

1. Likströmskretsen i figur 1 är en s.k. Wheatstone-brygga. Kopplingen används ofta i olika mättekniska sammanhang. Beräkna spänningsskillnaden mellan nod a och nod b .

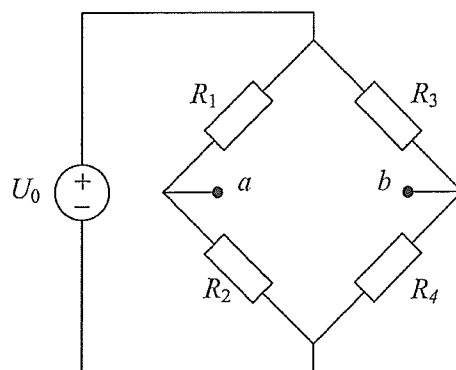
$$R_1 = 8.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 12.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 15.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 10.0 \text{ k}\Omega$$

$$U_0 = 25 \text{ V}$$



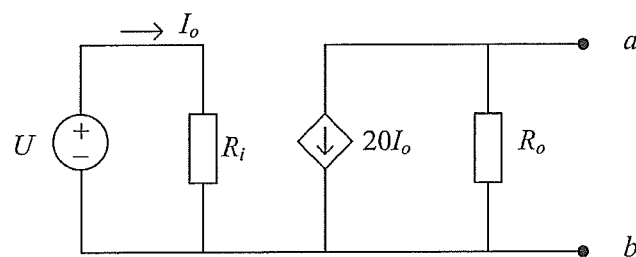
Figur 1: Wheatstone-brygga

2. En likströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 2. Ta fram Thevenins ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna a och b .

$$R_i = 3.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_o = 2.0 \text{ k}\Omega$$

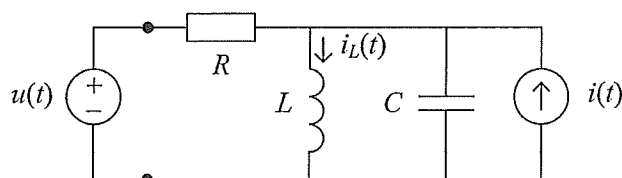
$$U = 0.60 \text{ V}$$



Figur 2: Tvåpol

3. En växelströmskrets har ett utseende enligt figur 3. Beräkna strömmen $i_L(t)$ genom induktansen i kretsen. Antag sinusformat stationärtillstånd.

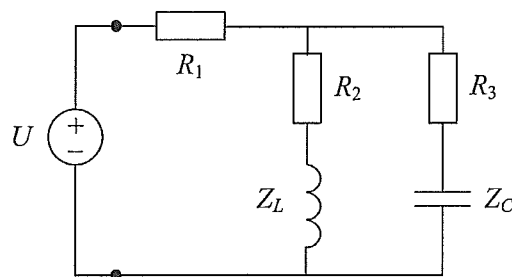
$$\begin{aligned} u(t) &= 20 \cos(\omega t - 150^\circ) \text{ V} & R &= 10 \ \Omega \\ i(t) &= 4.0 \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ A} & L &= 1.0 \text{ H} \\ \omega &= 10 \text{ rad/s} & C &= 20 \text{ mF} \end{aligned}$$



Figur 3: Växelströmskrets

4. Växelströmskretsen i figur 4 består av en spänningskälla samt en impedans Z uppbyggd av fem kretselement (R , L och C). Antag sinusformat stationärtillstånd. Kretsen i figuren är $j\omega$ -transformerad.
- (a) Beräkna den medeleffekt som spänningskällan avger.
 (b) Beräkna den reaktiva effekt som spänningskällan avger.

$$\begin{aligned} R_1 &= 2.0 \ \Omega & R_2 &= 8.0 \ \Omega & R_3 &= 10 \ \Omega \\ Z_L &= j6.0 \ \Omega & Z_C &= -j5.0 \ \Omega & U &= 16\angle 45^\circ \text{ V} \end{aligned}$$



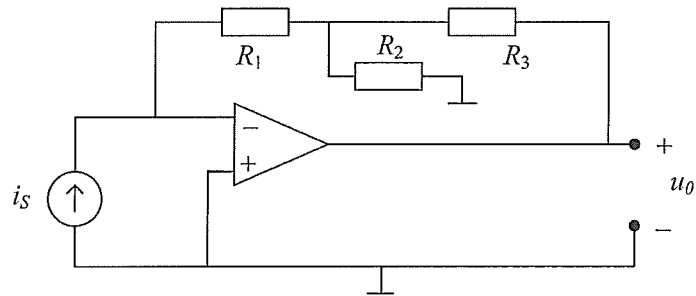
Figur 4: $j\omega$ -transformerad växelströmskrets

5. Studera operationsförstärkarkretsen i figur 5. Beräkna förstärkningskvoten u_o/i_s . Antag ideal operationsförstärkare.

