 30°) V	2 Ω	1 mF	500 µH

[SV] För växelströmskretsen ovan, beräkna strömmen $i_L(t)$ samt spänningen $v_R(t)$ i kretsen. Anta sinusformat stationärtillstånd.

[EN] An AC circuit has an appearance as above. Calculate the current $i_L(t)$ and the voltage $v_R(t)$ in the circuit. Assume sinusoidal steady state.

Question 4: Power (*3p*)



V(t)	L	R	C
$20\cos(800t + 45°)$ V	25 mH	8 Ω	62.5 μF

[SV] Växelströmskretsen ovan består av en späningskälla samt en impedans Z bestående av tre parallellkopplade kretselement (R, L, och C). Anta sinusformat stationärtillstånd.

a) Beräkna medeleffekten som spänningskällan avger.
b) Beräkna den reaktiva effekten som spänningskällan avger.

[EN] The above AC circuit consists of a voltage source and an impedance Z made up of three parallel-connected circuit elements (R, L, and C). Assume sinusoidal steady state.

a) Calculate the average power emitted by the voltage source.
b) Calculate the reactive power emitted by the voltage source.

Question 5: Filters (*3p*)

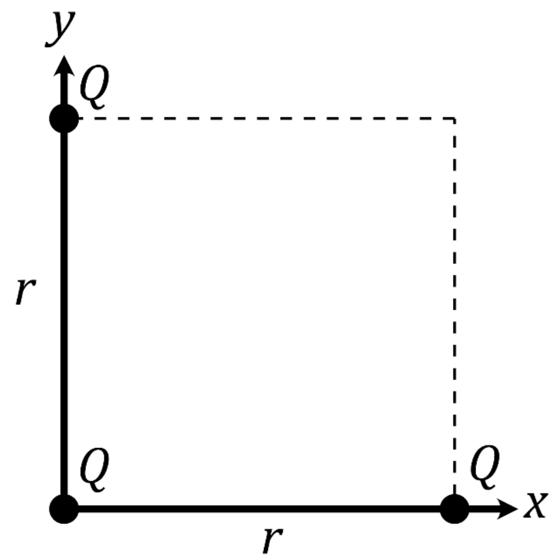
[SV] Du utvecklar ett filter för en mikrofon. Detta filter måste isolera signaler i röstbandet (500 - $4000\ \mathrm{Hz}$) och avvisa andra signaler.

a) Designa ett första ordens filter enligt dessa specifikationer med bara $159\ \mathrm{nF}$ kondensatorer och resistanserna från $20\ \Omega$ – $20\ \mathrm{k}\Omega$. Använd röstbandets gränser som avstängningsfrekvenser.
b) Rita Bode-diagrammet och fasdiagrammet för filtret.
c) Anta att resistanserna har en tolerans på ± 10%. Vad är intervallet för de faktiska avstängningsfrekvenserna för filtret?

[EN] You are developing a filter for a microphone. This filter must isolate signals within the voice band (500 – $4000\ \mathrm{Hz}$) and reject other signals outside of that frequency band.

a) Design a first-order filter to these specifications using only $159\ \mathrm{nF}$ capacitors and resistors ranging from $20\ \Omega$ – $20\ \mathrm{k}\Omega$. Use the limits of the voice band as your cutoff frequencies.
b) Plot the Bode plot and Phase plot of your filter.
c) Assume that the resistors have a tolerance of $\pm\ 10\%$. What is the range of actual cutoff frequencies of the filter?

