

Tentamen

eem076 Elektriska Kretsar och Fält, D1

Examinator: Ants R. Silberberg

24 aug 2012 kl. 08.30-12.30 , sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås måndagen den 27 aug. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Onsdag 5 sept. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311.
Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

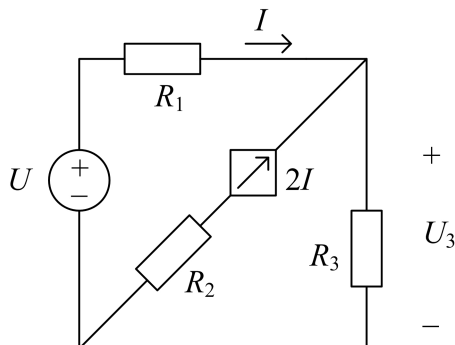
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11	11.5-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. Betrakta likströmskretsen i figur 1 nedan. Kretsen innehåller en oberoende spänningskälla, en beroende strömkälla samt tre resistanser. Beräkna spänningen U_3 över resistansen R_3 .

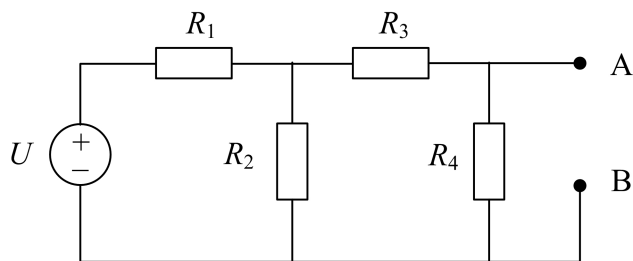
$$R_1 = 3.0 \, \Omega \quad R_2 = 5.0 \, \Omega \quad R_3 = 3.0 \, \Omega \quad U = 10 \, \text{V}$$



Figur 1: Likströmskrets.

2. En likströmskrets i form av en tvåpol visas i figur 2.
- Ta fram Thevenins ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna A och B .
 - En resistans R_5 kopplas till tvåpolen mellan A och B . Beräkna spänningen U_{AB} mellan polerna A och B . (Ansätt polaritet med plus (+) vid polen A .)

$$\begin{array}{lll} R_1 = 200 \, \Omega & R_2 = 300 \, \Omega & R_3 = 60 \, \Omega \\ R_4 = 220 \, \Omega & R_5 = 100 \, \Omega & U = 120 \, \text{V} \end{array}$$

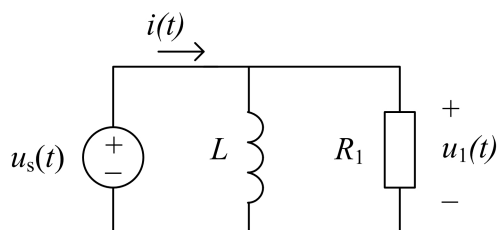


Figur 2: Tvåpol.

3. En växelströmskrets har ett utseende enligt figur 3. Beräkna spänningen $u_1(t)$ över resistansen R_1 . Antag sinusformat stationärtillstånd med den kända strömmen $i(t) = 165 \cos(700t)$ mA.

$$R_1 = 180 \, \Omega$$

$$L = 215 \, \text{mH}$$



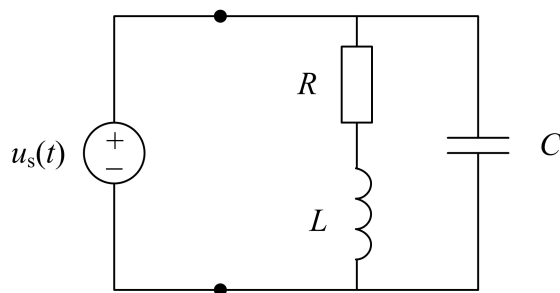
Figur 3: Växelströmskrets.