$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 25 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 40 \text{ k}\Omega$$



Figur 5: Operationsförstärkarkrets

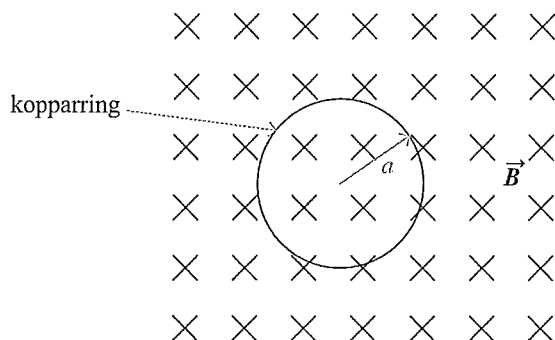
6. En kopparring med radien a och resistansen R [Ω/m] befinner sig i ett konstant magnetiskt fält \vec{B} med storleken B_o . Fältets riktning är in mot sidan och vinkelrätt mot ringens plan enligt figur 6.

- (a) Vad är det magnetiska flödet ϕ genom ringen? Uttryck ditt svar i termer av B_o , a , R och μ_o efter behov.
- (b) Nu har storleken av det magnetiska fältet minskat under ett tidsintervall från $t = 0$ till $t = T$ enligt

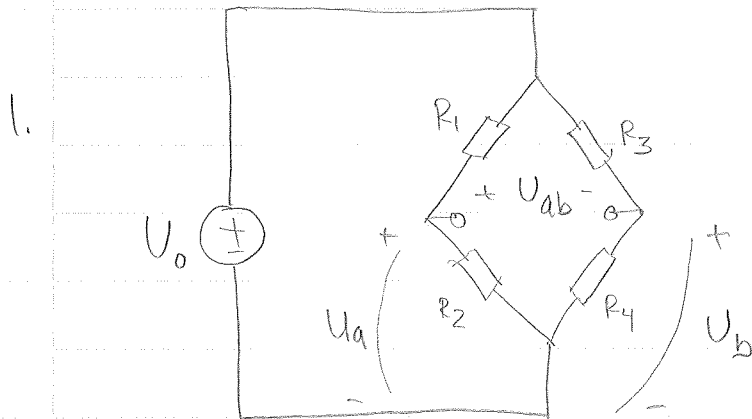
$$B(t) = B_o \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad \text{för } 0 < t \leq T$$

Vad är storleken och riktningen (visa riktningen i figur) på den inducerade strömmen I i ringen. Uttryck ditt svar i termer av B_o , a , R , μ_o , t och T efter behov.

Tips: Sambandet mellan inducerad spänning och ström beskrivs med Ohms lag.



Figur 6: Ring i magnetiskt fält



$$U_0 = 25 \text{ V}$$

$$R_1 = 8,0 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 12,0 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 15,0 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$

* U_a (Spänning över R_2)

Spänningsdelning
$$U_a = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

* U_b (Spänning över R_4)

Spänningsdela
$$U_b = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

* KVL:
$$U_{ab} + U_b - U_a = 0$$

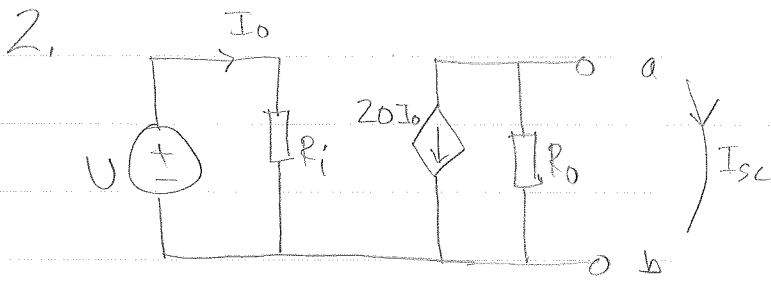
$$U_{ab} = U_a - U_b = U_0 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) =$$

$$= 25 \left(\frac{12}{8 + 12} - \frac{10}{15 + 10} \right) = 25 \left(\frac{12}{20} - \frac{10}{25} \right) =$$

$$= 25 \left(\frac{60 - 40}{100} \right) = \frac{20}{4} = 5$$

Svar:
$$U_{ab} = 5,0 \text{ V}$$

eem07b
140528



$$U = 0,60 \text{ V}$$
$$R_i = 3,0 \text{ k}\Omega$$
$$R_0 = 2,0 \text{ k}\Omega$$

Leerlaufspannung $U_{oc} = U_{ab}$

$$\begin{cases} U_{oc} = -20 I_0 \cdot R_0 \\ U = I_0 R_i \end{cases} \Rightarrow U_{oc} = -20 \cdot \frac{U}{R_i} \cdot R_0 =$$
$$= -20 \frac{0,6}{3,0} \cdot 2,0 = -8,0 \text{ V}$$

