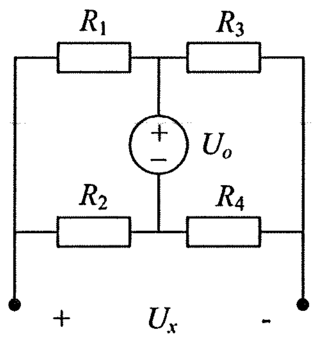
1. Likströmskretsen i figur 1 består av fyra resistanser och en spänningskälla. Beräkna spänningsen $U_x$ mellan vänster och höger sida av kretsen enligt figuren.

$R_1 = 16$ kΩ $\quad R_2 = 24$ kΩ

$R_3 = 30$ kΩ $\quad R_4 = 20$ kΩ

$U_0 = 15$ V

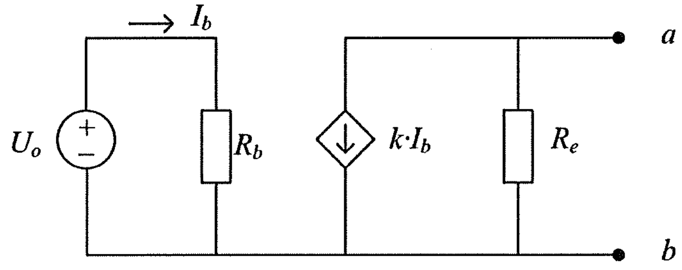



Figur 1: Likströmskrets

2. En likströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 2. Ta fram Nortons ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna $a$ och $b$.

$R_b = 40$ kΩ $\quad R_e = 10$ kΩ

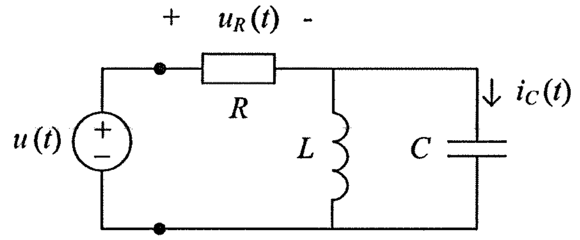
$U_o = -20$ V $\quad k = 80$




Figur 2: Tvåpol

3. En växelströmskrets har ett utseende enligt figur 3. Beräkna strömmen $i_C(t)$ samt spänningen $u_R(t)$ i kretsen. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$u(t) = 10\cos(\omega t + 30°)\text{ V} \qquad R = 10\ \Omega$$
$$\omega = 10\text{ rad/s} \qquad L = 1.0\text{ H}$$
$$C = 20\text{ mF}$$



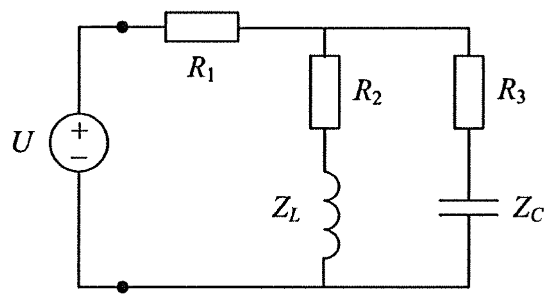

Figur 3: Växelströmskrets

4. Växelströmskretsen i figur 4 består av en spänningskälla samt en impedans $Z$ uppbyggd av fem kretselement ($R$, $L$ och $C$). Antag sinusformat stationärtillstånd. Kretsen i figuren är $j\omega$-transformerad.

$$R_1 = 1.0\ \Omega \qquad R_2 = 8.0\ \Omega \qquad R_3 = 10\ \Omega$$
$$Z_L = j6.0\ \Omega \qquad Z_C = -j4.0\ \Omega \qquad U = 24\angle 45^o\text{ V}$$

(a) Beräkna den medeleffekt som förbrukas i resistansen $R_1$.

(b) Hur påverkas resultatet i uppgift (a) om $U = 24\angle - 45^o$ V.

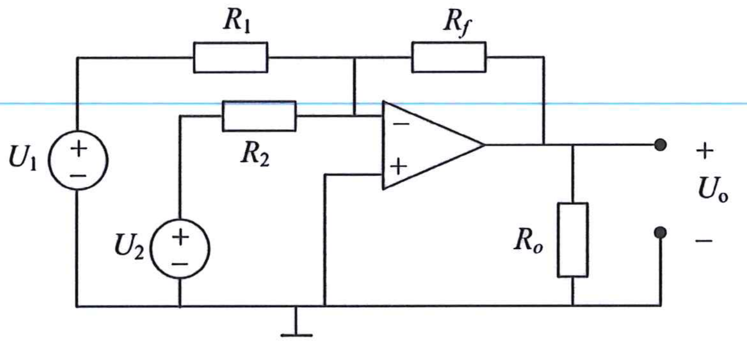



Figur 4: $j\omega$-transformerad växelströmskrets

5. Studera operationsförstärkarkretsen i figur 5. Beräkna utspänningen $U_o$ som funktion av de båda inspänningarna $U_1$ och $U_2$. Fyll i några delresultat för givna inspänningar enligt tabellen nedan. Antag ideal operationsförstärkare.