4. Betrakta växelströmskretsen i figur 4. Beräkna den medeleffekt som avges av spänningskällan. Antag sinusformat stationärtillstånd med $u_s(t) = 25 \cos(200t)$ V.

$$R = 100 \, \Omega$$

$$L = 1.0 \, \text{H}$$

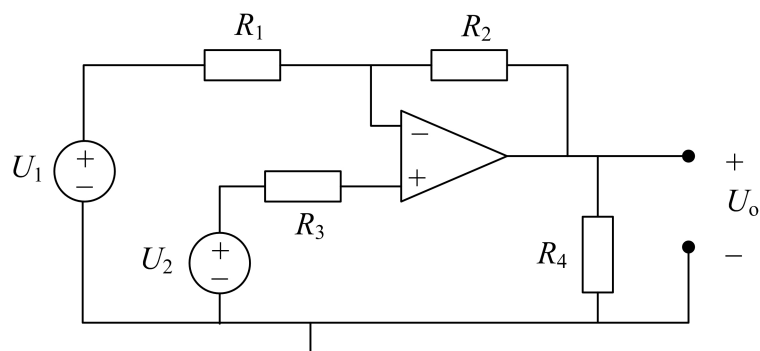
$$C = 100 \, \mu\text{F}$$



Figur 4: Växelströmskrets.

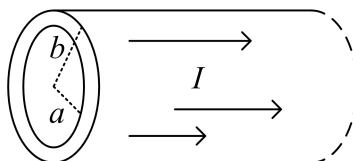
5. Studera förstärkarkretsen i figur 5. Beräkna ett uttryck för hur utspänningen U_o beror på inspänningarna U_1 och U_2 . Antag att operationsförstärkaren arbetar i sitt linjära område (utgången ej bottnad) samt att den är ideal.

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_1 = 2R_3 \quad R_2 = 3R_1 \quad R_4 = R_1$$



Figur 5: Operationsförstärkarkrets.

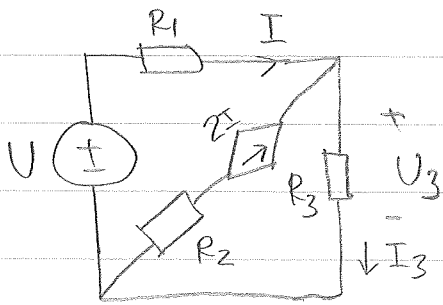
6. Genom en rörformig, lång, rak cylindrisk ledare med innerradien a och ytterradien b går en likformigt fördelad ström I . En liten del av röret visas i figur 6. Ange det algebraiska uttrycket för hur B-fältets storlek beror av avståndet r från rörets centrum (symmetriaxeln) för de tre områdena $r < a$, $a < r < b$ och $r > b$.



Figur 6: Del av en lång och rak cylindrisk ledare.

Notera: Laddningarna som bygger upp strömmen flyter i rörets väggar ($a < r < b$). Inte inuti röret eller utanför röret.

1.



$$R_1 = R_3 = 3,0 \, \Omega$$

$$R_2 = 5,0 \, \Omega$$

$$U = 10 \text{ V}$$

$$\text{KCL: } I_3 = 2I + I = 3I \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -U + IR_1 + 3I \cdot R_3 = 0 \quad (2)$$

$$\Omega \cdot \text{lag: } U_3 = I_3 R_3 = 3I R_3 \quad (3)$$

$$(2): \quad I(R_1 + 3R_3) = U$$

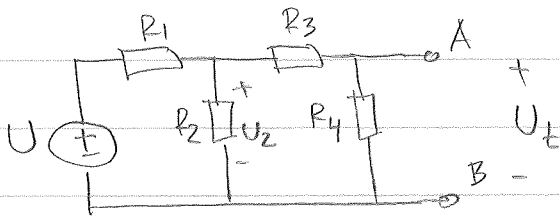
$$I = \frac{U}{R_1 + 3R_3}$$

$$(3): \quad U_3 = \frac{3R_3 \cdot U}{R_1 + 3R_3} = \frac{U}{1 + \frac{R_1}{3R_3}}$$

$$U_3 = \frac{10}{1 + \frac{3}{3 \cdot 3}} = \frac{10}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{10}{\frac{4}{3}}$$

$$U_3 = \frac{3 \cdot 10}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} \text{ V}$$

2,



- $R_1 = 200 \Omega$
- $R_2 = 300 \Omega$
- $R_3 = 60 \Omega$
- $R_4 = 220 \Omega$
- $R_5 = 100 \Omega$
- $U = 120 \text{ V}$

a) Tomgångsspänning U_t .

