

## **Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16**

Institutionen för arkitektur och samhällsbyggnadsteknik, Konstruktionsteknik

### **Tentamen i BÄRANDE KONSTRUKTIONER (BOM580), TKSAM2, TISAM2 (BMT016), TKATK2**

<b>Tid och plats</b>	2020-01-16 kl. 8.30 – 13.30, SB
<b>Lärare</b>	Karin Lundgren, tel. 772 22 56
<b>Lösningar</b>	Anslås på Canvas
<b>Granskning</b>	2020-01-31 kl.13.00-14.30, SB-S393 (Sven Hultins gata 6, trapphus A, tredje våningen)

---

**Teoridel: Uppgift 1 -4**  
**Inga tillåtna hjälpmedel**

---

**Problemlösningsdel: Uppgift 5-8**  
**Alla hjälpmedel tillåtna**

---

Poängfördelning och svårighetsgrad:

	Teori					Problemlösning		
Uppgift nr	1	2	3	4	5	6	7	8
Maxpoäng	2	2	2	4	4	4	4	4
Svårighetsgrad	-	-	-	-	-	Lätt	Medel	Svår

Redovisning av lösningar:

Lösningar skall vara tydligt och fullständigt redovisade. Beräkningsantaganden, väsentliga led i lösningsgången och insättning av värden i beräkningsuttryck skall framgå. Ofullständigt redovisade lösningar kan medföra poängavdrag. Mått i figurer är angivna i mm eller i m.

**DEL 1 – utan hjälpmedel**

**Uppgift 1**

Visa med hjälp av en figur hur skjuvspänningen är fördelad över en rektangulär träbalk belastad med tvärkraft. Förklara hur ett tvärkraftsbrott i en träbalk ser ut.

**Uppgift 2**

Visa och förklara vilka snitt som blir kritiska med avseende på tvärkraft i en fritt upplagd armerad betongbalk belastad med jämnt utbredd last! Hur bestäms den dimensionerande tvärkraften?

**Uppgift 3**

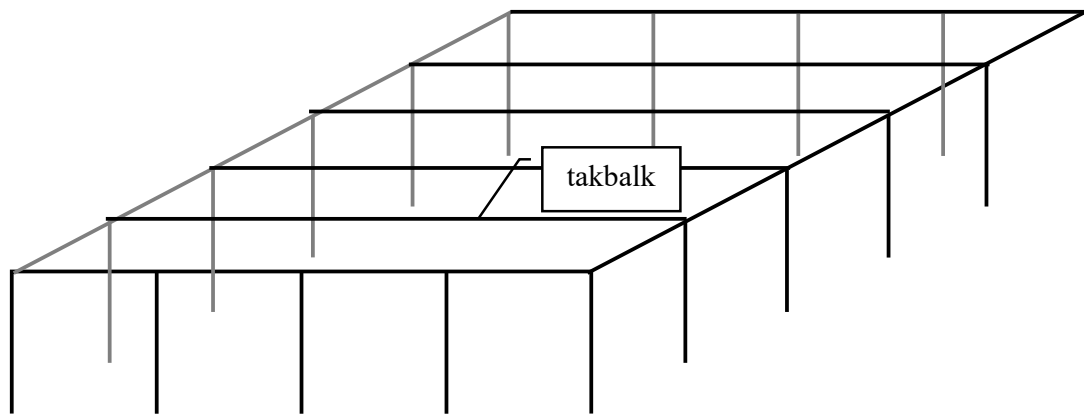
En armerad betongbalk skall utformas, och någon föreslår en enkelarmerad balk med rektangulärt tvärsnitt med mycket låg höjd. Konstruktören påpekar att det med den utformningen finns det risk för att dragarmeringen inte flyter i brottgränstillstånd. Varför är det önskvärt att armeringen flyter? Vilka åtgärder kan vara lämpliga?

## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

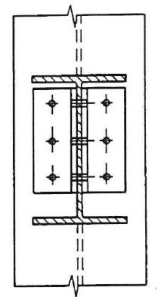
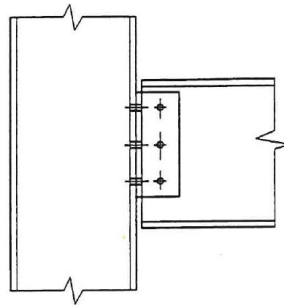
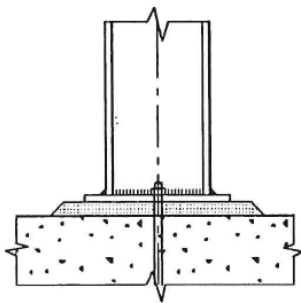
### Uppgift 4

En lagerhall skall byggas, och man planerar för att använda en stålstomme i stil med den som skissartat visas nedan. Man vill gärna använda ganska enkla förband både mellan pelare och grundplatta, och mellan pelare och balkar, liknande de som visas i figuren längst ner.

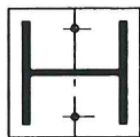
- Vilka laster bör hallen dimensioneras för?
- Föreslå hur hallen skall stabiliseras! Visa i figur/er vilka bärverkselement som behövs utöver de balkar och pelare som figuren visar.
- Visa en byggnadsmekanisk beräkningsmodell för hallen!
- För egentyngd: Skissa momentdiagram för en takbalk!