Question 6: Electromagnetism (*3p*)



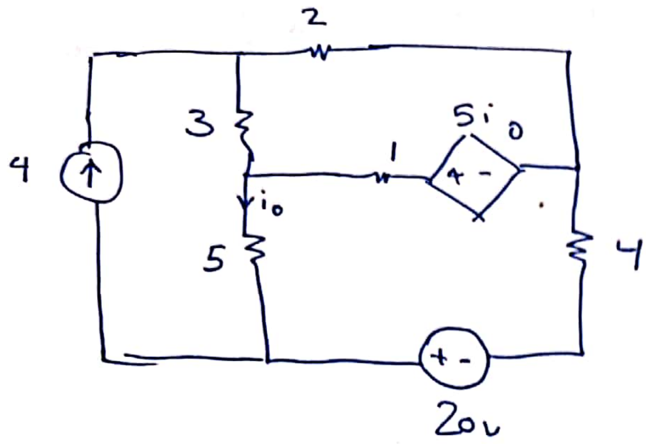
[SV] Tre identiska punktladdningar i vakuum med laddningar $+Q$ är placerade i hörnet av en kvadrat med sidan r enligt ovan. Ett fjärde hörn saknar laddning.

a) Vad är det elektriska fältet (storlek och riktning) vid det fjärde hörnet på grund av punktladdningarna i de tre övriga hörnen?
b) Vad är den elektriska potentialen i det fjärde hörnet?
c) Hur mycket arbete går det åt för att föra en annan punktladdning $+Q$ från oändligheten och placera den i det fjärde hörnet?

[EN] Three identical point charges in a vacuum with charge $+Q$ are placed in the corners of a square with sides r as shown above. A fourth corner has no charge.

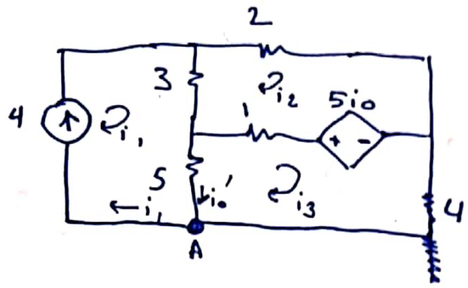
a) What is the electric field (strength and direction) in the fourth corner due to the point charges in the other three corners?
b) What is the electrical potential in the fourth corner?
c) How much work does it take to move another point charge $+Q$ from infinity and place it in the fourth corner?

1.a



$i_o = i_o' + i_o''$

Turnoff voltage Source



loop 1: $i_1 = 4A$

loop 2 $\quad -3i_1 + 6i_2 - i_3 - 5i_o' = 0$

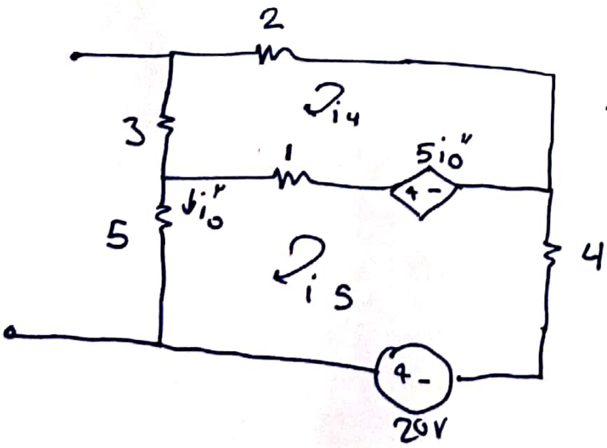
loop 3 $\quad -5i_1 - i_2 + 10i_3 + 5i_o' = 0$

Node A $\quad i_3 = i_1 - i_o' = 4 - i_o'$

from the equations above $\quad 3i_2 - 2i_o' = 8$

$i_2 + 5i_o' = 20 \Rightarrow \boxed{i_o' = \frac{52}{17} A}$

To find i_o'' we should turn off Current Source:



$\begin{cases} 6i_4 - i_5 - 5i_o'' = 0 \\ -i_4 + 10i_5 - 20 + 5i_o'' = 0 \end{cases} \quad i_5 = -i_o'' \rightarrow \quad 6i_4 - 4i_o'' = 0, \quad i_4 + 5i_o'' = -20$