Sp. delning $U_2 = U \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4)} =$

$$= U \frac{\frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}{R_1 + \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}} = U \frac{1}{1 + \frac{R_1 (R_2 + R_3 + R_4)}{R_2 (R_3 + R_4)}} =$$

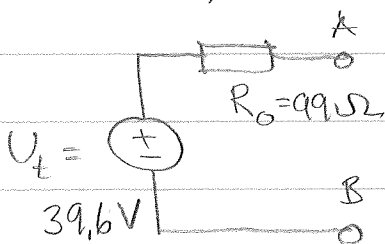
$$= U \cdot \frac{1}{1 + \frac{200(300+60+220)}{300(60+220)}} = \frac{U}{1 + \frac{29}{21}} = 0,42 U = U_2$$

$$U_t = U_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \dots = 39,6 \text{ V}$$

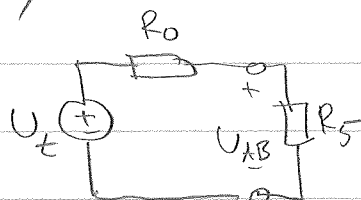
Ekv. Resistans. (nollstätt U)

$$R_0 = R_4 \parallel \left(R_3 + R_1 \parallel R_2 \right) = \frac{R_4 \cdot \left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \dots = 99 \Omega$$

Svar a)



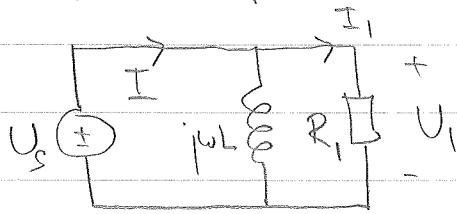
b/



Sp. delning ger

$$U_{AB} = U_t \cdot \frac{R_5}{R_0 + R_5}$$

$$U_{AB} = 39,6 \cdot \frac{100}{99 + 100} = \underline{\underline{19,9 \text{ V}}}$$

3. $j\omega$ -transformera

$$i(t) = 0.165 \cos(\omega t) \text{ A}$$

$$\omega = 700 \text{ r/s}$$

$$R_1 = 180 \text{ } \Omega$$

$$L = 215 \text{ mH}$$

$$I = 0.165 \angle 0^\circ$$

Strömdelning:

$$I_1 = I \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L}$$

och

$$U_1 = I_1 R_1 = I \frac{j\omega L R_1}{R_1 + j\omega L} = I \frac{j\omega L}{1 + j\omega \frac{L}{R_1}}$$

$$= I \frac{j 700 \cdot 0.215}{1 + j \frac{700 \cdot 0.215}{180}} = I \frac{150.5 \angle 90^\circ}{1.30 \angle 39.9^\circ}$$

$$= I \cdot 115.5 \angle 50.1^\circ = 0.165 \cdot 115.5 = 19.1 \angle 50.1^\circ$$

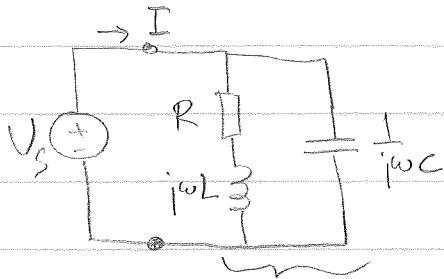
 $u_1(t)$ efterfrågas så

$$u_1(t) = 19.1 \cos(700t + 50.1^\circ) \text{ V}$$

4.