*Skiss över hela stålstommen.*



*Anslutning mellan pelare och balk, principskiss.*



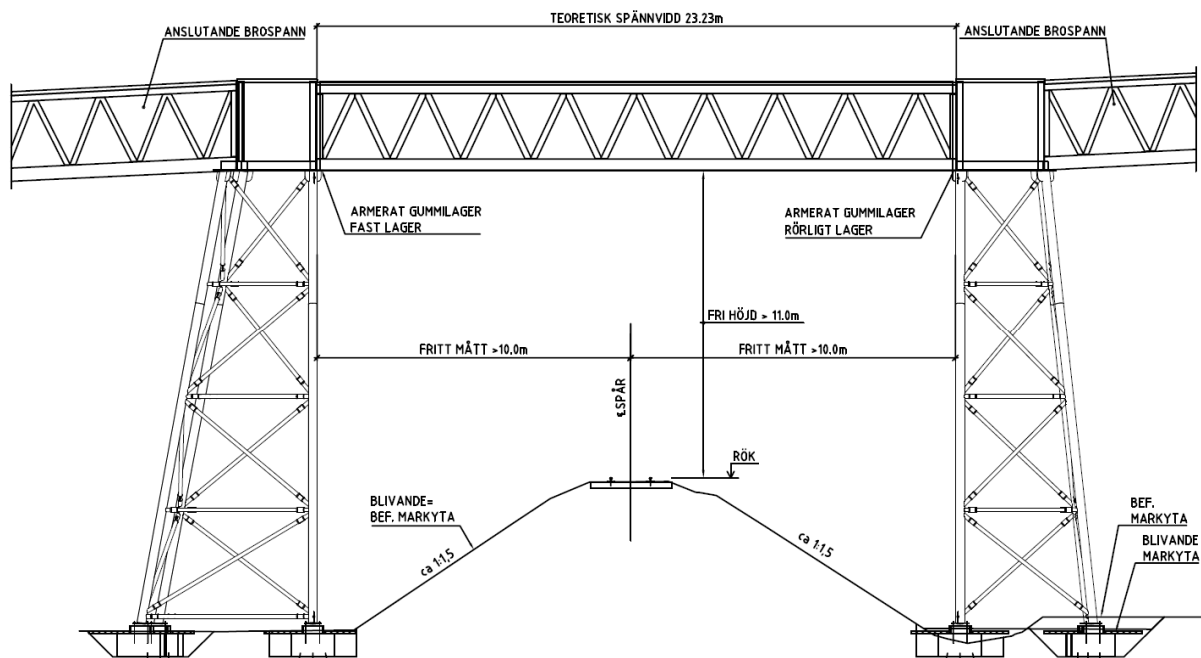
*Utformning av pelarfot.*

## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

### Uppgift 5

På Borås djurpark finns Djurparksbron som är en totalt 320 m lång gångbro där varje spann är ca 20 m. Spannen utgörs av fackverkssegment av trä som står fritt upplagda på torn av stål. Varje segment utgörs av ett bjälklag på vilket man går, två väggar som utgörs av fackverken och ett tak, där samtliga delar är av trä. I figuren visas ett utav segmenten där gångbron passerar över järnvägen.

- Vilka laster behöver fackverkssegmenten dimensioneras för?
- Visa med en skiss en byggnadsmekanisk beräkningsmodell för fackverket!
- Visa med en skiss och förklara vilka delar i fackverket som utsätts för drag- respektive tryckkrafter. Golv och tak behöver ej förklaras.
- Visa och förklara var någonstans det uppstår störst tryck- respektive dragkrafter i fackverket. Golv och tak behöver ej förklaras.



*Vy över hela bron.*

**DEL 2 – med hjälpmedel**  
**Hjälpmedel får tas fram när del 1 har lämnats in**

**Uppgift 6**

En limträbalk som ska sitta i taket på ett hus ska dimensioneras. Balken kommer att vara belastad med en utbredd last  $Q_d = 9 \text{ kN/m}$ . Balkens bredd skall vara 90 mm.

**Vilken höjd behöver limträbalken ha för att få tillräcklig kapacitet med avseende på moment och tvärkraft?**

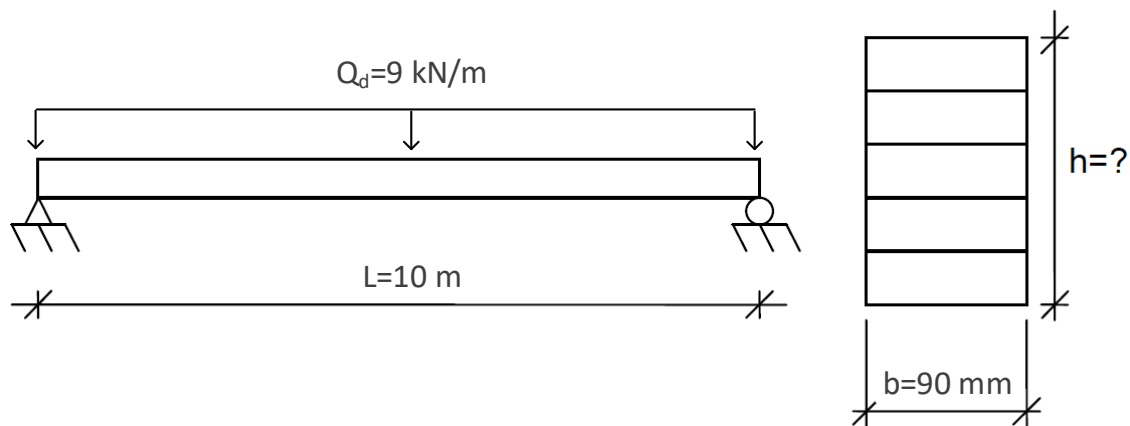
Inverkan av egentyngd kan försummas.