$\boxed{i_o'' = -\frac{60}{17} A}$

$i_o = -\frac{8}{17} = -0.4706$

1.b We Can Calculate all the Current values from Preview part

$i_1 = 4$

$i_o' = \frac{52}{17}$

$i_o'' = -\frac{60}{17}$

$i_2 = 20 - 5i_o' = \boxed{4.71}$ $i_3 = i_1 - i_o' = 4 - \frac{52}{17} = 0.95$

$i_4 = -5i_o'' - 20 = -2.35$ $i_5 = \frac{6}{17}$

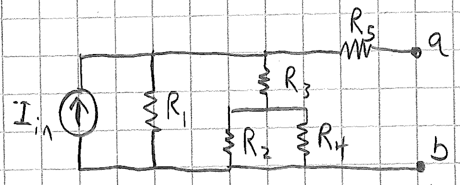
Calculate Power Consumtion when Voltage Source is off (1) and when Current is off

1 → $2i_2^2 + 3(i_2 - i_1)^2 + 4(i_3)^2 + 5i_o'^2 + (i_2 - i_3)^2 = 110.4$

2 → $2i_4^2 + 3i_4^2 + 4i_5^2 + 5i_o''^2 + (i_5 - i_4)^2 = 141.11$

$\boxed{P = 251.51 w}$

2



$I_{in} = 125\ mA$ $\quad R_3 = 100\,\Omega$

$R_1 = 160\,\Omega$ $\quad R_4 = 180\,\Omega$

$R_2 = 90\,\Omega$ $\quad R_5 = 20\,\Omega$

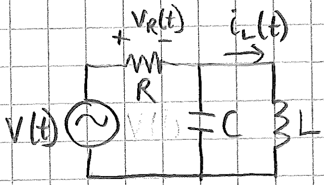
$R_{24} = R_2 \parallel R_4 = 60\,\Omega$

$R_{234} = R_{24} + R_3 = 160\,\Omega$

$R_{1234} = R_1 \parallel R_{234} = 80\,\Omega$

$$\boxed{\begin{array}{l} V_{ab} = I_{in} \cdot R_{1234} = 10V \\ R_{eq} = R_{1234} + R_5 = 100\,\Omega \end{array}}$$

3



$V(t) = 5\cos(1000t - 30°)\ V$
$= 5\angle -30°\ V$

$R = 2\,\Omega$

$C = 1\,mF \qquad Z_c = -1j\,\Omega$

$L = 500\,\mu H \qquad Z_L = 0.5j\,\Omega$

$$Z_{CL} = Z_c \parallel Z_L = \frac{j\omega L \cdot (j\omega C)^{-1}}{j\omega L + (j\omega C)^{-1}} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC} = 1j\,\Omega$$

$$V_R(t) = \frac{V(t)\, R}{R + Z_{CL}} = \frac{5\angle -30° \cdot 2}{2 + j} = \frac{5\angle -30°}{1 + j/2} = \frac{5\angle -30°}{\sqrt{1.25}\angle 27°}$$

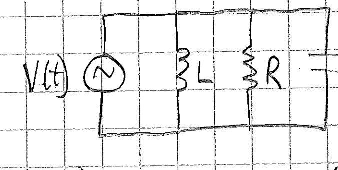
$$= \boxed{4.5\angle -57°\ V} = \boxed{4.5\cos(1000t - 57°)\ V}$$

$$i_L(t) = \frac{i_R\, Z_C}{Z_C + Z_L} = \frac{V_R}{R}\frac{Z_c}{Z_c + Z_L} = \frac{4.5\angle -57°}{2}\ \frac{(j\omega C)^{-1}}{(j\omega C)^{-1} + j\omega L}$$

$$= 2.25\angle -57° \cdot \frac{1}{1-\omega^2 LC} = 2 \cdot 2.25\angle -57° = \boxed{4.5\angle -57°\ A}$$

