

Tentamen

EEM076 Elektriska Kretsar och Fält, D2

Examinator: Max Ortiz Catalan

1 juni 2016 kl. 08.30-12.30, sal: SB Multisal

Förfrågningar: Max Ortiz Catalan, phone: 0708461065

Lösningar: Anslås måndagen den 6 juni på institutionens anslagstavla, plan 5.

Resultat: Rapporteras in i Ladok

Granskning: Tisdag 21 juni kl. 10.00 - 11.00, rum 3311.

Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet),

korridor parallell med Hörsalsvägen.

Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11	11.5-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

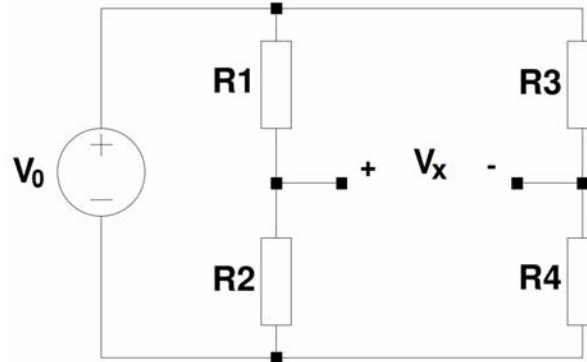
Lycka till!

1. Beräkna spänningen V_x i likströmskretsen som visas i figur 1. Beräkna även den ström som spänningskällan avger. Ange strömmens riktning i en figur.

EN: a) Calculate the voltage V_x of the DC circuit shown in Figure 1. b) Calculate the current deliver by the voltage source. c) Draw the current direction in the figure.

$$R_1 = 5.0 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 60 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 15 \text{ k}\Omega \quad V_0 = 30 \text{ V}$$



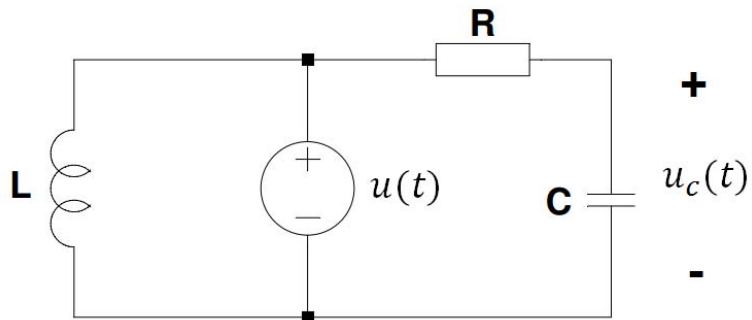
Figur 1. DC- krets.

2. Utgå ifrån växelströmskretsen som visas i figur 2 och beräkna spänningen $u_c(t)$ över kapacitansen C . Antag sinusformat stationärtillstånd.

EN: Calculate the voltage $u_c(t)$ across the capacitor C in the circuit shown in Figure 2 assuming sinusoidal steady state.

$$u(t) = 20 \cos(\omega t + 20^\circ) \text{ V} \quad \omega = (12)^{-1} \cdot 10^6 \text{ r/s}$$

$$R = 5.0 \Omega \quad C = 1.0 \mu\text{F} \quad L = 96 \mu\text{H}$$

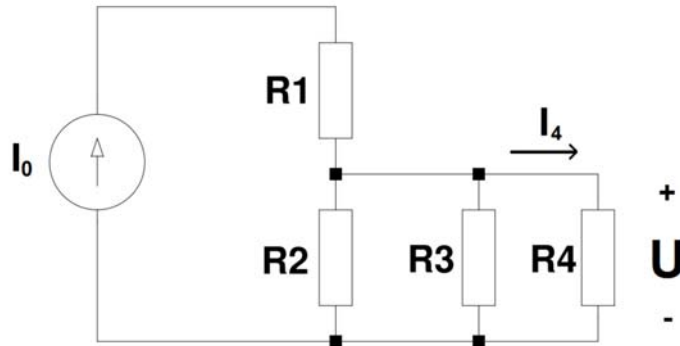


Figur 2. Växelströmsnät

3. Betrakta likströmsnätet i figur 3 nedan och beräkna strömmen I_4 samt spänningen U över resistenser R_4 .
 EN: Based on the circuit shown in Figure 3, calculate the current I_4 and the voltage U across resistances R_4 .

$$R_1=90\Omega \quad R_2=180\Omega \quad R_3=120\Omega$$

$$R_4=360\Omega \quad I_0=80\text{mA}$$



Figur 3. Likströmsnät.