Limträ klass G32k

Klimatklass 1

Lastvaraktighet: medel

Balken är stagad mot vippning



## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

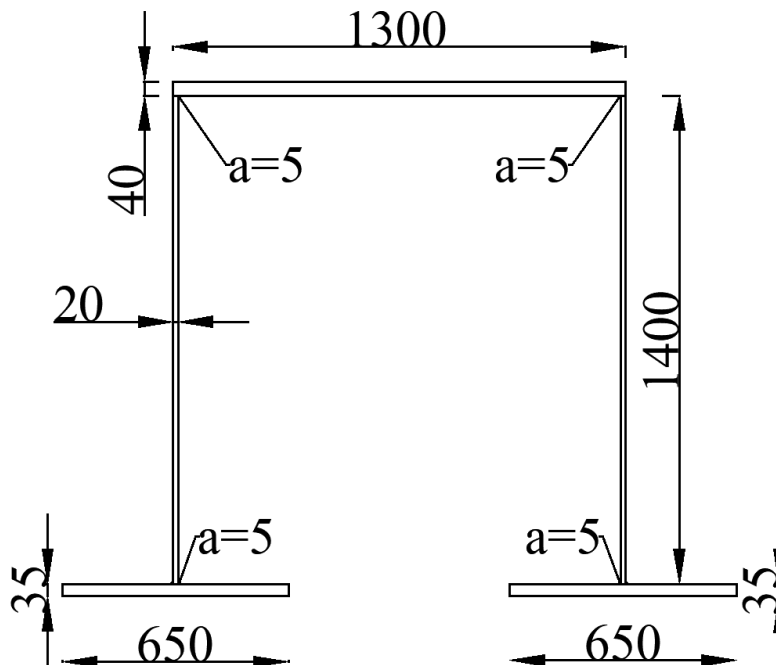
### Uppgift7

En brobalk är fritt upplagd på två stöd, med ett spann om 30 m. Brobalken är belastad **både** med en jämnt utbredd last och en punktlast i mitten. Vid det lastfall som skall kontrolleras har den utbredda lasten det dimensionerande värdet  $q_d = 150$  kN/m och punktlasten  $Q_d = 1200$  kN. Brobalken har ett tvärsnitt med mått enligt figuren nedan (båda liveknarna är lika tjocka).

**Kontrollera om brobalken har tillräckliga dimensioner för att kunna bära böjmomentet!**

Balken får anses vara stagad mot vippning. Det ingår **inte** i uppgiften att kontrollera tvärkraftskapaciteten.

Stål S355



*Tvärsnitt. Mått i mm*

## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

### Uppgift 8

En konsolbalk av armerad betong är belastad med jämnt utbredd last  $q_d = 130 \text{ kN/m}$  längs hela balken, se figuren nedan. Balken är 2 meter lång, och har ett rektangulärt tvärsnitt. Tvärsnittets bredd är 0,3 m, och effektiva höjden  $d$  varierar linjärt längs balkens längd, från 0,9 m invid inspänningen till 0,3 m vid balkens fria ände. Dragarmeringen i överkant består av  $4\Phi 16 \text{ B500B}$ .

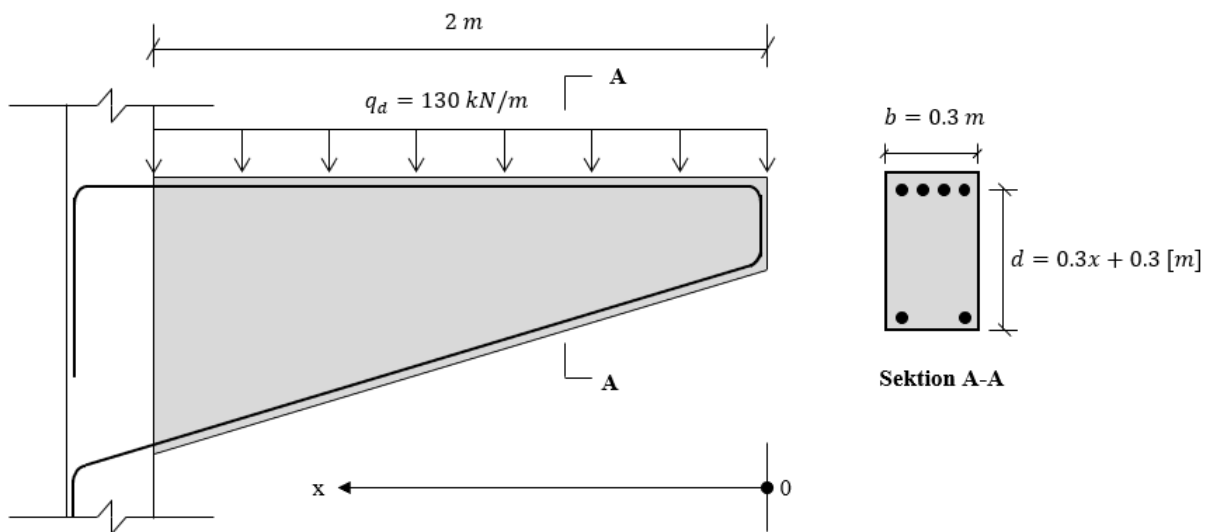
**Kontrollera var i balken det behövs tvärkraftsarmering! Visa i en enkel skiss i vilket område tvärkraftsarmering måste läggas in!**

Det ingår inte i uppgiften att kontrollera livtryckbrott. Det ingår inte heller att dimensionera tvärkraftsarmeringen – dvs du behöver inte beräkna hur många byglar som krävs, bara visa var de behövs läggas in.