$$= \boxed{4.5\cos(1000t - 57°)\ A}$$

4



$V(t) = 20\cos(800t + 45°)\ V \qquad R = 8\,\Omega$

$L = 25\ mH \qquad Z_L = 20j\,\Omega$

$C = 62.5\,\mu F \qquad Z_c = -20j\,\Omega$

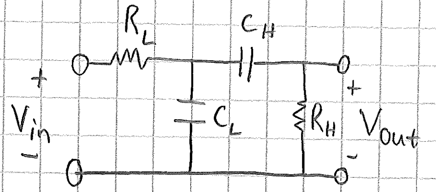
a) $S_R = \frac{1}{2} V I_R^* = \frac{1}{2}\frac{VV^*}{R} = \frac{|V|^2}{R} = \frac{(20)^2}{8} = \boxed{25\,W}$

b) $S_L = \frac{1}{2} V I_L^* = \frac{1}{2}\frac{VV^*}{Z_L^*} = \frac{|V|^2}{-Z_L} = \frac{(20)^2}{-20j} = 10\ VAR$

$S_c = \frac{|V|^2}{-Z_c} = \frac{(20)^2}{20j} = -10\ VAR$

$$\boxed{S_L + S_c = 0\ VAR}$$

5)



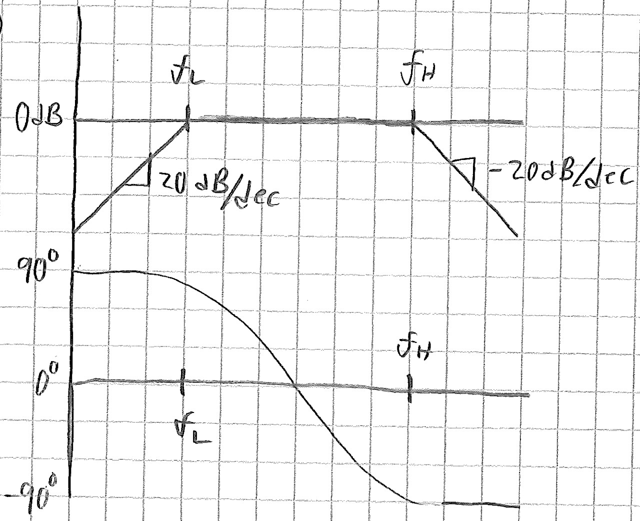
a) $f_L = (2\pi R_L C_L)^{-1} \Rightarrow R_L = (f_L 2\pi C_L)^{-1} = \boxed{2\ k\Omega}$

$f_H = (2\pi R_H C_H)^{-1} \Rightarrow R_H = (f_H 2\pi C_H)^{-1} = \boxed{250\ \Omega}$

$C_L = C_H = 159\,nF$

$f_L = 500\,Hz \quad f_H = 4000\,Hz$

b)



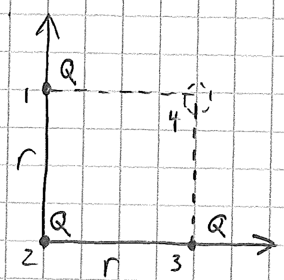
c) $R_L = [1.8\,k\Omega,\ 2.2\,k\Omega]$

$\boxed{f_L = [455\,Hz,\ 556\,Hz]}$

$R_H = [225\,\Omega,\ 275\,\Omega]$

$\boxed{f_H = [3636\,Hz,\ 4444\,Hz]}$

6)



$$\vec{E}_{14} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r\hat{\imath}}{r^3} = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_{24} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r\hat{\imath}+r\hat{\jmath}}{(\sqrt{2}r)^3} = \frac{Q}{4\sqrt{2}\pi r^2\varepsilon_0}(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_{34} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r\hat{\jmath}}{r^3} = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}\hat{\jmath}$$

a) $\vec{E} + \sum_{i=1}^{3}\vec{E}_{i4} = \boxed{\frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}(1+2^{-3/2})(\hat{\imath}+\hat{\jmath})\ V/m}$

b) $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i\neq j}\frac{q_i}{r_{ij}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r}+\frac{Q}{\sqrt{2}r}+\frac{Q}{r}\right) = \boxed{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}(2+1/\sqrt{2})\ V}$

c) $W = Q\Delta V = \boxed{\frac{Q^2}{4\pi r\varepsilon_0}(2+1/\sqrt{2})\ J}$