$R_1 = 10$ kΩ $\qquad R_2 = 20$ kΩ

$R_f = 30$ kΩ $\qquad R_0 = 1.0$ kΩ

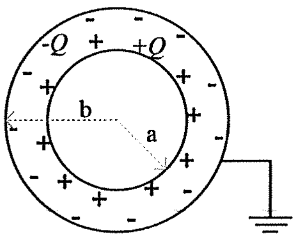



Figur 5: Operationsförstärkarkrets

Kopiera tabellen i din lösning och fyll i dina framräknade värden på utspänningen $U_o$.

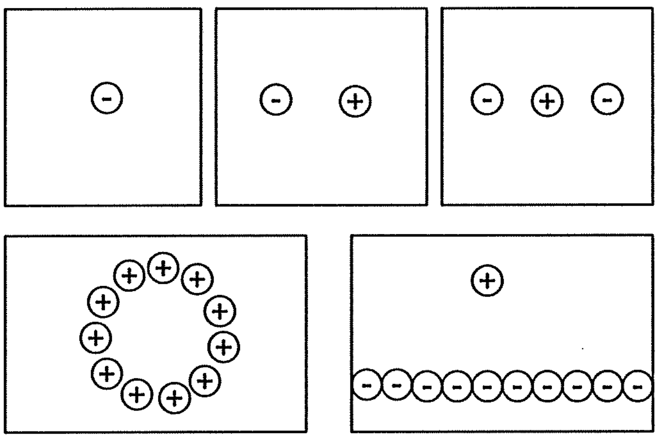
| Inspänning [V] | | Utspänning [V] |
|---|---|---|
| $U_1$ | $U_2$ | $U_o$ |
| 1 | 1 | |
| 1 | -1 | |
| 0 | -2 | |
| -2 | 4 | |

6. (a) En sfärisk vakuum-kondensator består av ett inre och ett yttre sfäriskt ledande skal, med vakuum mellan ledarna, se figur 6. Den inre ledaren med laddning $+Q$ har en radie $a$ och den yttre ledaren med $-Q$ har en radie $b$. Du kan försumma tjockleken på varje skal. Beräkna E-fältet överallt. *(2p)*




Figur 6: Sfärisk kondensator

(b) Skissa de elektriska fältlinjerna från följande laddningar i figur 7. Markera även fältets riktning med pilar. Alla bilder visar olika konfigurationer av positivt och negativt laddade punktladdningar, förutom längst ner till höger då det är linjeladdningar som ligger vinkelrätt mot papperets plan. För poäng ska det principiella utseendet på fältlinjerna vara korrekt i hela det markerade kvadratiska området för respektive konfiguration. *(1p)*

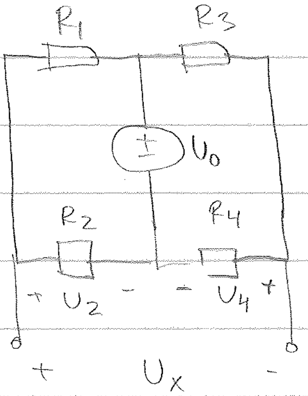


Figur 7: Olika laddningskonfigurationer

Elektriska kretsar och fält, D1

eem 076 140818

1.




$R_1 = 16\ k\Omega$

$R_2 = 24\ k\Omega$

$R_3 = 30\ k\Omega$

$R_4 = 20\ k\Omega$

$U_0 = 15\ V$

Spänningsdelning

$$U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad ; \quad U_4 = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

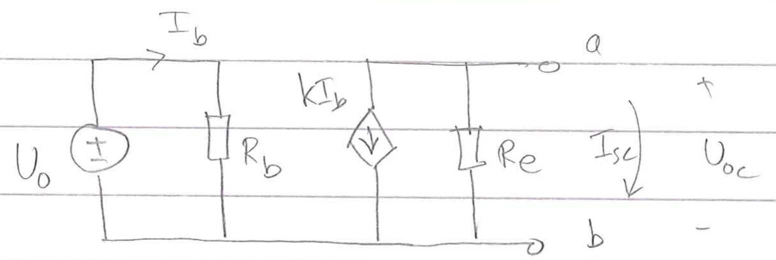
KVL: $-U_x + U_2 - U_4 = 0$

$$U_x = U_2 - U_4 = U_0 \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) =$$

$$= 15 \left( \frac{24}{16+24} - \frac{20}{30+20} \right) = 3\ V$$

eem 076
140818

2.