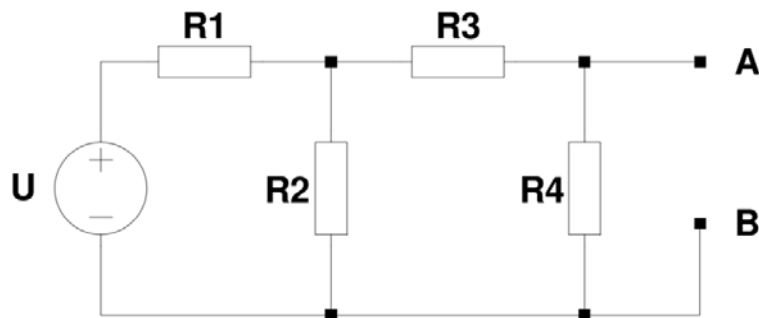
4. En likströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 4.
 a) Ta fram Thevenins ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna A och B
 b) En resistans R_5 kopplas till tvåpolen mellan A och B. Beräkna spänningen U_{AB} mellan polerna A och B. (Ansätt polaritet med plus (+) vid polen A.)

EN: A DC circuit in the form of a two-terminal network is shown in Figure 4.

- a) Find Thevenin's equivalent circuit respect to the terminals A and B
 b) If resistance R_5 is placed between terminals A and B, calculate the voltage across resistance R_5 (consider polarity positive (+) at terminal A.)

$$R_1= 200\Omega \quad R_2= 300\Omega \quad R_3=60\Omega$$

$$R_4= 220\Omega \quad R_5= 100\Omega \quad U = 120\text{V}$$

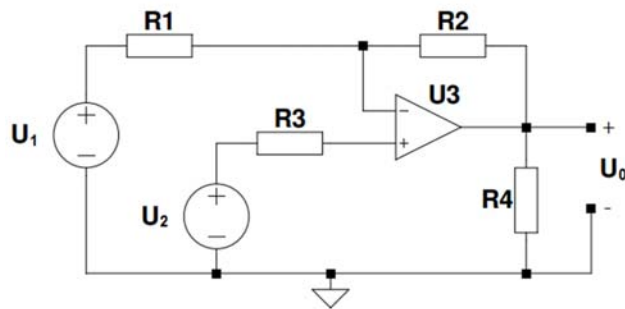


Figur 4. Tåpol

5. Studera förstärkarkretsen i figur 5. Beräkna ett uttryck för hur utspänningen U_o beror på inspänningen U_1 och U_2 . Antag att operationsförstärkaren arbetar i sitt linjära område (utgången ej bottnad) samt att den är ideal.

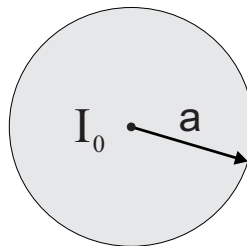
EN: Using circuit in Figur 5, derive the mathematical expression that shows how the Voltage U_o depends from U_1 and U_2 . Assume that the Op-Amp is ideal and operates in the linear region.

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_1 = 2R_3 \quad R_2 = 3R_1 \quad R_4 = R_1$$

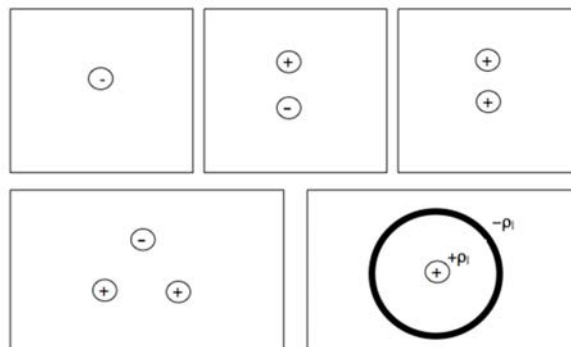


Figur 5. Operationsförstärkarens.