Inverkan av last nära upplag får på säkra sidan försummas. Däremot måste inverkan av varierande effektiv höjd beaktas, se B.6.2.4!

Betong C35/45:  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$

Armering B500B:  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$



## **Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16**

### **Uppgift 3 – Lösning**

*Varför är det önskvärt att armeringen flyter?*

För att få ett segt verknings sätt, dvs stora deformationer innan brott. Därmed undviker man spröda brott. Därigenom får konstruktionen dels möjlighet att omfördela last (om det är ett statiskt obestämt system), eller ger åtminstone en förvarning om att det är på väg att bli överbelastat.

*Vilka åtgärder kan vara lämpliga?*

Några förslag:

- Att öka höjden.
- Att öka bredden. Det räcker att göra en bredare tryckzon, t ex genom att göra ett T-tvårsnitt.
- Att lägga in tryckarmering.

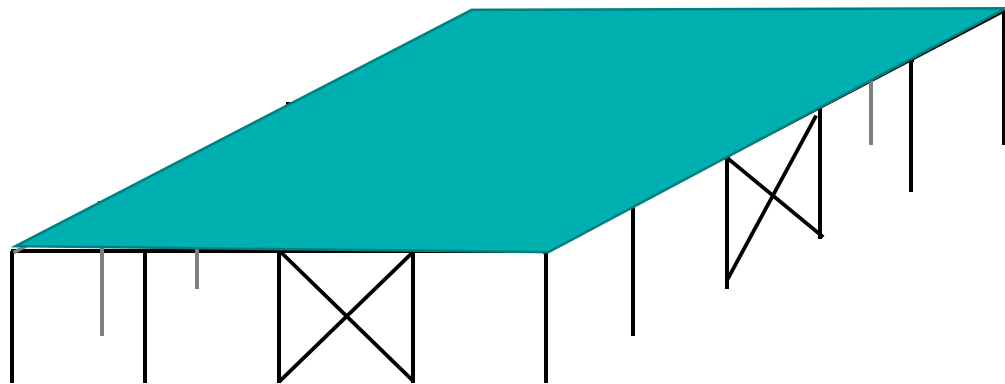


## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

### Uppgift 4 – Lösning

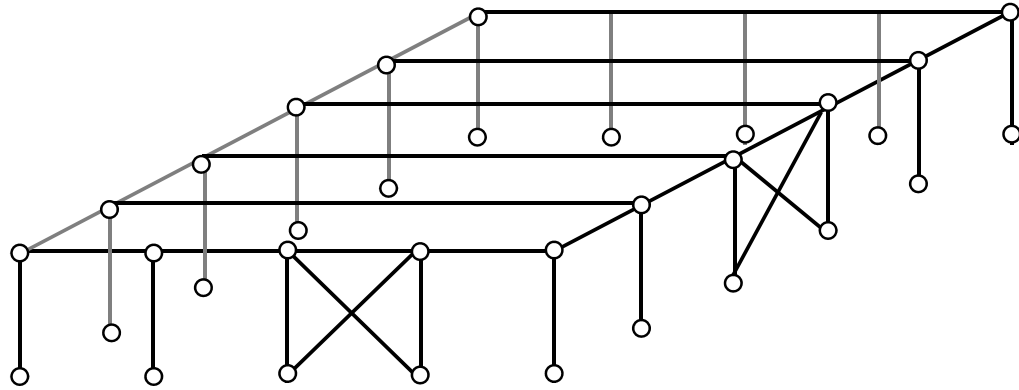
- *Vilka laster behöver hallen dimensioneras för?*  
Egentyngd, snölast, vindlast och nyttig last i form av last direkt på grundplattan, eventuell travers som belastar takbalkar etc.
- *Föreslå hur hallen skall stabiliseras! Visa i figur/er vilka bärverkselement som behövs utöver de balkar och pelare som figuren visar.*  
Anslutningarna kommer att fungera som leder (de är inte utformade för att bära moment, det är för liten hävarm mellan skruvarna). Därför behövs stommen kompletteras med antingen:
  - Krysstag i ytterväggar och tak (gör att vindlasten kan bäras av dragkrafter i krysstag)
  - Enkelt diagonalstag i ytterväggar och tak (måste då dimensioneras för att kunna bära drag alternativt tryck pga vindlast)
  - Skivor i ytterväggar och tak

Man kan också kombinera, t ex med krysstag i väggar och skiva i tak, så som visas i figuren nedan.



- Visa en byggnadsmekanisk beräkningsmodell för hallen!

Med leder i alla anslutningar!



- För egentyngd: Skissa momentdiagram för en takbalk!

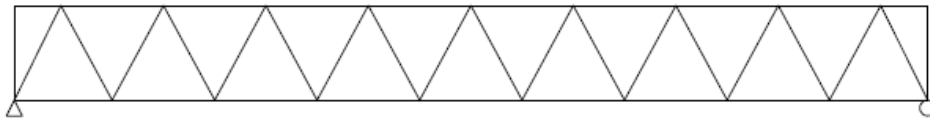
Egentyngheden är en jämnt utbredd last längs hela takbalken, som är fritt upplagd i dess båda ändar. Då ser momentdiagrammet ut som nedan.



## Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16

### Uppgift 5 – Lösning

- *Vilka laster behöver fackverkssegmenten dimensioneras för?*  
Egentyngd, snölast, vindlast och nyttig last i form av gångtrafik på bron.
- *Visa med en skiss en byggnadsmekanisk beräkningsmodell för fackverket!*



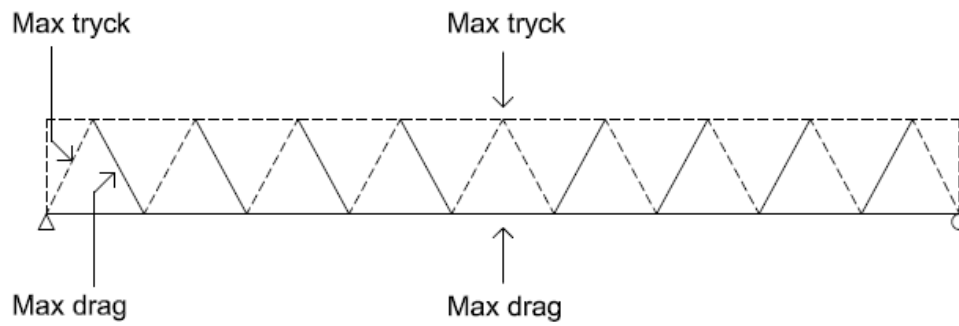
- *Visa med en skiss och förklara vilka delar i fackverket som utsätts för drag- respektive tryckkrafter. Golv och tak behöver ej förklaras.*  
Överarmstången och underarmstången tar upp momentet i ett kraftpar.  
Överarmstången blir då tryckt och underarmstången blir dragen.  
Livstängerna tar upp tvärkrafterna och stängerna som lutar mot stöden blir tryckta och tängerna som lutar ifrån stöden blir dragna. (De vertikala livstängerna vid stöd blir i princip overksamma och skulle egentligen kunna tas bort. De blir dock lite tryckta på grund av egentyngd.)



----- Tryck  
————— Drag

- Visa och förklara var någonstans det uppstår störst tryck- respektive dragkrafter.

I överarmstången och underarmstången uppstår störst krafter i mitten på spannet eftersom att momentet är störst där. För livstångerna blir störst krafter intill stöden eftersom att tvärkraften är störst där.



**Bärande konstruktioner, tentamen 2020-01-16**  
**Lösning uppgift 6**

**Indata:**

$$L := 10\text{m} \quad b := 90\text{mm} \quad h = ?$$

$$Q_d := 9\text{kN}$$

Klimatklass 1, Lastvaraktighet medel, Limträ G32k

**Dimensionerande moment och tvärkraft:**

$$M_{Ed} := \frac{Q_d \cdot L^2}{8} \quad M_{Ed} = 112.5\text{m}\cdot\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{Ed} := \frac{Q_d \cdot L}{2} \quad V_{Ed} = 45\text{m}\cdot\text{kN}$$

**Dimensionerande materialegenskaper:**

$$f_d = k_{mod} \cdot k_h \cdot \kappa_{crit} \cdot \frac{f_k}{\gamma_m}$$

$$\text{G32k:} \quad f_{mk} := 32\text{MPa} \quad f_{vk} := 3.8\text{MPa}$$

$$\text{Klimatklass 1, lastvaraktighet medel:} \quad k_{mod} := 0.8$$

$$h > 600 \text{ mm:} \quad k_h := 1$$

$$\text{Stagad mot vippning:} \quad \kappa_{crit} := 1$$

$$\text{Limträbalk:} \quad \gamma_m := 1.25$$

$$f_{md} := k_{mod} \cdot k_h \cdot \kappa_{crit} \cdot \frac{f_{mk}}{\gamma_m} \quad f_{md} = 20.48\text{MPa}$$

$$f_{vd} := k_{mod} \cdot \kappa_{crit} \cdot \frac{f_{vk}}{\gamma_m} \quad f_{vd} = 2.432\text{MPa}$$

**Momentkapacitet:**

$$M_{Ed} < M_{Rd} = W \cdot f_{md}$$

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$h := \left( \frac{M_{Ed} \cdot 6}{b \cdot f_{md}} \right)^{\left( \frac{1}{2} \right)} \quad h = 605.154 \text{ m}^{0.5} \cdot \text{mm}$$

$$\text{Välj standarddimensioner:} \quad h := 630\text{mm}$$

**Tvärkraftskapacitet:**

$$V_{Ed} < V_{Rd} = \frac{2}{3} \cdot A \cdot f_{vd}$$

$$b_{ef} := 0.67 \cdot b \quad b_{ef} = 0.06 \text{ m}$$

$$A := b_{ef} \cdot h \quad A = 0.038 \text{ m}^2$$

$$V_{Rd} := \frac{2}{3} \cdot A \cdot f_{vd} \quad V_{Rd} = 61.593 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Ed} = 45 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad V_{Rd} = 61.593 \cdot \text{kN} \quad \text{OK!}$$