- Kortslutningsström, $I_{sc}$

$I_{sc} = -kI_b$

$I_b = \frac{U_0}{R_b}$

$I_{sc} = -k \cdot \frac{U_0}{R_b} = -80 \cdot \frac{(-20)}{40 \cdot 10^3} = 0{,}04 \text{ A}$

- Tomgångsspänning, $U_{oc}$ (mellan a och b)

$U_{oc} = -kI_b \cdot R_e$

$I_b = \frac{U_0}{R_b}$

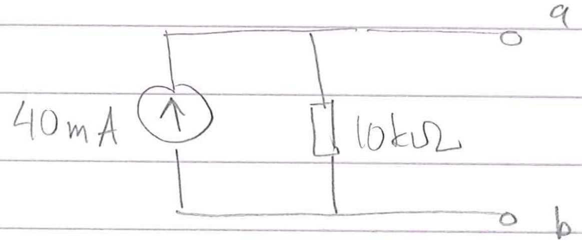
$U_{oc} = -\frac{kR_e U_0}{R_b} = -\frac{80 \cdot 10 \cdot 10^3 (-20)}{40 \cdot 10^3} =$

$= 400 \text{ V}$

- Ekvivalent resistans, $R_0$

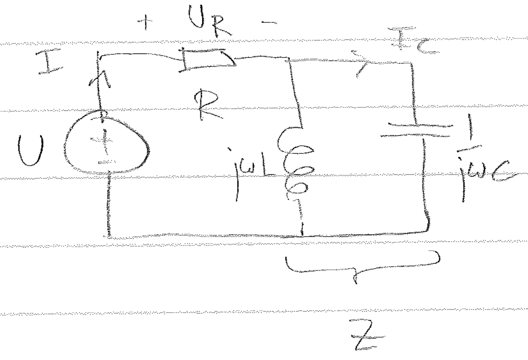
$R_0 = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{400}{0{,}04} = 10 \cdot 10^3 = R_e$

Nortons ekv. tvåpol



eem 076
140818

3




$j\omega$-transf

$$u(t) = 10\cos(\omega t + 30^\circ)\,\text{V}$$

$$\Rightarrow U = 10\angle 30^\circ \ \text{V}$$

$$R = 10\,\Omega$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$L = 1{,}0\,\text{H}$$

$$C = 20\,\text{mF}$$

$$\Rightarrow j\omega L = j10\,\Omega$$

$$1/j\omega C = -j5\,\Omega$$

$$Z = j\omega L \,//\, \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC} =$$

$$= \frac{j10}{1-2} = -j10$$

Sp. delning $$U_R = U\frac{R}{R+Z} = \frac{10\angle 30^\circ \cdot 10}{10-j10} =$$

$$= \frac{10\angle 30^\circ}{1-j} = \frac{10\angle 30^\circ}{\sqrt{2}\angle -45^\circ} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle 75^\circ$$

$$\Rightarrow u_R(t) = 7{,}07\cos(10t + 75^\circ)\,\text{V}$$

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{10}{10\sqrt{2}}\angle 75^\circ$$

Strömdelning $$I_C = I\frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = I\frac{j10}{j10 - j5} =$$

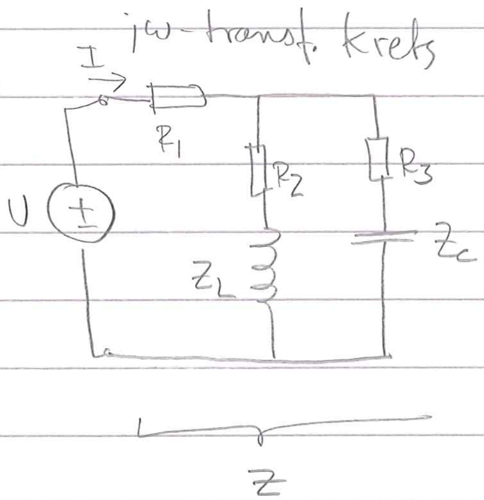
$$= 2I = \frac{2}{\sqrt{2}}\angle 75^\circ = \sqrt{2}\angle 75^\circ$$