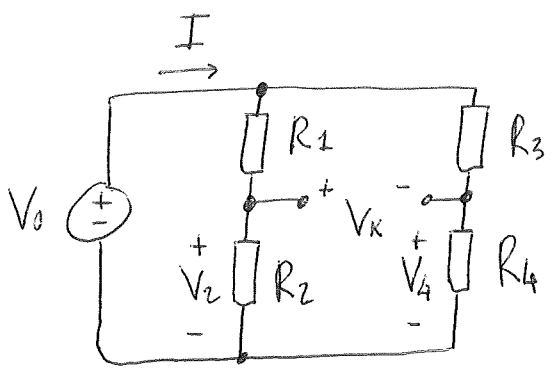
6. A) En lång, rak, solid, omagnetiskt ledare med cirkulärt tvärsnitt har radien a och leder en ström I_0 . Bestäm den magnetiska flödestätheten, B , både inuti och utanför ledaren. (2p)



- B) Skissa de elektriska fältlinjerna från följande laddningar. Markera även fältets riktning med pilar. Alla bilder visar olika konfigurationer av positivt och negativt laddade punktladdningar, förutom längst ner till höger då det är linjeladdningar. För poäng ska det principiella utseendet på fältlinjerna vara korrekt i hela det markerade kvadratiska området för respektive konfiguration. (1p)



1



- $R_1 = 5.0 \text{ k}\Omega$
- $R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega$
- $R_3 = 60 \text{ k}\Omega$
- $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$
- $V_0 = 30 \text{ V}$

KVL: $V_x = V_2 - V_4$

$$V_2 = V_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_4 = V_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$V_x = V_2 - V_4 = V_0 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) =$$

$$= 30 \left(\frac{1}{5 + 1} - \frac{15}{60 + 15} \right) = 30 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{5} \right) =$$

$$= 30 \left(\frac{5 - 6}{30} \right) = -1 \text{ V} \implies \boxed{V_x = -1 \text{ V}}$$

$$I = \frac{V_0}{R_{eq}} \implies$$

$$* R_{eq} = (R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4) = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} =$$

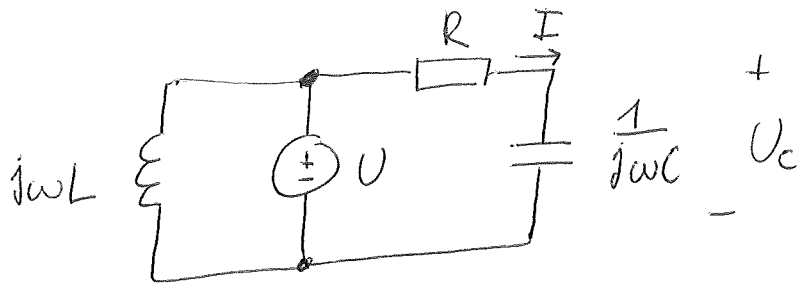
$$= \frac{(5 + 1)(60 + 15)}{5 + 1 + 60 + 15} = \frac{6.75}{81} = \frac{50}{9} \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{30 \cdot 9}{50 \cdot 10^3} = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$\boxed{I = 5.4 \text{ mA}}$$

* if $R_2 = 1 \Omega$
 $R_{eq} = 4.688 \text{ k}\Omega$
 $I = 6.4 \text{ mA}$

2



$$u(t) = 20 \cos(\omega t + 20^\circ) \text{ V}$$

$$R = 5.0 \Omega$$

$$C = 1.0 \mu\text{F}$$

$$L = 96 \mu\text{H}$$

$$\omega = (12)^{-1} \cdot 10^6 \frac{\text{r}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{12} \cdot 10^6 \frac{\text{r}}{\text{s}}$$