**Svar:** Balken ska vara 630 mm hög.

90x180

**90x225**

**90x270**

**90x315**

90x360

**90x405**

90x450

90x495

90x540

90x585

90x630

90x675

90x720

90x765

90x810

90x855

90x900

90x945

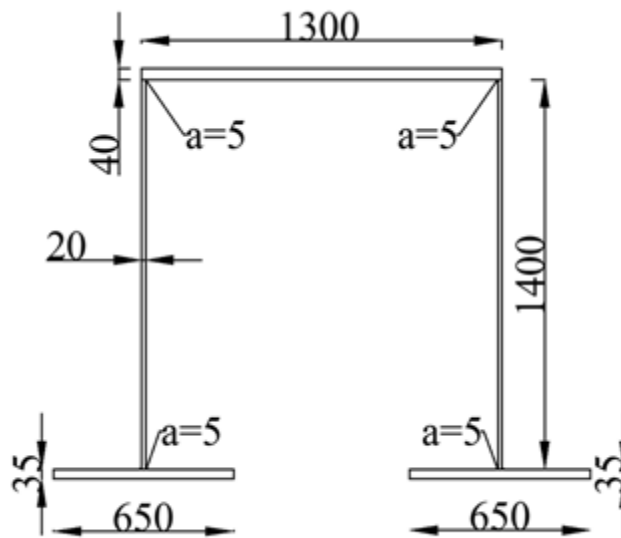
90x990

90x1035

90x1080

90x1125

Lösning uppgift 7



Indata

Geometri	$L := 30\text{m}$	$a := 5\text{mm}$	$h_w := 1400\text{mm}$
	$b_{ft} := 1300\text{mm}$	$b_{fb} := 650\text{mm}$	$t_w := 20\text{mm}$
	$t_{ft} := 40\text{mm}$	$t_{fb} := 35\text{mm}$	
Material	$f_y := 355\text{MPa}$	$\gamma_{m0} := 1$	
Laster	$q_d := 150 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	$Q_d := 1200\text{kN}$	
Övrigt	$\chi_{LT} := 1$		

Dimensionerande moment av laster

$$M_{Ed} := q_d \cdot \frac{L^2}{8} + Q_d \cdot \frac{L}{4} \quad M_{Ed} = 2.587 \times 10^4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Tvårsnitt

$$A := 2 \cdot b_{fb} \cdot t_{fb} + 2 \cdot h_w \cdot t_w + b_{ft} \cdot t_{ft} = 0.154 \text{ m}^2$$

$$y_{tp} := \frac{2 \cdot b_{fb} \cdot t_{fb} \cdot \frac{t_{fb}}{2} + 2 \cdot h_w \cdot t_w \cdot \left( t_{fb} + \frac{h_w}{2} \right) + b_{ft} \cdot t_{ft} \cdot \left( h_w + t_{fb} + \frac{t_{ft}}{2} \right)}{A} = 0.766 \text{ m}$$

$$y_{tpTop} := h_w + t_{fb} + t_{ft} - y_{tp} = 0.709 \text{ m}$$

Tvårsnittsklass  $\epsilon := \left( 235 \frac{\text{MPa}}{f_y} \right)^{0.5} = 0.814$

Den tryckta överflänsen

Liven

$$c := b_{ft} - 2 \cdot t_w - 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} = 1.246 \text{ m}$$

$$d := h_w - 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} = 1.386 \text{ m}$$

$$\frac{c}{t_{ft}} = 31.146$$

$$\frac{d}{t_w} = 69.293$$

Kontroller tvårsnittsklass

Inre tryckt fläns, S4.1

Liv i böjning, S4.2

$$\text{Klass1} := 33 \cdot \epsilon = 26.849$$

$$\text{Livklass1} := 72 \cdot \epsilon = 58.58$$

$$\text{Klass2} := 38 \cdot \epsilon = 30.917$$

$$\text{Livklass2} := 83 \cdot \epsilon = 67.53$$

$$\text{Klass3} := 42 \cdot \epsilon = 34.172$$

$$\text{Livklass3} := 124 \cdot \epsilon = 100.888$$

=> Fläns i klass 3

=> Liv i klass 3

Tvårsnittsklass3 => elastiskt böjmotstånd => använd Steiners sats

$$I := 2 \cdot b_{fb} \cdot \frac{t_{fb}^3}{12} + 2 \cdot \frac{h_w^3}{12} \cdot t_w + b_{ft} \cdot \frac{t_{ft}^3}{12} + 2 \cdot b_{fb} \cdot t_{fb} \cdot \left( y_{tp} - \frac{t_{fb}}{2} \right)^2 + 2 \cdot h_w \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w}{2} + t_{fb} - y_{tp} \right)^2 + b_{ft} \cdot t_{ft} \cdot \left( h_w + t_{fb} + \frac{t_{ft}}{2} - y_{tp} \right)^2$$

$$I = 0.059 \text{ m}^4$$



$$W_{elTop} := \frac{I}{y_{tpTop}} = 0.084 \cdot m^3$$

$$W_{elBot} := \frac{I}{y_{tp}} = 0.078 \cdot m^3$$

Tvärsnittsklass 3 => Maxmoment när det flyter i ytterkant antingen på översidan eller undersidan. I detta fall kommer undersidan flyta något tidigare, då böjmotståndet är något lägre med avseende på underkant.

Momentkapacitet för tvärsnittet

$$M_{bRd} := \chi_{LT} \cdot \left( \min(W_{elTop}, W_{elBot}) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{m0}} \right) = 2.752 \times 10^4 \cdot kN \cdot m$$