Svar: $u_R(t) = 7{,}07\cos(10t + 75^\circ)\,\text{V}$

$i_C(t) = 1{,}41\cos(10t + 75^\circ)\,\text{A}$

eem 076
140818

4. $j\omega$-transf. krets



$R_1 = 1{,}0\ \Omega$

$R_2 = 8{,}0\ \Omega$

$R_3 = 10\ \Omega$

$Z_L = j6{,}0\ \Omega$

$Z_C = -j4{,}0\ \Omega$

$U = 24\angle 45°\ \text{V}$

$$Z = R_1 + (R_2+Z_L)//(R_3+Z_C) = R_1 + \frac{(R_2+Z_L)(R_3+Z_C)}{R_2+R_3+Z_L+Z_C} =$$

$$= R_1 + \frac{R_2R_3 + R_2Z_C + R_3Z_L + Z_LZ_C}{R_2+R_3+Z_L+Z_C} =$$

$$= 1 + \frac{80 - j32 + j60 + 24}{18 + j2} = 1 + \frac{104 + j28}{18 + j2} =$$

$$= 1 + \frac{107{,}7\angle 15{,}1°}{18{,}1\angle 6{,}3°} = 1 + 5{,}95\angle 8{,}8° =$$

$$= 6{,}88 + j0{,}91\ \Omega = 6{,}94\angle 7{,}5°$$

$$U = I \cdot Z$$

Resistans $R_1$: $\quad S_{R_1} = \frac{1}{2} U_{R_1} I^* = \frac{1}{2}(I \cdot R_1) I^* =$

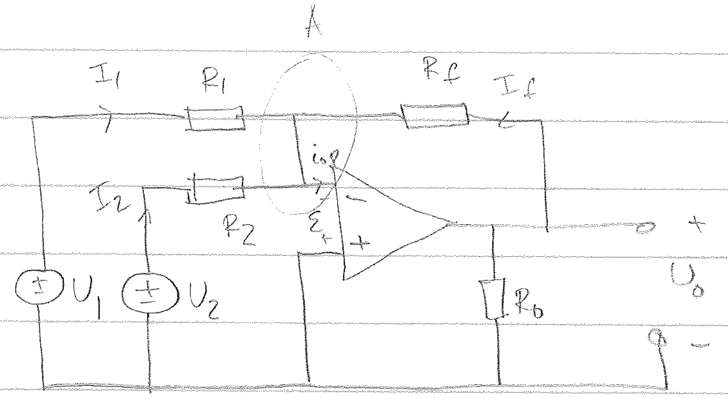
$$= \frac{1}{2} R_1 |I|^2 \quad \text{(Reellt} \Rightarrow \text{Medeleffekt)}$$

a) $\quad S_{R_1} = P_{R_1} = \frac{1}{2} R_1 \left|\frac{U}{Z}\right|^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}0 \left(\frac{24}{6{,}94}\right)^2 = 6{,}0\ \text{W}$

b) Resultatet påverkas ej, endast $|U|$ har betydelse.

eem076
140818

5.




$R_1 = 10\,k\Omega$

$R_2 = 20\,k\Omega$

$R_f = 30\,k\Omega$

$R_0 = 1{,}0\,k\Omega$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ideal op. först.}\\ \text{Neg. återkoppl.}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\varepsilon = 0\\ i_{op} = 0\end{array}\right.$$

Summera strömmar i nod A (KCL)

$$I_1 + I_2 + I_f = 0$$

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_0}{R_f} = 0$$

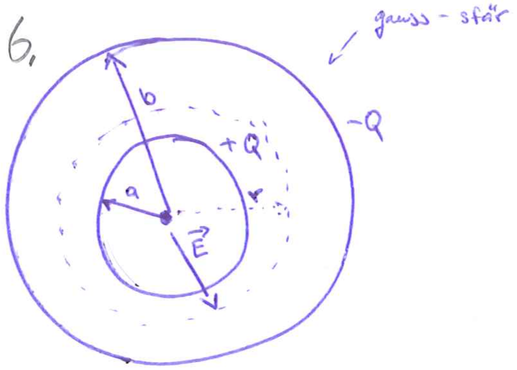
$$U_0 = -U_1 \frac{R_f}{R_1} - U_2 \frac{R_f}{R_2} =$$

$$= -U_1 \frac{30}{10} - U_2 \frac{30}{20} = -3\left(U_1 + \frac{1}{2}U_2\right) \text{ V}$$

| $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $U_0 = -3\left(U_1 + \frac{1}{2}U_2\right)$ [V] |
|---|---|---|
| 1 | 1 | −4,5 |
| 1 | −1 | −1,5 |
| 0 | −2 | 3 |
| −2 | 4 | 0 |

6.

eem076
140818




a) $r < a$ $\quad \vec{E} = 0$ laddningen innesluten i en Gauss-sfär med radien r är 0

$a < r < b$

$$\oiint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = 4\pi\varepsilon_0 r^2$$

riktningen : radiellt utåt $\quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

$r > b$ $\quad \vec{E} = 0$

b)