$$U = 20 \angle 20^\circ \text{ V}$$

$$\omega L = \frac{96}{12} = 8$$

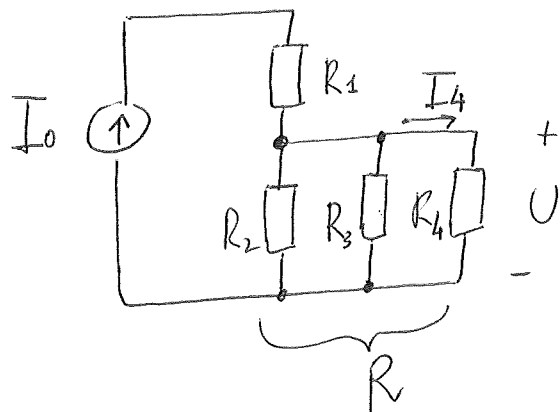
$$\frac{1}{\omega C} = 12$$

$$U_C = U \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{1 + j\omega RC} =$$

$$= \frac{20 \angle 20^\circ}{1 + j \frac{5}{12}} = \frac{20 \angle 20^\circ}{1.083 \angle 22.6^\circ} = 18.5 \angle -2.6^\circ \text{ V}$$

$$u_C(t) = 18.5 \cos(\omega t - 2.6^\circ) \text{ V}$$

3



$$R_1 = 90 \Omega$$

$$R_2 = 180 \Omega$$

$$R_3 = 120 \Omega$$

$$R_4 = 360 \Omega$$

$$I_0 = 80 \text{ mA}$$

$$R = R_2 \parallel R_3 \parallel R_4 \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

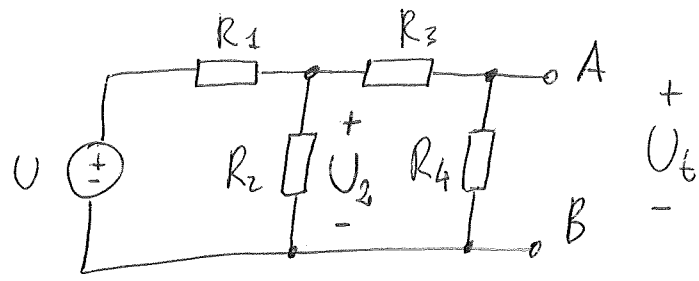
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{180} + \frac{1}{120} + \frac{1}{360} = \frac{1}{60} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) =$$

$$= \frac{1}{60} \left(\frac{2+3+1}{6} \right) = \frac{1}{60} \Rightarrow R = 60 \Omega$$

$$U = I_0 \cdot R = 0.080 \cdot 60 = 4.8 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{U}{R_4} = \frac{4.8}{360} \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_4 \approx 13.3 \text{ mA}}$$

4



- $R_1 = 200 \Omega$
- $R_2 = 300 \Omega$
- $R_3 = 60 \Omega$
- $R_4 = 220 \Omega$
- $R_5 = 100 \Omega$
- $U = 120 \text{ V}$

a) U_t

$$U_2 = U \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)} =$$

$$= U \frac{\frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}{R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}} = U \frac{1}{1 + \frac{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}{R_2(R_3 + R_4)}}$$

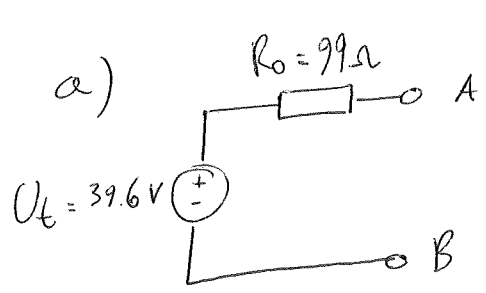
$$= U \frac{1}{1 + \frac{200(300 + 60 + 220)}{300(60 + 220)}} = U \frac{1}{1 + \frac{29}{21}} =$$

$U_2 = 0.42 \cdot U$

$U_t = U_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \implies U_t = 39.6 \text{ V}$