$$M_{bRd} > M_{Ed} = 2.587 \times 10^4 \cdot kN \cdot m$$

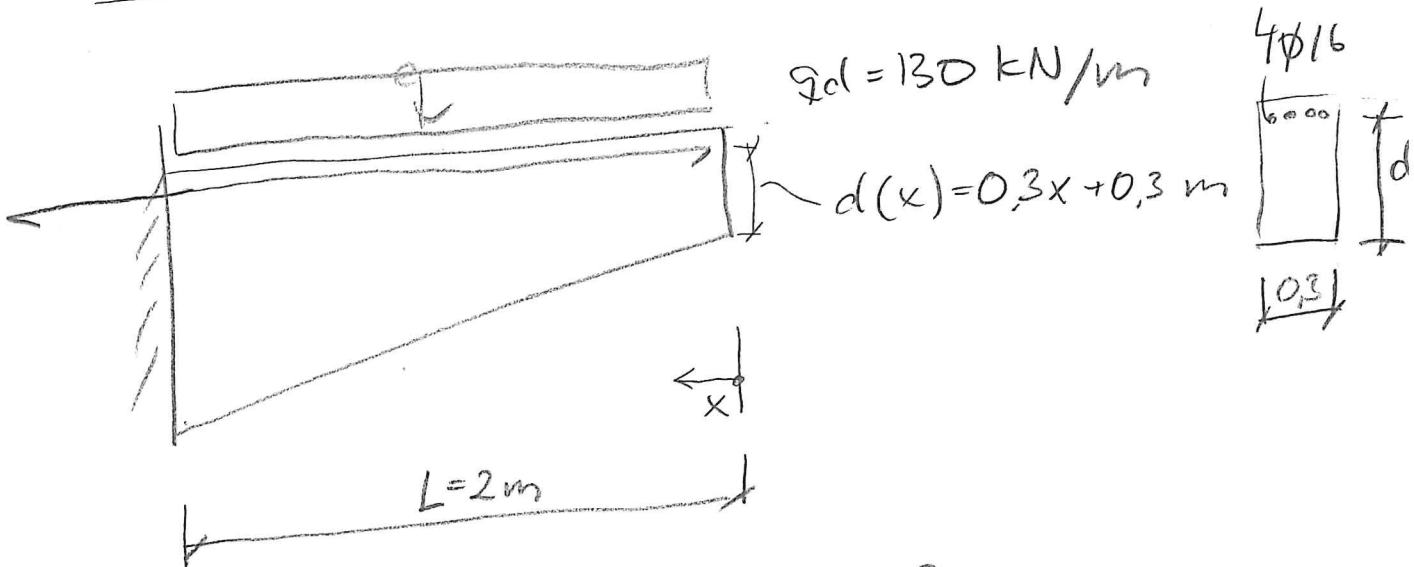
Svar: Momentkapaciteten är tillräcklig.

# Bärande konstruktioner,

tentamen 2020-01-16

## Lösning uppgift 8

①



Var behövs trärkraftsarmening?

Betong:  $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$ ,  $\gamma_c = 1,5$

Armening:  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ,  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$

$$A_s = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,016^2}{4} = 804 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

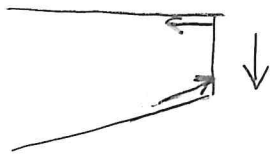
Enligt uppgift: Behöver ej kontrollera tryckbrott,  
försumma inverkan av last nära upplag.

Dim. trärkraft:  $V_{Ed}(x) = q_d \cdot x$

Inverkan av varierande effektiv brejd

$$B6.2.4: V_{Ed,net} = V_{Ed} - V_{ccd} - V_{td} \quad (B6-4)$$

↑ tryckzonens dragzonens komponent  
komp. = 0 (rak dragzon)



ur fig. inses att den lutande tryckzonen hjälper till att bära tvärkraften

att. teckenregler:  $V_{ccd} = \frac{M_{Ed}}{d} \cdot \tan \alpha_c \quad (B6-5)$

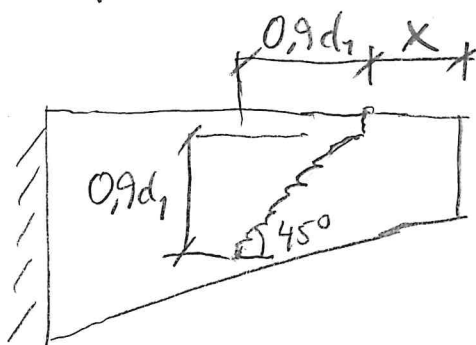
$$M_{Ed} = - \frac{q_d \cdot x^2}{2} \quad (\text{dragen översida, därför negativ})$$

$$\tan \alpha_c = - \frac{0,6}{2} \quad (\text{tryckzonens lutning, negativ då höjden ökar i samma riktning som tvärkraften ökar})$$

$$\Rightarrow V_{Ed,net}(x) = V_{Ed}(x) - \frac{M_{Ed}}{d} \cdot \tan \alpha_c =$$

$$= q_d \cdot x - \frac{q_d x^2}{2 d_1} \cdot \frac{0,6}{2}$$

Notera:  $d_1 \neq d$



$$0,9 d_1 = 0,9 \cdot (0,3(x + 0,9 d_1) + 0,3)$$

$$\Rightarrow d_1 = 0,411 x + 0,411$$

$$\Rightarrow V_{Ed,net}(x) = q_d \cdot x \cdot \left( 1 - \frac{x}{2,74 x + 2,74} \right) \quad (1)$$

# Skjuvglidbrott

(3)

ekv. B6-14:  $V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \cdot b_w d$

$i$  MPa  
↓  
 $d_1$  se fig förra sidan

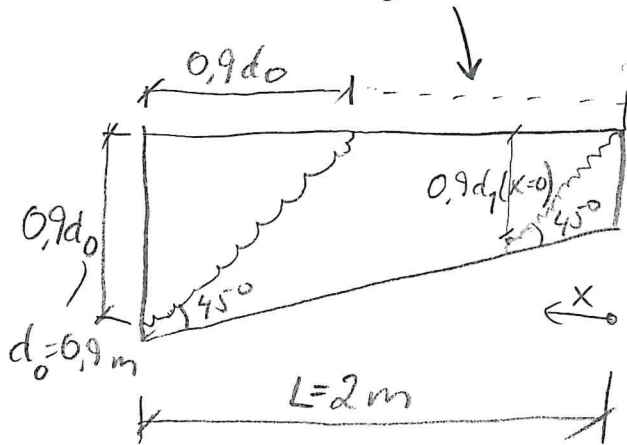
$$k = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{0,2}{0,411x + 0,411}} \quad (2)$$