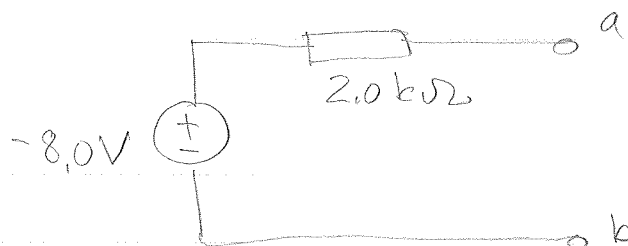
Kurzschlussstrom I_{sc} ($\Rightarrow U_{ab} = 0$)

$$\begin{cases} I_{sc} = -20 I_0 \\ I_0 = \frac{U}{R_i} \end{cases} \Rightarrow I_{sc} = -20 \cdot \frac{U}{R_i} =$$
$$= \frac{-20 \cdot 0,6}{3,0 \cdot 10^3} = -4 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Äquivalentelektroresistenz $R_0 = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$

$$R_0 = \frac{-8,0}{-4 \cdot 10^{-3}} = 2,0 \cdot 10^3 = 2,0 \text{ k}\Omega$$

Skizze



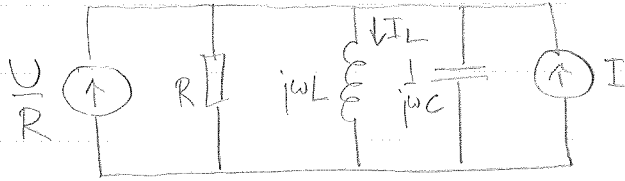
3. $j\omega$ -transformera
och Thevenin \rightarrow Norton omvandling

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$G_L = \frac{1}{j\omega L} = -j0,10 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$G_C = j\omega C = j0,20 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$G_R = \frac{1}{R} = 0,10 \text{ } \Omega^{-1}$$



Strömdelning

$$U = 20 \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$I = 4 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$R = 10 \text{ } \Omega$$

$$I_L = \left(\frac{U}{R} + I \right) \cdot \frac{G_L}{G_R + G_L + G_C}$$

$$I_L = \left(2,0 \angle -150^\circ + 4,0 \angle -45^\circ \right) \cdot \frac{-j0,10}{0,10 - j0,10 + j0,20} =$$

$$= \left(2,0 \cos(-150^\circ) + j2,0 \sin(-150^\circ) + 4,0 \cos(-45^\circ) + 4,0j \sin(-45^\circ) \right) \cdot \frac{-j}{1+j} =$$

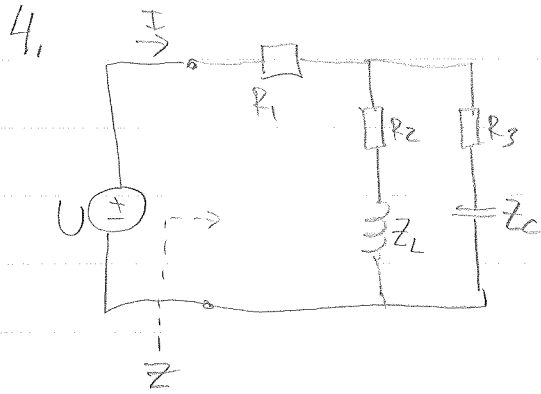
$$= \left[(-\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) + j(-1 - 2\sqrt{2}) \right] \cdot \frac{1 \angle -90^\circ}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} =$$

$$= \left(1,096 - j3,928 \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \angle -135^\circ \right) =$$

$$= 3,982 \angle -74,02 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -135^\circ = 2,82 \angle -209^\circ \text{ A}$$

$$\text{Allt, } I_L = 2,82 \angle -209 + 360^\circ = 2,82 \angle 151^\circ \text{ A}$$

$$\text{Svaci } i_L(t) = 2,82 \cos(\omega t + 151^\circ) \text{ A}$$



$$Z = R_1 + \frac{(R_2 + Z_L)(R_3 + Z_C)}{R_2 + Z_L + R_3 + Z_C}$$

Effekt som upptas i Z avges av sp. källan U

$$S = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} U \left(\frac{U}{Z} \right)^* = \frac{1}{2} \frac{|U|^2}{Z^*} = P + jQ$$

$$Z = 2 + \frac{(8 + j6)(10 - j5)}{18 + j} = 2 + \frac{2 \cdot 5(4 + j3)(2 - j)}{18 + j} =$$

$$= 2 + \frac{10(8 + 3 + j(6 - 4))}{18 + j} = 2 + \frac{10(11 + j2)}{18 + j} =$$

$$= 2 + \frac{10(11 + j2)(18 - j)}{(18 + j)(18 - j)} = 2 + \frac{10(200 + j25)}{325} =$$