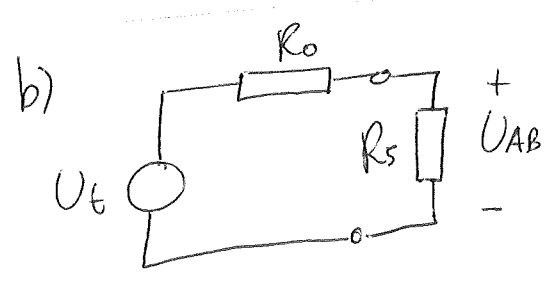
eq. resistors

$R_0 = R_4 \parallel (R_3 + R_2 \parallel R_4) = \frac{R_4 (R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}} = 99 \Omega$



$U_t = 39.6 \text{ V}$

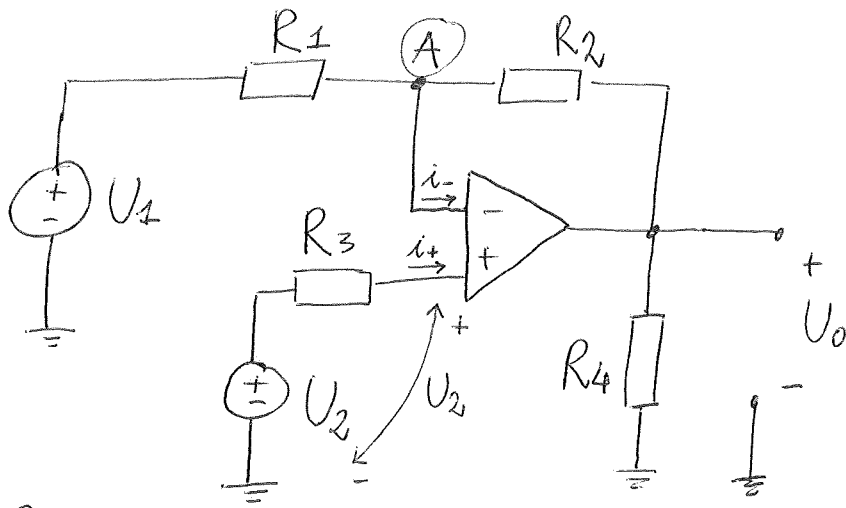
$R_0 = 99 \Omega$



$U_{AB} = U_t \frac{R_5}{R_0 + R_5} = 39.6 \frac{100}{100 + 99} =$

$U_{AB} = 19.9 \text{ V}$

5



$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 2R_3 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 3R_1 = 60 \text{ k}\Omega$$

ideal OPAMP
 $V_+ = V_-$
 $i_+ = i_- = 0$

KCLA:
$$\frac{U_1 - U_2}{R_1} + \frac{U_0 - U_2}{R_2} = 0$$

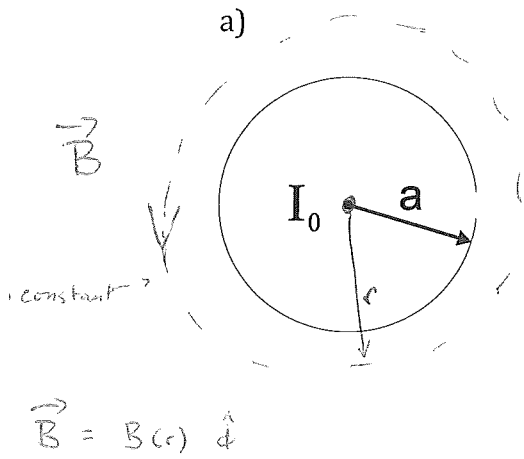
$$\frac{U_0}{R_2} = \frac{U_2}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1} = U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{U_1}{R_1}$$

$$U_0 = U_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_0 = U_2 \left(1 + \frac{3R_1}{R_1} \right) - U_1 \frac{60}{20} = 4U_2 - 3U_1$$

$$U_0 = 4U_2 - 3U_1$$

6



Ampère's law: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi r B(r)$$

a) $0 < r < a$

$$I_{enc} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

$$J = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$2\pi r B(r) = \mu \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

$$2\pi r B(r) = \pi r^2 \cdot \mu_0 J = \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \cdot \mu_0 I_0$$

$$B(r) = \frac{r}{2\pi a^2} \cdot \mu_0 I_0$$

b) $r > a$

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I_0$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

b)