eem 076

120824

 $j\omega$ -transformera

$$Z = (R + j\omega L) \parallel \frac{1}{j\omega C}$$

$$R = 100 \Omega$$

$$L = 1,0 \text{ H}$$

$$C = 100 \mu\text{F}$$

$$u_s(t) = 25 \cos(\omega t)$$

$$U_s = 25 \angle 0^\circ$$

$$\omega = 200$$

$$U_s = Z \cdot I$$

$$S = \frac{1}{2} U_s I^* = \frac{1}{2} U_s \left(\frac{U_s}{Z} \right)^* = \frac{1}{2} \frac{|U_s|^2}{Z^* Z} = \frac{1}{2} \frac{|U_s|^2}{|Z|^2} \cdot Z$$

$$Z = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$$

$$= \frac{100 + j200 \cdot 1}{1 - 200^2 \cdot 1 \cdot 100 \cdot 10^{-6} + j200 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = \frac{100(1 + j2)}{-3 + j2}$$

$$= \frac{100(1 + j2)(3 + j2)}{-(3 - j2)(3 + j2)} = \frac{-100(-1 + j8)}{13} = \frac{100}{13}(1 - j8)$$

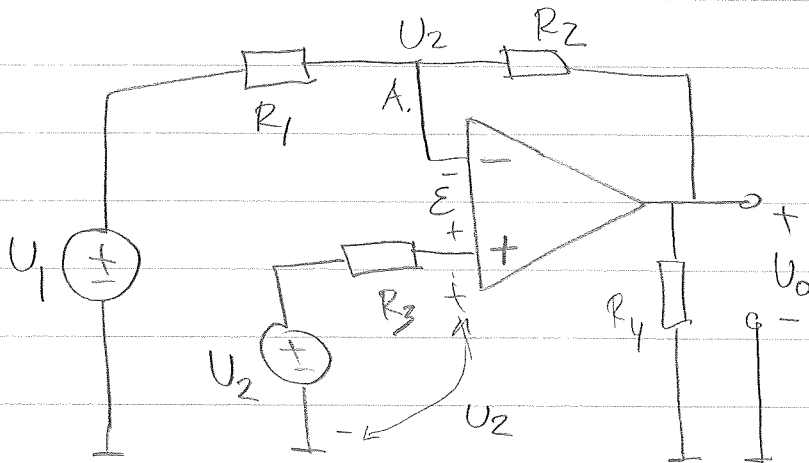
$$Z = 62,0 \angle -82,9^\circ \Omega$$

P: Medel effelet som avgas av källa = Medel effelet som upptas av Z.

$$P = \operatorname{Re}\{S\} = \frac{1}{2} \frac{|U_s|^2}{|Z|^2} \cdot \operatorname{Re}\{Z\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25^2}{(62,0)^2} \cdot \frac{100}{13}$$

$$P \approx 0,63 \text{ W}$$

5.



$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 2R_3 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 3R_1 = 60 \text{ k}\Omega$$

Neg återkoppling } $\varepsilon = 0$
 Ideal op. först } $i_{op} = 0$

Spänning vid "+" och "-" ingång relativt jord = U_2 .

$$\text{KCL}_A: \frac{U_1 - U_2}{R_1} + \frac{U_0 - U_2}{R_2} = 0$$

$$\frac{U_0}{R_2} = \frac{U_2}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1} = U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{1}{R_1}$$

$$U_0 = U_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_0 = U_2 \left(1 + \frac{3R_1}{R_1} \right) - U_1 \cdot \frac{60}{20} = 4U_2 - 3U_1$$

Svar: $U_0 = 4U_2 - 3U_1$

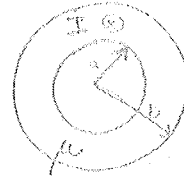
6

EEM 076

120824

Ström I är likformigt fördelad inom ledare.

Elektrisk strömstäthet : $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$



Enligt Ampères lag

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu I_0$$

$$B(r) \cdot 2\pi r = \mu I_0$$

$$B(r) = \frac{\mu I_0}{2\pi r}$$

a) $r \leq a$

$$I_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad B(r) = 0$$

b) $a < r < b$

$$I_0 = J \cdot \pi(r^2 - a^2) = \frac{I_0}{\pi(b^2 - a^2)} \cdot \pi(r^2 - a^2) = \frac{I_0(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2}$$

$$B(r) = \frac{\mu I_0(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{2\pi r}$$

c) $r \geq b$

$$I_0 = I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\mu = \mu_0$$