↑  $d_1$ , se fig förra sidan

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{804 \cdot 10^6}{0,3 \cdot (0,411x + 0,411)} \quad (3)$$

↑  $d_1$

Snitt som behövs kontrolleras:



Snitt mellan  $x=0$

och  $x=L-0,9d_0 =$

$$= 2 - 0,9 \cdot 0,9 = 1,19 \text{ m}$$

$$x=0 \Rightarrow (\text{ekv. 1}) \quad k = 1,698, \quad (\text{ekv. 2}) \quad \rho_l = 0,00652$$

$$x=1,19 \text{ m} \Rightarrow \quad k = 1,471, \quad \rho_l = 0,0029$$

$\therefore k$  är mindre än  $2,0$ , och  $\rho_l$  mindre än  $0,02$  för alla snitten.

$$\Rightarrow V_{Rd,c} = \frac{0,18}{1,5} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{0,2}{0,411x + 0,411}}\right) \cdot \left(100 \cdot \frac{804 \cdot 10^{-6} \cdot 35}{0,3 \cdot (0,411x + 0,411)}\right)^{1/3} \cdot 0,3 \cdot (0,411x + 0,411) \cdot 1000 \quad [\text{kN}] \quad (4)$$

(4)

ekv. 4  
 $\underline{x=0} \Rightarrow V_{Rd,c} = 71,2 \text{ kN}$  dock minst

$$v_{min} \cdot b_w \cdot d = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ct}^{1/2} \cdot b_w d_1 =$$

$$= 0,035 \cdot 1,698^{3/2} \cdot 35^{1/2} \cdot 0,3 \cdot (0,411) \cdot 1000 = 56,5 \text{ kN ok}$$

ekv. 1  
 $V_{Ed,net} = 0 \quad \therefore V_{Rd,c} > V_{Ed,net} \quad \text{OK}$

ekv. 4  
 $\underline{x=1,19} \Rightarrow V_{Rd,c} = 104,4 \text{ kN}$  dock minst

$$0,035 \cdot 1,471^{3/2} \cdot 35^{1/2} \cdot 0,3 \cdot (0,411 \cdot 1,19 + 0,411) \cdot 1000 = 99,8 \text{ kN ok}$$

ekv. 1  
 $V_{Ed,net} = 124,01 \text{ kN} \quad \therefore V_{Rd,c} < V_{Ed,net}$

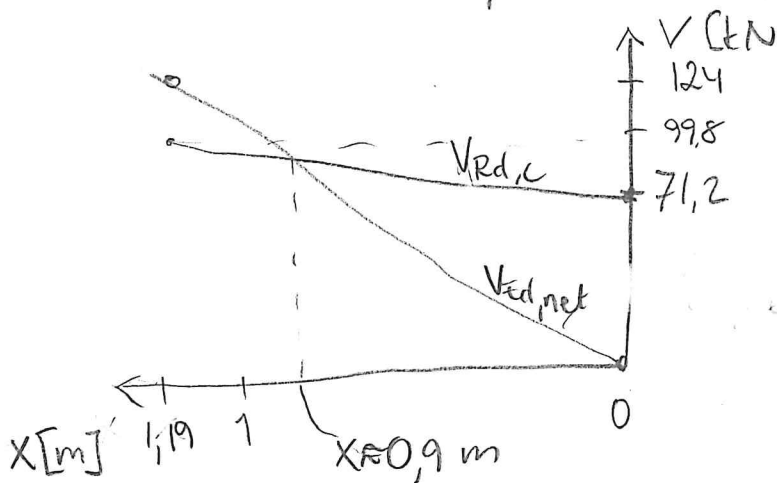
Träarmening krävs!

Eftersom min.  $v_{min} \cdot b_w \cdot d$  ej var avgörande i något av gränssnitten, blir den sannolikt inte avgörande i något snitt mellan heller.

Snitt där träarm. precis krävs löses ur:

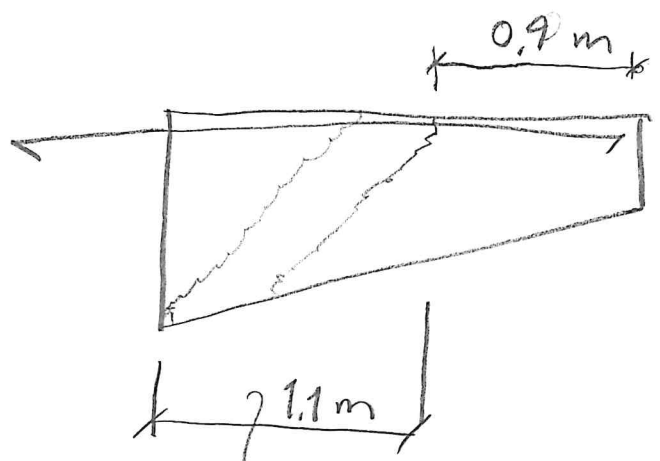
$$V_{Ed,net} = V_{Rd,c} \quad (\text{ekv. 1} = \text{ekv. 4})$$

Genom att +  $\alpha$  plotta uttrycken, ser man att de är lika vid



$$x \approx 0,9 \text{ m}$$

Svar: Tvärkraftsarmening behövs innanför  
snittet  $x \approx 0,9 \text{ m}$



inom detta område behöver  
man lägga in byglar  $\nabla$