$$= 2 + \frac{10 \cdot 25(8 + j)}{325} = 2 + \frac{10}{13}(8 + j)$$

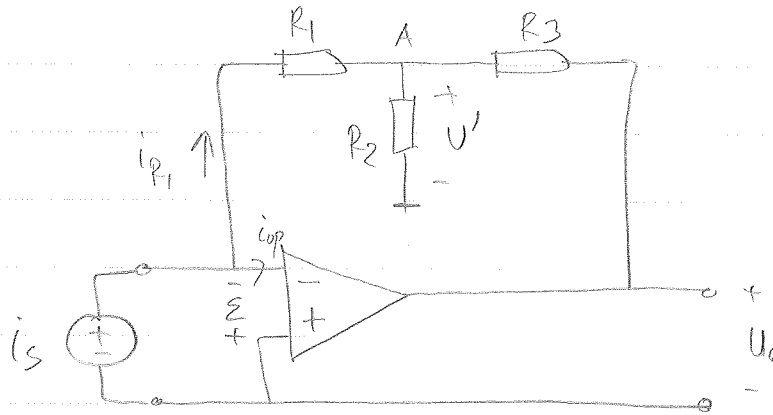
$$= 8,15 + j0,77 = 8,19 \angle +5,39^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U|^2}{Z^*} = \frac{1}{2} \frac{16^2}{8,19 \angle -5,39^\circ} = 15,63 \angle +5,39^\circ =$$

$$= 15,6 + j1,47$$

Svar: Källan avger $\left\{ \begin{array}{l} P = 15,6 \text{ W} \quad \text{Medeleffekt} \\ Q = +1,47 \text{ VAR} \quad \text{Reaktiv effekt} \end{array} \right.$

5.



$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 25 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 40 \text{ k}\Omega$$

Ideal op. först $\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow i_{op} = 0 \\ \text{Neg. återkoppl.} \end{array} \right. \Rightarrow \varepsilon = 0$

Inför spänning U' i nod A (relativt jord)

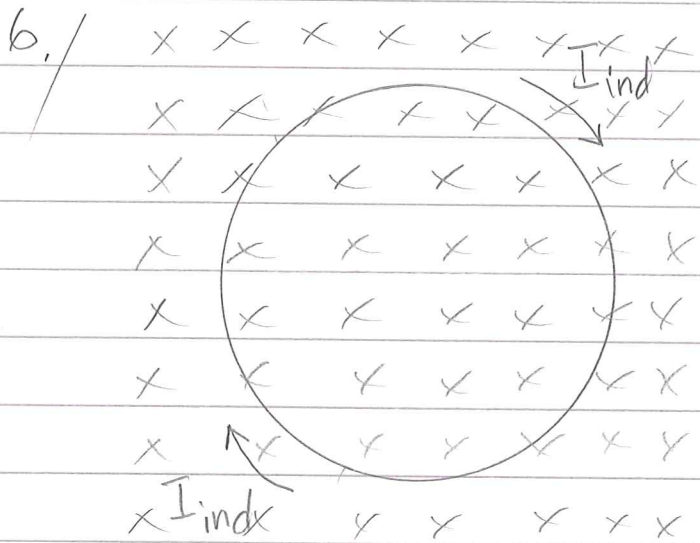
$$i_{R_1} = i_s \text{ ty } i_{op} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{KVL} \quad i_s \cdot R_1 + U' = 0 \Rightarrow U' = -i_s R_1 \\ \text{KCL}_A \quad i_s + \frac{U_o - U'}{R_3} - \frac{U'}{R_2} = 0 \end{array} \right.$$

$$i_s - U' \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) = -\frac{U_o}{R_3}$$

$$i_s \left(1 + R_1 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right) \right) = -\frac{U_o}{R_3}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_o}{i_s} &= -R_3 \left[1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2} \right] = -R_3 \left(1 + \frac{20}{40} + \frac{20}{25} \right) = \\ &= -R_3 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \right) = -R_3 \left(\frac{23}{10} \right) = -92 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{A}} \end{aligned}$$



a) Magnetiskt flöde $\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

$$\theta = 0$$

$$\underline{\underline{\Phi = B_0 \pi a^2}}$$

b) Det externa flödet är in mot sidan och minskar \Rightarrow "clockwise" riktning

$$I = \frac{1}{R_t} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{R_t} \left| \frac{d}{dt} \left(B_0 \left(1 - \frac{b}{T} \right) \pi a^2 \right) \right|$$

$$= \frac{B_0 \pi a^2}{T R_t} = \left\{ R_t = 2a \pi R \right\} =$$

$$= \frac{B_0 \pi a^2}{T 2a \pi R} = \frac{B_0 a}{2TR}$$